مسئلهٔ تعیین اندازهٔ اقتصادی و ترتیب تولید با روش SA[1]

فریماه مخاطب رفیعی* و محمد معطر حسینی**
دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس
دانشکدهٔ مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(دریافت مقاله: ۱۳۷۶/۷/۱۹ - دریافت نسخهٔ‌نهایی: ۱۳۷۷/۲/۲۱)

چکیده - *این مقاله روشی در خصوص حل مسئلهٔ ELSP[2] که در آن محصولات چندین بار و با اندازه‌های مختلف در یک سیکل روی یک ماشین با معیار حداقل کردن هزینه‌های نگهداری و آماده‌سازی تولید می‌شوند را ارائه می‌کند. مسئله به دلیل ماهیت ترکیبی آن که ناشی از تأثیر فرکانس، اندازه و ترتیب تولید هر محصول است از نوع Np-hard است و یافتن جواب بهینه آن با روشهای معمول مستلزم صرف وقت بسیار است. از روشهای جدید ابتکاری مناسب برای حل این نوع مسائل ترکیبی می‌توان از SA نام برد که تاکنون برای حل مسئله ELSP استفاده نشده است. در این مقاله علاوه بر بررسی چگونگی استفاده از SA برای این مسئله، اثرات تغییر فرکانس تولید بر ترتیب و اندازه تولید مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نتیجهٔ به دست آمده نشاندهندهٔ کاهش هزینه است.*

The Problem of Scheduling Several Products on A Single Facility with the Simulated Annealing Technique

F. Mokhatab-Rafiei and M. Moattar Hosaini

Department of Industrial Engineering, Isfahan University of Technology

Department of Industrial Engineering, Amirkabir University of Technology

ABSTRACT- ***This paper considers the Economic Lot Scheduling Problem, that is, the problem of scheduling several products on a single facility so as to minimize holding and setup costs. Combination of frequency and timing as well as production quantity make this problem Np-hard. A heuristic is developed to obtain a good solution to ELSP. The proposed heuristic makes use of the Simulated Annealing Technique. This heuristic gives a sharper upper bound to holding and setup costs.***

---

* دانشجوی دکترا و عضو هیئت علمی دانشگاه صنعتی اصفهان   ** استادیار

۱- مقدمه

بیش از سی سال است که مسئلهٔ تعیین اندازهٔ اقتصادی و ترتیب تولید چندین محصول بر روی یک ماشین واحد (ELSP) توسط تعداد زیادی از محققان مورد توجه و بررسی قرار گرفته است. این مسئله اولین بار توسط روجر [۱] مطرح شد. در این مسئله نرخ تقاضا ثابت است و تمام تقاضا باید بلافاصله تأمین شود. نرخ تولید نیز ثابت است. قبل از شروع هر محصول ممکن است که نیاز به آماده‌سازی باشد. نرخ هزینهٔ نگهداری هر محصول ثابت بوده و آماده‌سازی نیز دارای هزینه است. معیار به دست آوردن اندازه و ترتیب تولید، متوسط هزینه آماده‌سازی و نگهداری است.

از دلایل توجه به ELSP را می‌توان کاربرد زیاد این مسئله در عمل و همچنین دشوار بودن حل آن برخلاف تشریح سادهٔ آن ذکر کرد. پیچیدگی حل آن ناشی از ساختار مسئله است که به صورت یک مسئلهٔ غیرخطی با خصوصیات مسئله‌ای با ماهیت گسسته بیان می‌شود. در نتیجه بیشتر راه‌حلهای مؤثر این مسئله در مطالعات جدید بر مبنای روشهای ابتکاری است که اکثراً توجهی به مسئلهٔ امکانپذیری جواب نکرده‌اند. امکانپذیری مسئله با حفظ دو شرط زیر برقرار می‌شود:

۱- محدودیت ظرفیت : بار ماشین باید از ظرفیت آن تجاوز نکند. در غیراین صورت برنامهٔ تولید حداقل دو محصول برای رسیدن به سطح تقاضای لازم با یکدیگر تداخل خواهند کرد.

۲- محدودیت نداشتن کمبود موجودی : یک برنامهٔ ناممکن تولید، برنامه‌ای است که در آن لازم باشد برای دچار نشدن به کمبود موجودی برای یک محصول، قبل از اینکه نوبت تولید به آن برسد و درست همزمان با تولید محصول دیگری، تولید آن شروع شود. به عبارت دیگراندازهٔ تولید یک محصول باید برای مدّت زمانی که طول می‌کشد تا مجدداً نوبت تولید آن شود، کافی باشد.

بسیاری از مقالات منتشر شده به نحو مناسبی محدودیت ظرفیت را در نظر گرفته‌اند ولی محدودیت دوم به دلیل بزرگ کردن ابعاد مسئله و دشوارکردن حلّ آن اکثراً نادیده گرفته شده است. وقوع کمبود موجودی تابعی از فرکانس تولید محصولات، نوبت تولید و میزان اندازه تولید آنهاست. واضح است که در نظر گرفتن هر سهٔ این عوامل ترکیبهای زیادی را نتیجه می‌دهد که بر روی تمام آنها کار مشکل و گاهی نیز ناممکن است.

بیشتر مطالعات بر پایه یک سیاست برنامه‌ریزی سیکلی بنا شده است و در آن برنامه به نحوی طراحی می‌شود که مرتباً تکرار می‌شود. با در نظر گرفتن این سیاست دو روش را می‌توان اتخاذ کرد. یکی استفاده از دورهٔ پایه (BP)[۳] است که در آن سیکل هر محصول مضربی صحیح از این دوره پایه بوده و اگر محصول در سیکل بیش از یکبار تولید شود اندازهٔ تولید آن مساوی خواهد بود. در این زمینه المغربی [۲] مرور کاملی را تا سال ۱۹۷۸ ارائه کرده است، او روش برنامه‌ریزی پویای خود را بر مبنای دوره پایه بنا کرده است. در این رابطه می‌توان از هسو [۳] و اکسستر [۴] نام برد. دیویس [۵] یک روش شمارش محدود را به صورت ترکیبی از یک بهینه‌سازی غیرخطی و روش ابتکاری ارائه کرده است.

روش دیگری که مطرح است انتخاب یک زمان سیکل T به عنوان دورهٔ کلی سیستم است که در ابتدا توسط ماکسول [۶] بیان شده است. بعضی از محصولات ممکن است چندین بار در طول یک سیکل تولید شوند و هم‌چنین تغییر در اندازهٔ تولید هر محصول در سیکل نیز وجود داشته باشد و برنامهٔ هر T واحد زمانی تکرار شود. از میان مقالاتی که بر اساس این روش بنا شده‌اند می‌توان از دوبسون [۷] و گالکو [۸] نام برد. در این مقاله نیز از روش اخیر استفاده شده است.

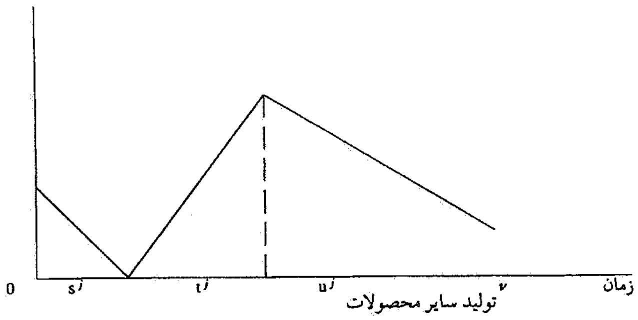
این مقاله در هفت بخش مرتب شده است. در بخش (۲)، مسئله تعریف شده و فرمولبندی می‌شود. در بخش (۳) روش SA و مطابقت آن با مسائل بهینه‌سازی ترکیبی بررسی می‌شود و در بخش (۴) الگوریتم ابتکاری پیشنهادی مبتنی بر SA ارائه می‌شود. در بخش (۵) یک مثال عددی برای آزمون الگوریتم معرفی شده و در بخش (۶) چگونگی تعیین پارامترهای روش SA برای حل مثال بررسی و با استفاده از زبان پاسکال مسئله حل می‌شود. در بخش (۷) نتایج و پیشنهادات ارائه خواهند شد.

۲- فرمولبندی مسئله

مسئلهٔ ELSP می‌تواند به صورت زیر بیان شود. یک وسیله و l محصول متفاوت وجود دارند. اطلاعات لازم برای مسئله عبارت‌اند از :

i اندیس محصولات مختلف $\quad i = 1, 2, ..., l$

p_i نرخ ثابت تولید محصول iام



شکل ۱- موجودی برای یک محصول

d_i نرخ ثابت تقاضا برای محصول iام

h_i هزینهٔ نگهداری محصول iام

A_i هزینهٔ آماده‌سازی محصول iام

S_i زمان آماده‌سازی برای محصول iام

کمبود موجودی مجاز نیست. مسئله می‌تواند به صورت تصمیم بر روی اندازهٔ طول سیکل T و یک برنامهٔ توالی تولید $f^1, ..., f^n$ $(f^j \varepsilon \{1, ..., I\})$ که توالی ممکن است شامل تکرار نیز باشد، زمانهای تولید $t^1, t^2, ..., t^n$ و زمانهای بیکاری بین هر دو تولید متوالی $u^1, ..., u^n$ به نحوی که سیکل به تعداد دفعات نامحدود تکرار شود، بیان شود. تقاضا باید براورد شده و هزینه‌های نگهداری موجودی و آماده‌سازی در واحد زمان باید حداقل شوند.

در علائم به کار برده شده اندیس پایین i به محصول iام اشاره می‌کند و اندیس بالای j موقعیت محصول را در برنامهٔ تولید نشان می‌دهد. در طول سیکل $n \geq I$ آماده‌سازی برای قطعات $f^1, ..., f^n$ صورت می‌گیرد. به طور مثال p_i یعنی نرخ تولید محصول iام و p^j یعنی نرخ تولید محصولی که در موقعیت jام تولید، قرار دارد.

با این نوع فرمولبندی، برنامهٔ تولیدی به صورت f = (۱ و ۳و ۲ و ۱ و ۲) نشان می‌دهد که محصول ۱ دو بار، محصول ۲ دوبار و محصول ۳ فقط یکبار در خلال سیکل T تولید شده‌اند و ترتیب تولید نیز با f نشان داده می‌شود. F نیز مجموعهٔ محدود تمام توالیهای امکانپذیر است.

jامین محصول در توالی را تصور کنید. تولید آن مستلزم S^j زمان آماده‌سازی، t^j زمان تولید و بیکاری u^j است. سپس سایر محصولات قبل از اینکه مجدداً نوبت تولید به محصول f^j برسد باید تولید شوند. شکل (۱) این ارتباط را نشان می‌دهد.

تعداد محصول تولید شده $p^j\ t^j$ است و تمام آن باید در فاصلهٔ $[0, v]$ تقاضا شود. بنابراین $v = p^j t^j / d^j$ است و بالاترین سطح موجودی $(p^j - d^j)\ t^j$ است. هزینهٔ کل موجودی برای تولید محصول f^j برابر است با

$$\frac{1}{2} \quad h^j (p^j - d^j)\ (p^j / d^j)\ (t^j)^2$$

فرض کنید که J_i یک موقعیت مفروض در توالی است یعنی جایی که محصول iام تولید می‌شود. به عبارتی

$$J_i = \{ j \mid f^j = i \}$$

فرض کنید که L_k موقعیتهایی در یک توالی مفرض از k (جایی که f^k تولید می‌شود) امّا نه شامل موقعیتی در توالی جایی که f^k مجدداً تولید می‌شود را نشان دهد. در تعریف L_k فرض می‌شود که توالی $f^1, ..., f^n$ مثل یک حلقهٔ بسته است (f^1 به دنبال f^n).
با این علائم، ELSP را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\operatorname{Min}_{j \in J} \frac{1}{T} \left(\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{2} h^j (p^j - d^j) \left(\frac{p^j}{d^j}\right) (t^j)^2 + \sum_{j=1}^{n} A^j \right) \qquad (1)$$

$$t, u, T \geq 0$$

با توجه به:

$$\sum_{j \in L_k} (t^j + S^j + u^j) = \left(\frac{p^k}{d^k}\right) (t^k) \qquad k = 1, ..., I \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n} (t^j + S^j + u^j) = T \qquad (3)$$

محدودیتهای (۲) بیان می‌کنند که باید هر بار به اندازهٔ کافی از محصول iام تولید کرد تا موقعی که نوبت تولید مجدد آن می‌رسد دچار کمبود موجودی نشد. محدودیت (۳) نیز محدودیت ظرفیت است. یعنی زمان سیکل باید به قدری باشد که امکان آماده‌سازی و تولید تمام محصولات را طبق توالی تعیین شده و با در نظر گرفتن زمانهای بیکاری در بین زمانهای تولید بدهد. بدیهی است که اگر رابطهٔ بالا به صورت

$$\sum_{j=1}^{n} (t^j + S^j) > T$$

برقرار شود، بار ماشین بیش از اندازه در نظر گرفته شده است.

برای ساده‌تر شدن مدل بالا، برای یک توالی مفروض f و با تعریف m_i به عنوان فرکانس تولید محصول iام، مدل زیر ارائه می‌شود. واضح است که برای $j \varepsilon F$ ، m_i مجموع تعداد موقعیتهایی است که در J_i نشان داده شده‌اندو در این صورت خواهیم داشت:

$$\sum_{j=1}^{n} A^j = \sum_{i=1}^{l} m_i A_i$$

به دنبال، از همین تبدیل در تمام موارد استفاده خواهد شد.

لذا برای یک سیکل، هزینهٔ کل آماده‌سازی برابر است با

$$\sum_{i=1}^{l} m_i A_i$$

و هزینهٔ کل نگهداری برابر است با

$$\frac{1}{2T}\sum_{k=1}^{n} H_{(f(k))}\left(\frac{t^k P_{f(k)}}{d_{f(k)}}\right)^2 \quad \text{یا} \quad \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{l} H_i \frac{T^2}{m_i} \qquad (۴)$$

که در آن $f(k) = (f^1, f^2, ..., f^k ... f^K)$ توالی مفروض مورد نظر را نشان می‌دهد و $n = \sum_{i=1}^{l} m_i$ مجموع دفعات تولید و یا به عبارتی مجموع تعداد دفعات آماده سازی است و $H_{f(k)}$ به گونه‌ای تعریف می‌شود که در آن

$$H_i = h_i d_i \left(1 - \frac{d_i}{p_i}\right)$$

است. بنابراین هزینهٔ متوسط آماده‌سازی و نگهداری موجودی در واحد زمان برابر است با :

$$C = \frac{1}{T}\left[\sum_{i=1}^{l} m_i A_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{l} H_i \frac{T^2}{m_i}\right] \qquad \text{(ساده شده)}$$

$$C = \left(\frac{1}{T}\right)\left[\left(\sum_{i=1}^{l} m_i A_i\right) + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} H_{f(k)}\left(\frac{t^k P_{f(k)}}{d_{f(k)}}\right)^2\right] \qquad (۵)$$

محدودیتهای (۲) را می‌توان برای به دست آوردن زمانهای تولید به صورت زیر نوشت:

$$t = (I - P^{-1} L) P^{-1} L (S + U) \qquad (۶)$$

که I ماتریس واحد با ابعاد $k \times k$ ، p ماتریس قطری $k \times k$ که عناصر آن $\frac{p_{f(k)}}{d_{f(k)}}$ است و L ماتریس وقوع، ماتریسی با عناصر ۰ و ۱ و با ابعاد $k \times k$ است و S بردار k تایی از زمانهای آماده‌سازی و u بردار kتایی از زمانهای بیکاری است.

مجموع زمانهای بیکاری با تبدیل محدودیت دوم از رابطهٔ (۳) و با استفاده از علائم جدید به صورت زیر بیان خواهد شد:

$$\sum_{k=1}^{n} u^k = T - \sum_{i=1}^{l}\left(m_i s_i + T\frac{d_i}{p_i}\right) \qquad (۷)$$

عبارت بالا را می‌توان به صورت نامساوی زیر نیز در نظر گرفت:

$$T \geq \frac{\sum_{i=1}^{l} m_i S_i}{1 - \sum_{i=1}^{l}\frac{d_i}{p_i}} \qquad (۸)$$

پس مدل مسئلهٔ ELSP به صورت حداقل کردن رابطهٔ (۵) با محدودیتهای ارائه شده در روابط (۶) و (۷) یا (۶) و (۸) تبدیل می‌شود. این مدل کاملاً معادل با حداقل کردن رابطهٔ (۱) با محدودیتهای ارائه شده در روابط (۲) و (۳) است .

۳- روش SA

روش جدیدی است که اخیراً برای حل تقریبی مسائل بهینه سازی ترکیبی دشوار مورد توجه قرار گرفته است. این روش بر پایه نظریه مکانیک آماری و مشابه با رفتار سیستمهای فیزیکی در دمای زیاد بنا شده است. یکی از خصوصیات مهم روش SA یافتن جوابها با کیفیت بالایی است که بستگی به جواب شروعی ندارد.

بازپخت یک فرایند فیزیکی است که در آن به یک جسم جامد گرمای زیادی داده می‌شود تا به مایع تبدیل شود و سپس به آرامی دما راکاهش می‌دهند. سرعت سرد شدن در شکل نهایی جسم بسیار مؤثر است. آرام سرد شدن، شکل مناسبی به بلورهای جسم می‌دهد.

اگر سیستم بالا در دمای تعادل دینامیکی مثلاً T قرار داشته باشد، در این صورت احتمال $P\{E = E(i)\}$ اینکه سیستم در یک حالت i قرار داشته باشد بستگی به انرژی $E(i)$ دارد.

تعادل دینامیکی موضوع اصلی در مکانیک آماری است و

حالتی است که ذرات به طور تصادفی با یکدیگر تبادل انرژی می‌کنند. در این تبادل انرژی اگر ΔE اختلاف انرژی بین حالت جاری و حالت قبلی منفی باشد در این صورت ذرات به سطح انرژی پایینتر می‌روند و اگر ΔE مثبت باشد احتمال قبول آن سطح انرژی برابر با $\exp.(-\Delta E / KT)$ است که K مقداری ثابت و T دمای ثابت است.

تشابه بین مسائل بهینه‌سازی ترکیبی و مسئلهٔ تعیین پایینترین سطح انرژی در یک سیستم فیزیکی با ذراتی که در حال مبادله انرژی هستند اولین بار توسط کریک پاتریک [۹] مشاهده شده است و بر پایه این تشابه روش SA ایجاد شده است. از این روش اخیراً به عنوان یکی از بهترین راه حلها برای مسائل بهینه‌سازی ترکیبی یاد می‌شود. روش SA را می‌توان به‌صورت زیر تشریح کرد. در ابتدا به پارامتر کنترل C یک مقدار بالا داده می‌شود. حالت x (یک جواب شروعی اولیه) انتخاب شده است و جواب دیگری مثل y به طور تصادفی در همسایگی x انتخاب می‌شود. فرض کنید که $C(x,y) = C(x) - C(y)$ تغییر در هزینهٔ ناشی از این انتخاب است. دراین صورت اگر $C(x,y) < 0$ باشد با احتمال $\exp\{-C(x,y)/c\}$ جواب پذیرفته می‌شود ولی اگر $C(x,y) \geq 0$ باشد جواب با احتمال یک پذیرفته می‌شود. پارامتر کنترل به تدریج کم می‌شود تا سیستم به یک تعادل که معادل با جواب بهینه است برسد. این فرایند به بیان دقیقتر "برنامهٔ سرد شدن" نامیده می‌شود.

بنابراین کاربرد این روش در مسائل بهینه‌سازی خاص نیاز به طراحی مراحل زیر دارد:

۱- شناخت اولیه مسئله و یافتن یک جواب اولیه

۲- چگونگی به دست آوردن جوابهای همسایگی

۳- انتخاب یک تابع هزینهٔ مناسب

۴- تعریف یک برنامهٔ سرد شدن شامل دمای اولیه، قاعده‌ای برای تغییر دادن دما و مدت جستجو در هر دما.

۳-۱ الگوریتم اولیه SA

دستورالعمل زیر الگوریتم اولیه SA است [۱۰]:

قدم ۱- S یک جواب شروعی اولیه را انتخاب کنید.

قدم ۲- یک دمای اولیه $T>0$ انتخاب شود.

قدم ۳- در حالی که هنوز "سرد نشده" است به صورت زیر ادامه دهید:

قدم ۳-۱ حلقهٔ زیر را L دفعه تکرار کنید.

قدم ۳-۱-۱ یک جواب همسایگی را به طور تصادفی انتخاب کن S'

قدم ۳-۱-۲ $\Delta = C(S') - C(S)$

قدم ۳-۱-۳ اگر $\Delta \leq 0$ (حرکت به طرف پایین) پس $S=S'$

قدم ۳-۱-۴ اگر $\Delta > 0$ (حرکت به طرف بالا) بااحتمال $\exp(-\Delta/T)$ پس $S=S'$

قدم ۳-۲ دما را کاهش دهید. $T = rT$ (r عددی دلخواه و کوچکتر از یک است)

قدم ۴- S را حفظ کرده به قدم ۱ برگردید.

۳-۲ الگوریتم اصلاح شده

در الگوریتم اولیه SA اصلاحاتی صورت داده می‌شود. اولاً همواره بهترین جواب نگهداری شده و دو شمارندهٔ TOTAL و ACCEPT استفاده می‌شوند که مجموع تعداد تکرارها و تعداد جوابهای پذیرفته شده در یک دما را نگه می‌دارند. این دو در شروع هر تکرار در یک دمای جدید، صفر می‌شوند. COUNT شمارهٔ سرد شدن است. این شمارنده تعداد مراحلی راکه نسبت $\frac{ACCEPT}{TOTAL}$ کمتر از PERCENT می‌شود، می‌شمارد PERCENT نقاط قبول شده به کل نقاط تولید شده در یک دماست. یکی از سه حالت زیر در هر دما اتفاق می‌افتد:

اگر $C(S') \leq C(S)$ باشد.

در این صورت

الف - $S = S'$ نگهداری می‌شود.

ب - به ACCEPT یکی اضافه می‌شود.

مجموعهٔ جوابهای پذیرفته شده کنترل می‌شود تا مشخص شود که آیا تا این لحظه S' بهترین جواب است. اگر S' بهترین جواب به دست آمده باشد.

در این صورت

الف - S' حفظ شود.

ب - COUNT شمارنده در هر دما صفر می‌شود

ج - به TOTAL یکی اضافه می‌شود.

در غیر این صورت به TOTAL یکی اضافه می‌شود و با S الگوریتم شروع می‌شود.

در غیر این صورت

فعلاً S' انتخاب نمی‌شود. $\Delta = \frac{C(s') - C(s)}{C(s)}$ محاسبه می‌شود. احتمال پذیرش یک جواب $P = \exp(-\Delta/T)$ است. یک عدد تصادفی U که به‌طور یکنواخت بین صفر و یک قرار دارد تولید می‌شود. اگر $U \leq P$ باشد.

در این صورت

الف - جواب به دست آمده پذیرفته می‌شود.

ب - به ACCEPT یکی اضافه می‌شود.

ج - به TOTAL یکی اضافه می‌شود.

در غیراین صورت

جواب پذیرفته نمی‌شود. جواب S نگهداشته شده به TOTAL یکی اضافه می‌شود.

اگر ACCEPT بزرگتر از n باشد و یا وقتی TOTAL بزرگتر از $Z \times n$ باشد، تکرارها در یک دما پایان می‌گیرند. n تعداد مراحل تغییر دما و Z عددی صحیح است که مقدارشان به دست خواهد آمد. نامساوی اول تعداد جوابهای پذیرفته شده و نامساوی دوم حدّ بالای تکرارها در یک دما را کنترل می‌کند. بعد از اینکه تکرارها در یک دما به پایان رسید، PERCENT یعنی درصد جوابهای پذیرفته شده محاسبه می‌شود. اگر درصد کمتر از یک مقدار تعیین شده باشد، به COUNT یکی اضافه می‌شود. این کار به این علّت است که شانس جایگذاری بهترین جواب از بین رفته و لذا شمارنده سرد شدن یک قدم به سمت مقدار پایانی خود افزایش می‌یابد.

۴- روش ابتکاری بر پایه SA

همان طور که بیان شد برای حلّ مسئلهٔ ELSP از روش SA اصلاح شده استفاده خواهد شد. در شروع باید یک جواب شروعی اولیه را به دست آورده و نحوهٔ ایجاد جوابهای در همسایگی نیز مشخص شود.

۴-۱ روش ساختن توالی اولیه

به هر محصول یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت بین ۱ و K نسبت داده می‌شود. این عدد تعداد تکرار محصول مورد نظر در سیکل‌کاری است. مراحل زیر برای رسیدن به یک توالی دنبال می‌شود.

قدم ۱- محصولات برحسب تعداد تکرار را به صورت شروعی مرتب کنید.

قدم ۲- محصولات با همان ترتیبی که در قدم ۱ به دست آمد کنار هم قرار دهید.

از عدد تکرار هر محصول یکی کم کنید و محصولاتی که دارای عدد تکرار باقیماندهٔ غیر صفرند با همان ترتیب کنار توالی قبلی قرار دهید. این کار را آن قدر تکرار کنید تا عدد تکرارها صفر شوند. توالی آماده است.

قدم ۳- توالی به دست آمده را بررسی کنید اگر یک محصول بدون واسطه چند دفعه پشت سرهم تکرار شده باشد یکی از آنها را نگه داشته و بقیه را حذف کنید.

به عنوان مثال، سه محصول A و B و C را در نظر بگیرید. اگر اعداد تکرار این سه محصول ۳ و ۴ و ۲ باشند در قدم ۱، C و A و B ترتیب نزولی برحسب عدد تکرار به دست می‌آید.

عدد تکرار	توالی (از سمت چپ)
۴و۳و۲	C A B
۳و۲و۱	C A B C A B
۲و۱و۰	C A B C A B A B
۱و۰و۰	C A B C A B A B B

همان طور که در توالی بالا مشخص است محصول B دو بار پشت سر هم تکرار شده است با توجه به روش پیشنهادی بالا یکی از B ها حذف شده و توالی شروعی به صورت زیر نهایی می‌شود.

C A B C A B A B

۴-۲ نحوهٔ ایجاد جوابهای در همسایگی

برای به دست آوردن جواب در همسایگی به صورت تصادفی یکی از محصولات را انتخاب کرده و عدد تکرار جدیدی بین ۱ و K برای آن به صورت تصادفی انتخاب می‌شود و مجدداً با روش قبلی، توالی جدیدی به دست می‌آید.

۴-۳ چگونگی حلّ مدل و یافتن جواب شروعی

مدل ELSP در بخش(۲) معرفی شده است. مراحل زیر چگونگی دستیابی به جواب شروعی و همچنین یافتن هزینه مربوط به گزینه را در پیشبرد الگوریتم نشان می‌دهد. برای اینکه T طول سیکل با دما در روش SA اشتباه نشود از این به بعد از CYCLE به جای T استفاده خواهد شد.

الف - با مشتقگیری از رابطهٔ تابع هدف ساده شده مقدار $(Cycle)^*$ به‌دست می‌آید.

$$(Cycle)^* = \left(\frac{2\sum_{i=1}^{l} m_i A_i}{\sum_{i=1}^{l} H_i/m_i}\right)^{\frac{1}{2}}$$

ب - $(Cycle)_{min}$ را از رابطهٔ زیر به دست آورید:

$$(Cycle)_{min} = \frac{\sum_{i=1}^{l} m_i S_i}{1 - \sum_{i=1}^{l} d_i/P_i}$$

ج - $(Cycle) = \max\left[(cycle)^*, (cycle)_{min}\right]$

د - u^k را به دست آورید. زمان بیکاری برای همهٔ محصولات به جز آنهایی که در شروع توالی قرارگرفته‌اند مثبت و مساوی در نظر گرفته می‌شود.

$$u^k = \begin{cases} \left[Cycle - \sum_{i=1}^{l}(m_iS_i + (Cycle)d_i/P_i)\right]/n \\ 0 \end{cases}$$

اگر محصول در شروع توالی قرار دارد.

در غیراین‌صورت

ه - زمانهای تولید، t را از رابطهٔ زیر به دست آورید:

$$t = (I - P_{-1} L) P^{-1} L (S + u)$$

و - هزینه را برای این توالی از رابطهٔ زیر به دست آورید:

$$C = \left(\frac{1}{cycle}\right)\left[\left(\sum_{i=1}^{l} m_iA_i\right) + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} H_{f(k)}\left(\frac{t^k p_{f(k)}}{d_{f(k)}}\right)^2\right]$$

توجه شود که f_k توالی به دست آمده از الگوریتم (۴-۱) است.

۴-۴ معرفی پارامترهای تصمیم‌گیری در روش پیشنهادی SA

در این روش هشت پارامتر تعریف می‌شوند که با تعیین آنها می‌توان از سرعت رسیدن به جواب نهایی و قابلیت اطمینان آن مطمئن شد. این پارامترها عبارت‌اند از:

T دمای اولیه

$T_\circ$ دمای انجماد

هر گاه مقدار T از این مقدار کمتر شود الگوریتم متوقف می‌شود.

g ضریب تغییر دما

ضریبی است که هر دفعه در مقدار دما ضرب شده و مقدار آن را کاهش می‌دهد. رابطهٔ T و $T_\circ$ و g به صورت زیر است. n در این رابطه تعداد مراحل تغییر دماست.

$$T_\circ = g^n T$$

y= حد بالایی عدد تکرار

اگر q_i عدد تکرار محصول iام باشد.

$$q_i = U(1, y)$$

TOTAL کل نقاط تولید شده در یک دما

ACCEPT کل نقاط قابل قبول در یک دما

PERCENT نسبت نقاط قابل قبول به کل نقاط تولید شده در یک دما

COUNT تعداد مراحلی که در یک دما نسبت $\frac{ACCEPT}{TOTAL}$ کمتر از PERCENT می‌شود.

از بین پارامترهای بالا، Y بر توزیع نقاط قابل دسترس مسئله اثر دارد که با تغییر آن مقدار q_i تغییر می‌کند و طول سیکل عوض می‌شود. پارامترهای T و $T_\circ$ و g در رابطه با احتمال پذیرش جواب بد هستند با تغییر اینها انعطاف‌پذیری و پویایی الگوریتم تغییر می‌کند. چهار پارامتر آخر TOTAL، ACCEPT، PERCENT و COUNT بر محدودهٔ قابل دسترس مسئله اثر می‌گذارند و با تغییر آنها تعداد نقاط بررسی شده تغییر می‌کنند. اگر مقدار این چهار

جدول ۱ - مثال عددی بر پایه مسئلهٔ بامبرگر

محصول	هزینهٔ‌آماده‌سازی $	هزینهٔ نگهداری روزانه $	نرخ تولید روزانه	نرخ تقاضا روزانه	زمان آماده‌سازی (ساعت)
۱	۱۵	۰/۰۰۰۶۵	۳۰۰۰۰	۴۰۰	۱
۲	۲۰	۰/۰۱۷۷۵	۸۰۰۰	۴۰۰	۱
۳	۳۰	۰/۰۱۲۷۵	۹۵۰۰	۸۰۰	۲
۴	۱۰	۰/۰۱۰۰۰	۷۵۰۰	۱۶۰۰	۱
۵	۱۱۰	۰/۲۷۸۵۰	۲۰۰۰	۸۰	۴
۶	۵۰	۰/۰۲۶۷۵	۶۰۰۰	۸۰	۲
۷	۳۱۰	۰/۱۵۰۰۰	۲۴۰۰	۲۴	۸
۸	۱۳۰	۰/۵۹۰۰۰	۱۳۰۰	۳۴۰	۴
۹	۲۰۰	۰/۰۹۰۰۰	۲۰۰۰	۳۴۰	۶
۱۰	۵	۰/۰۰۴۰۰	۱۵۰۰۰	۴۰۰	۱

پارامتر به نحوی عوض شوند تعداد نقاط قابل دسترس کم شوند ممکن است به جواب نهایی دست یافته نشود و در حالت دیگر نیز اگر تعداد نقاط قابل دسترس زیاد شوند ممکن است برای رسیدن به جواب، زمان زیادی وقت صرف شود.

۵- ارائهٔ یک مثال عددی

الگوریتمهای تعیین اندازهٔ تولید معمولاً با مسائلی که اولین بار توسط بامبرگر [۱۱] حلّ شده‌اند مقایسه می‌شوند. سه نوع مسئله که توسط بامبرگر با استفاده از اطلاعات پایه‌ای مشترک ارائه شده‌اند دارای نرخ تقاضای ضرب شده در یک ضریب $a_1 = 1$ یا $a_2 = 3$ و یا $a_3 = 4$ هستند. چون نرخ تقاضای بالاتر، ظرفیت بیشتری را نیاز دارد و در نتیجه برنامه‌ریزی آن دشوارتر می‌شود لذا مبنای مقایسه در این بحث تقاضا با ضریب $a_3 = 4$ قرار گرفته است. اطلاعات مربوط به مسئلهٔ سوم در جدول (۱) مشاهده می‌شود.

۶- تعیین پارامترهای تصمیم‌گیری

در ابتدا مسئله با $y=3$ با مقادیر مختلف برای سایر پارامترها حل شده و با سعی و خطا یک محدودهٔ تقریبی به دست آمده است. سپس در حالتی که تصور می‌شود مسئله با کمترین محدودیت روبرو است با سری تصادفی با مولد ۱۲۳۹۴۷، ۳۰ بار مسئله حل شده است و بهترین جواب حاصل به عنوان جواب مسئله در نظر گرفته شده است. سپس با تغییر پارامترها سعی خواهد شد تا جای ممکن مسئله محدود شود و با استفاده از کمترین جستجو در فضای دامنه به جواب نهایی رسید.

معیارهای پذیرش یک مقدار خاص برای پارامترها عبارت‌اند از:

۱- بیشترین تعداد جواب نهایی که مسئله در ۳۰ بار حل به آن رسیده است.

۲- کمترین تعداد نقاط بررسی شده در فضای قابل دسترس بعد از آنکه محدودهٔ قابل قبول برای $y=3$ به دست آمد به بررسی حالتهای .... و ۵ و $y=4$ پرداخته خواهد شد.

۶-۱ محدودهٔ تغییر دما و قاعده‌ای برای تغییر دما

برای به دست آوردن مقدار T_0 و T و g از روش سعی و خطا استفاده خواهد شد. در ابتدا مقدار $g = 0/9$ در نظر گرفته شده و در حالتهای مختلفی از T_0 و T مسئله حل شد. نتیجه در جدول (۲) مشاهده می‌شود. با توجه به تعداد جواب نهایی، همهٔ تعداد محدوده‌هایی که در هر ۳۰ نوبت حلّ مسئله به جواب نهایی رسیده‌اند را می‌توان قبول کرد. لذا تحلیل بیشتری برای تصمیم‌گیری لازم است.

فرض می‌شود که C مقدار تابع هدف در نقطهٔ اول و C' مقدار آن در نقطهٔ دوم باشد و همچنین فرض می‌شود که $C' > C$ است. Δ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta = \frac{C' - C}{C}$$

جدول ۲ - نتایج حاصل در حالت $g = ۰/۹$

تعداد نقاط جستجو	تعداد جوابهای نهایی در ۳۰ بار حل	محدودهٔ دما
۶۷۳	۲۹	۱۰۰-۰/۰۵
۶۵۸	۲۰	۲۰-۰/۰۵
۹۹۴	۲۷	۲۰-۰/۰۱
۵۹۳	۱۷	۱۰-۰/۰۵
۸۸۹	۳۰	۱۰-۰/۰۱
۸۰۰	۳۰	۵-۰/۰۱
۷۰۰	۳۰	۲-۰/۰۱
۶۳۰	۳۰	۱-۰/۰۱
۶۲۰	۳۰	۰/۵-۰/۰۱
۱۱۷۰	۳۰	۰/۰۵-۰/۰۰۳
۸۰۰	۳۰	۰/۰۵-۰/۰۰۱
-	۲۷	۰/۰۰۵-۰/۰۰۰۳

جدول ۳- رابطهٔ بین Δ و T با احتمال رد شدن جواب بد

			Δ			
T	۱	۵	۲۰	۵۰	۷۵	۱۰۰
۱۰	۰/۰۰۱	۰/۰۰۵	۰/۰۲۰	۰/۰۴۹	۰/۰۷۲	۰/۰۹۵
۵	۰/۰۰۲	۰/۰۱۰	۰/۰۳۹	۰/۰۹۵	۰/۱۳۹	۰/۱۸۱
۲	۰/۰۰۵	۰/۰۲۵	۰/۰۹۵	۰/۲۲۱	۰/۳۱۳	۰/۳۹۳
۱	۰/۰۱۰	۰/۰۴۹	۰/۱۸۱	۰/۳۹۳	۰/۵۲۸	۰/۶۳۲
۰/۵	۰/۰۲۰	۰/۰۹۵	۰/۳۳۰	۰/۶۳۲	۰/۷۷۷	۰/۸۶۵
۰/۰۵	۰/۱۸۱	۰/۶۳۲	۰/۹۸۲	۱	۱	۱
۰/۰۳	۰/۲۸۳	۰/۸۱۱	۰/۹۹۹	۱	۱	۱
۰/۰۱	۰/۶۳۲	۰/۹۹۳	۱	۱	۱	۱
۰/۰۳	۰/۹۶۴	۱	۱	۱	۱	۱
۰/۰۰۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

اگر احتمال رد شدن جواب بد، P باشد. با توجه به الگوریتم و شرط رد شدن جواب بد می‌توان نوشت :

$$P(U > \exp(-\Delta/T)) = P$$

در نتیجه خواهیم داشت :

$$۱ - P(U \leq \exp(-\Delta/T)) = P \qquad (i)$$

از طرفی

$$P(U < \exp(-\Delta/T)) = \int_{-\infty}^{\exp(-\Delta/T)} f(u)\,du \qquad (ii)$$

با توجه به روابط (i) و (ii) خواهیم داشت :

$$۱ - \int_{-\infty}^{\exp(-\Delta/T)} f(u)\,du = ۱ - \exp(-\Delta/T) = P$$

پس احتمال پذیرش جواب بد برابر با ۱-P است. در جدول (۳)

جدول ۴- چگونگی انتخاب g

تعداد نقاط بررسی شده	تعداد جواب نهایی قابل قبول	n	g
–	۳۰	۳۹۰	۰/۹۹
–	۳۰	۷۸	۰/۹۵
۳۷۵	۳۰	۳۸	۰/۹
۴۷۰	۳۰	۲۴	۰/۸۵*
۳۴۶	۲۹	۱۸	۰/۸
۲۱۲	۳۰	۱۱	۰/۷۵
۱۵۵	۲۹	۸	۰/۶
۱۱۵	۲۸	۶	۰/۵

* مقدار انتخاب شده

رابطهٔ بین Δ و T با احتمال رد شدن جواب بد نشان داده می‌شود (اعداد داخل جدول احتمال رد شدن جواب بد هستند). با توجه به بحث قبلی و نتایج مشهود در جدول (۳) ، محدودهٔ دمای ۰/۰۰۱-۰/۰۵-۰ انتخاب می‌شود. در این حالت احتمال رد شدن جواب بد در حدود ۱۸٪ تا ۱۰۰٪ قرار می‌گیرد.

برای تعیین پارامتر g در ابتدا رابطهٔ آن را با سایر پارامترها بررسی کرده و سپس با روش سعی و خطامقدار آن تعیین خواهد شد.

$$T_\circ = g^n T$$

در رابطهٔ بالا n تعداد مراحل تغییر دماست. با گرفتن لگاریتم از رابطهٔ بالا خواهیم داشت.

$$\ln T_\circ = n \ln g + \ln T$$

$$n = \frac{\ln T_\circ - \ln T}{\ln g}$$

با توجه به حدود به دست آمده خواهیم داشت :

$$n = \frac{-۳/۹۱}{\ln g}$$

با مقادیر مختلف برای پارامتر g و سایر محدودیتهای بحث شده، انتخاب نهایی صورت می‌گیرد. که نتیجه در جدول (۴) مشاهده می‌شود. با توجه به جدول (۴) مقدار g برابر ۰/۸۵ انتخاب می‌شود.

۲-۶ تعیین محدودهٔ فضای قابل بررسی

چهار پارامتر فضای TOTAL ، ACCEPT ، PERCENT و COUNT فضای جواب را محدود می‌سازند. در ابتدا مقدار قابل قبول یکی را ثابت در نظر گرفته بقیه به دست می‌آیند و سپس به انتخاب پارامترهای دیگر پرداخته می‌شود. در این جا هدف کم کردن تعداد نقاط بررسی شده توسط برنامه است. چنانچه با استفاده از کمترین نقاط در فضای مسئله به جواب مورد نظر دست یافته شود می‌توان:

۱- به تعیین حد بالای پارامتر TOTAL پرداخت. این پارامتر تعداد نقاط بررسی شده در یک دمای خاص را می‌شمارد. جدول (۵) چگونگی انتخاب پارامتر TOTAL را نشان می‌دهد.

۲- برای تعیین مقدار ACCEPT ، پارامتر TOTAL برابر با ۲۰ قرار داده می‌شود. مسئله حل می‌شود سپس با تغییر ACCEPT نتایج بررسی خواهند شد. جدول (۶) نتایج را نشان می‌دهد.

جدول ۵- چگونگی انتخاب پارامتر TOTAL

TOTAL	تعداد جواب نهایی	تعداد نقاط جستجو شده
۵۰	۳۰	۸۱۰
۲۵	۳۰	۲۶۰
*۲۰	۳۰	۲۱۵
۱۶	۲۹	۱۷۵
۱۲	۲۷	۱۳۵

* مقدار انتخاب شده

جدول ۶- چگونگی انتخاب پارامتر ACCEPT

ACCEPT	تعداد جواب نهایی	تعداد نقاط جستجو شده
۲۰	۳۰	۲۱۳
۱۰	۳۰	۲۱۰
*۸	۳۰	۲۰۸
۷	۲۹	۲۰۵

* مقدار انتخاب شده

جدول ۷- چگونگی انتخاب پارامتر COUNT

COUNT	تعداد جواب نهایی	تعداد نقاط جستجو شده
۱۵	۳۰	۴۷۵
۱۰	۳۰	۴۷۵
۵	۳۰	۴۰۵
*۳	۳۰	۳۵۰

* مقدار انتخاب شده

۶-۳ قانون توقف

پارامترهای PERCENT و COUNT به یکدیگر وابسته اند. با افزایش PERCENT سرعت تـغییر COUNT زیـاد مـی‌شود. در حالت ۳ = y چون تعداد نقاط قابل قبول زیاد است تغییر پارامتر PERCENT تأثیری در مسئله ندارد لذا مقدار آن به دلخواه برابر با ۲۵ انتخاب می‌شود. اگر مقدار PERCENT از ۵۰ بـیشتر شـود الگوریتم به طور ناگهانی متوقف می‌شود، ایـن حـالت مـعادل بـا یکباره سرد شدن است. پارامتر COUNT به همراه T_0 باعث قطع الگوریتم می‌شوند و اگر مقدار آن خیلی کم شود مسئله کارایی خود را از دست می‌دهد. جدول (۷) چگـونگی انـتخاب COUNT را نشان می‌دهد. حد پایین پارامتر مقدار ۳ خواهد بود.

جدول ۸- پارامترهای انتخابی در حالت $Y \geq ۳$

تعدادمحصول موجود در سیکل	تعدادنقاط بررسی‌شده	*COUNT*	*PERCENT*	*ACCEPT*	*TOTAL*	g	T_0	T	Y
۱۴	۳۴۰	۳	۲۵	۸	۲۰	۰/۸۵	۰/۰۰۱	۰/۰۵	۳
۲۰	۷۲۰	۵	۲۰	۱۰	۲۰	۰/۹	"	"	۴
۲۷	۲۸۷۰	۱۵	۱۰	۲۰	۷۰	۰/۹	"	"	۵
۳۴	۳۱۰۰	-	-	-	-	-	"	"	۶

۶-۴ انتخاب نهایی

بعد از اینکه مقدار پارامترهای مسئله در حالت y=۳ تعیین شدند با استفاده از محدودۀ حاصل و تغییر آن مقدار پارامترها برای حالتهای ..... و ۵ و y=۴ به دست آمده است. نتیجه در جدول (۸) نشان داده شده است.

چون تعداد نقاط جستجو شده در حالت y=۵ و y=۶ در حدود ۹ برابر بیشتر از حالت y=۳ است و طول سیکل بیش از ۲ برابر حالت y=۳ است. زمان حلّ مسئله در حدود ۱۵ برابر بیشتر از حالت y=۳ است به همین خاطر به کوچکترین محدوده‌ای که بیش از ۵۰٪ اوقات به جواب نهایی برسد اکتفا شده است.

برای به دست آوردن مقدار y، جواب نهایی مسئله در حالتهای y= ۳،۴،۵،۶،۷،۸ به دست آمده است و با توجه به متوسط هزینۀ سالیانه مقدار y = ۵ انتخاب شده است. در y = ۵ جواب نهایی کمترین هزینه را دارد. در جدول (۹) جوابهای نهایی برای حالتهای بالا ارائه شده‌اند.

۷- نتیجه‌گیری

در صورت حل مستقل (IS)[۴] مسئله تعیین اندازۀ تولید برای هر یک از این ۱۰ محصول، حداقل هزینه و زمان سیکل اختصاصی به دست می‌آید. روابطی که استفاده خواهند شد به قرار زیرند:

$$T_i^* = (۲A_i/h_i d_i(۱ - \frac{d_i}{p_i}))^{\frac{۱}{۲}} \qquad (i)$$

$$C_i^* = (۲A_i h_i d_i(۱ - \frac{d_i}{p_i}))^{\frac{۱}{۲}} \qquad (ii)$$

$$\sigma_i^* = S_i + (\frac{d_i}{p_i})\, T_i \qquad (iii)$$

زمان سیکل بهینه با حداقل کردن هزینه‌های نگهداری و آماده‌سازی از رابطۀ (i) به دست می‌آید و رابطۀ (ii) نیز این حداقل هزینه را نشان می‌دهد. مدّت زمانی که مقدار تولید شده از هر محصول باید در آن مصرف شود در رابطۀ (iii) آورده شده است. نتایج اعمال روش IS برای مثال عددی در جدول (۱۰) مشاهده می‌شود.

از جدول (۱۰) نتیجه می‌شود که حدّ پایین هزینۀ سالیانه ۴۸۹/۵۹ دلار است. سؤال این است که آیا این الگوی سیکلی امکانپذیر است. اگر پاسخ مثبت باشد در این صورت IS حلّ بهینه است. در حالت کلی شرط لازم برای امکانپذیری به صورت زیر است.

$$\sum_{i=۱}^{I} \sigma_i/T_i \leq ۱$$

برای IS این شرط صادق نیست یعنی

$$\sum_{i=۱}^{I} \sigma_i/T_i = ۱/۲۷$$

از طرف دیگر سیکلهای مستقل نیز امکانپذیر نیستند و کمبود موجودی حداقل برای محصول چهارم طبق رابطۀ زیر رخ خواهد داد:

$$\sigma_۷ + \sigma_۸ + \sigma_۹ = ۰/۴۶ + ۰/۵۱ + ۰/۹۲۸ = ۱/۸۹۵ > T^*_۴$$

لذا باید به دنبال جوابهای دیگری با حداقل هزینه که امکانپذیرند بود. علّت قابل‌قبول نبودن روش IS همین نادیده‌گرفتن شرط لازم برای امکانپذیری است. البته این مشکل با استفاده از ضرایب لاگرانژ برطرف می‌شود [۱۲].

همان طور که قبلاً بحث شد یکی از راهها در ELSP که امکانپذیری را تضمین می‌کند استفاده از زمان سیکل مشترک است.

جدول ۹- الف جوابهای نهایی در حالت مختلف

y	تعداد نقاط انتخاب شده	کل نقاط جستجوشده	تعداد محصولات درهرسیکل	زمان سیکل	هزینهٔ سیکل
۳	۲۶۲	۱۰۷۹	۱۴	۱۳/۴۷	۱۰۹۲/۷
۴	۲۳۰	۱۰۸۶	۲۰	۱۹/۸۴	۱۰۲۲/۷۹
۵*	۲۵۵	۱۰۷۷	۲۷	۲۶/۵۸	۱۰۰۸/۸۷
۶	۲۳۷	۱۰۷۹	۳۴	۳۳/۳۱	۱۰۱۰/۳۴
۷	۲۹۶	۱۰۶۶	۳۹	۳۸/۹۸	۱۰۱۹/۶۸
۸	۲۶۸	۱۰۷۸	۳۴	۳۳/۳۱	۱۰۱۰/۳۴

* مقدار انتخاب شده

جدول ۹- ب جواب نهایی در حالات مختلف

y	توالی
۳	۲۳۴۸۵۶۷۱۹۱۰۲۳۴۸
۴	۲۳۴۸۵۹۷۱۶۱۰۲۳۴۸۵۹۲۳۴۸
۵*	۲۳۴۸۵۹۱۰۱۶۷۲۳۴۸۵۹۱۰۲۳۴۸۵۹۲۳۴۸
۶	۲۳۴۸۵۹۱۰۱۶۷۲۳۴۸۵۹۱۰۲۳۴۸۵۹۱۰۲۳۴۸۵۹۲۳۴۸
۷	۲۴۸۵۳۹۱۰۱۶۷۲۴۸۵۳۹۱۰۲۴۸۵۳۹۱۰۲۴۸۵۳۹۲۴۸۵۳۹۲۴۸
۸	۲۳۴۸۵۹۱۰۱۶۷۲۳۴۸۵۹۱۰۲۳۴۸۵۹۱۰۲۳۴۸۵۹۲۳۴۸

* مقدار انتخاب شده

در این روش $T_1 = T_2 = ... T_I = T^*$ است. با استفاده از رابطهٔ زیر سیکل مشترک به دست می‌آید:

$$T^* = \left(\frac{2\sum A_i}{\sum h_i d_i(1 - d_i/p_i)}\right)^{\frac{1}{2}}$$

حلّ مثال با روش زمان سیکل مشترک که هر محصول در هر سیکل یکبار فقط تولید شود منجر به هزینهٔ ۱۳۱۱/۰۸ دلار می‌شود که حدّ بالای هزینه سالیانه است. زمان سیکل مشترک نیز ۱۰/۶۳ روز است.

بحث مطرح شده در مباحث قبلی بر مبنای تلفیقی از تعیین اندازهٔ تولید و زمان سیکل و تعیین توالی انجام کارها بوده و هدف نیز رسیدن به یک حدّ بالای بهتر است. همان طورکه در جدول (۹) مشاهده می‌شود هزینه در حالت استفاده از سیکل مشترک که در آن هر محصول بتواند بیش از یکبار در هر سیکل تولید شود به مراتب کمتر از حالت ساده سیکل مشترک است. به عبارتی ادغام تعیین اندازهٔ تولید و تعیین توالی منجر به جوابهای بهتری شده است. البته مشاهده می‌شود که اگر y حدّ بالای تعداد دفعه‌ای که هر محصول می‌تواند در هر سیکل تولید شود برابر ۵ باشد، هزینه، حداقل مقدار خود را خواهد داشت.

در رابطه با کاربرد این روش در عمل می‌توان گفت که بزرگ بودن y باعث طولانیتر شدن سیکل می‌شود و در شرایطی که محیط برنامه‌ریزی پویا باشد باید طول سیکل کوتاه باشد. به عبارتی انتخاب نهایی بین مقادیر ۲ و ۳ و ۴ و ۵ مشروط بر چگونگی محیط برنامه‌ریزی است.

در انتها می‌توان نتایج زیر را ارائه کرد

۱- روش SA روش مناسبی برای حل مسئله ELSP است.

جدول ۱۰- نتایج حل مستقل مسئلهٔ تعیین اندازهٔ تولید برای مثال

محصول	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	جمع
T_i^* (روز)	۱۰/۸۱	۲/۴۳	۲/۵۳	۱/۲۶	۳/۲	۶/۸۸	۱۳/۱۹	۱/۳	۳/۹۷	۲/۵۳	-
σ_i	۰/۱۸۵۸	۰/۱۶۳	۰/۲۹۶	۰/۳۱	۰/۲۹	۰/۱۷۵	۰/۴۶	۰/۵۱	۰/۹۲۵	۰/۱۰۹	۳/۴۲۴
C_i	۲/۷۷	۱۶/۴۲	۲۳/۶۷	۱۵/۸۷	۶۸/۵۹	۱۴/۵۳	۴۷	۱۹۶	۱۰۰/۷۹	۳/۹	۴۸۹/۵۹

۲- تلفیق تعیین توالی و تعیین اندازه تولید (زمان سیکل) نتایج بهتری را نسبت به روش مرسوم سیکل مشترک حاصل می‌کند.

۳- در مدل ارائه شده محدودیت ظرفیت و نداشتن کمبود موجودی همزمان در نظر گرفته شده و توالی به دست آمده امکانپذیر است.

واژه نامه

1. Simulated Annealing
2. Economic Lot Scheduling Problem
3. basic period
4. independent solution

مراجع

1. Roger, J., "A Computational Approach to the Economic Lot Scheduling Problem," Management Science, 4, pp. 264-291, 1958.
2. Elmaghraby, S.,"The Economic Lot Scheduling Problem (ELSP)," *Review and Extensions, Management Science,* 24(16), pp. 586-598, 1978.
3. Hsu, W.," On the General Feasibility Test for Scheduling Lot Sizes for Several Products on One Machine," *Management Science,* 29, pp. 93-105, 1983.
4. Axsater, S., "An Extended Basic Period Approach for Economic Lot Scheduling Problems," working paper, Department of Production Economics, Linkoping Institute of Technology, 1983.
5. Davis, S. G.," An Improved Algorithm for Solving the Economic Lot Size Problem," *International Journal of Production Research,* 33(4), pp. 1007-1026, 1995.
6. Maxwell, W. L., "The Scheduling of Economic Lot Sizes," Naval Res. Logist. Quart. 11, pp. 89-124, 1964.
7. Dobson, G.,"The Economic Lot-Scheduling problem: Achieving Feasibility Using Time-Varying Lot Sizes," *Operation Research*, 35 (5), pp. 764-771, 1985.
8. Gallego, G., "The Extended Economic Lot Scheduling Problem," Technical Report 769, School of Operations Research and Industrial Engineering. Cornell University, Ithaca, N.Y. 1988.
9. Kirkpatrick, S., Gelatt, D.D. JR., and Vecchi, M. P.," Optimization by Simulated Annealing," *Management Science*, 220, pp. 671-680. 1983.
10. Johnson, D. S., Aragon, C. R., McGeogh, L. A., and Schevon, C.," Optimization by Simulated Annealing: an Experimentation Evaluation," Part 1, Graph Partitioning, *Operations Research,* 37, pp. 865-891. 1989.
11. Bomberger, E., "A Dynamic Programming Approach to a Lot Size Scheduling Problem," *Management Science,* 12(11), 1966.
12. Parson, R., Mutiproduct Lot Size Determination When Certain Restrictions Are Active," *Journal of Industrial Engineering,* 17(7), pp. 360-363, 1966.