

# تحلیل تنش و انرژی در فرایند شکل دهی غلتکی سرد

محمود فرزین\* و مهدی تاجداری\*\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۷۷/۵/۵ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۷۷/۱۱/۲۱)

چکیده - در این بررسی، فرایند شکل دهی غلتکی سرد برای تولید مقاطع کانال متقارن تحلیل تنش و انرژی شده است. هندسه جسم به کمک یک تابع شکل تقریب زده شده است. سپس کرنشهای عرضی، طولی و برشی محاسبه شده اند و به کمک معادله های لوی - میسز، و پراندل - روس و همچنین با منظور کردن اصل باشینگر توزیعهای تنش به دست آمده اند. پس از متعادل نمودن نیروی طولی در هر گام، انرژی تغییر شکل ورق بین ایستگاههای متوالی محاسبه و با تغییر تابع شکل حداقل شده است. کرنشها و تنشها در نقاط مختلف ورق ارائه شده و مقایسه کرنشهای نظری با کارهای تجربی موجود رضایتبخش بوده است. در این بررسی، به کارگیری معادله لوی - میسز به منظور کاهش زمان محاسبات، توجه به اصل باشینگر و محاسبه کرنشها و تنشهای برشی تازه دارد.

## Stress Analysis and Energy Estimation in Cold-Roll Forming Process

M. Farzin and M. Tajdari

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology

**ABSTRACT-** *In this article, stress analysis and energy estimation during cold-roll forming of symmetrical channel sections have been discussed. Geometry of sheet strip is pre-estimated by a shape function. Then longitudinal, transversal and shear strains have been calculated. Using both the Levy-Mises and the Prandtl Reuss equations, and also considering the Bauschinger effect, stress distributions have been obtained. Preestimated geometry can be modified by minimization of deformation energy. Strains and stresses at different points have been represented and predicted strains have been satisfactorily compared with experimental data. Application of the Levy-Mises equations for reducing computational time, presentation of stress distributions including shear stresses, and consideration of the Bauschinger effect are the new concepts of this paper.*

\*\* دانشجوی دکترا

\* استادیار

## فهرست علائم

$D^e$	ماتریس ارتباط مؤلفه‌های تنش و کرنش در جهات مختلف (معادله ۲، بدون بعد)	
$D^p$	ماتریس ارتباط مؤلفه‌های تنش و کرنش پلاستیک (معادله ۱۱، بدون بعد)	
$E$	مدول الاستیسیته (معادله ۲، $N/mm^2$ )	
$G$	مدول برشی (معادله ۱۲، $N/mm^2$ )	
$H$	نرخ کار سختی (معادله ۷، $N/mm^2$ )	
$L$	فاصله دو ایستگاه متوالی (معادله ۱، $mm$ )	
$n$	پارامتر تابع شکل (معادله ۱، بدون بعد)	
$S_{(Y)}$	تابع شکل (معادله ۱، بدون بعد)	
$V$	حجم (معادله ۲۳، $mm^3$ )	
$W$	انرژی تغییر شکل (معادله ۲۳)	
		$(N \cdot mm)$
$Y$	مختصه طولی در هر گام از پیشروی (معادله ۱، $mm$ )	
$Y_1$	مختصه طولی اولین ایستگاه در هر فاصله ایستگاهی (معادله ۱، $mm$ )	
$Y_s$	تنش تسلیم کششی (معادله ۷، $N/mm^2$ )	
$Y'_s$	تنش تسلیم فشاری (معادله ۲۲، $N/mm^2$ )	
$d\varepsilon_{ij}$ و $d\varepsilon$	ماتریس نمو کرنش و نمو کرنشهای الاستیک (معادله ۲، بدون بعد)	
$d\bar{\varepsilon}$	نمو کرنش مؤثر (معادله ۶، بدون بعد)	
$\bar{\varepsilon}$	کرنش مؤثر (معادله ۷، بدون بعد)	
$d\varepsilon_{ij}^e$	نمو کرنشهای الاستیک در جهات مختلف (معادله ۱۲، بدون بعد)	
$d\varepsilon_{ij}^p$	نمو کرنشهای پلاستیک در جهات مختلف (معادله ۶، بدون بعد)	
$\sigma_{ij}$	تنشها در جهات مختلف (معادله ۴، $N/mm^2$ )	
$\bar{\sigma}$	تنش مؤثر (معادله ۴، $N/mm^2$ )	
$\bar{\sigma}'$	تنش مؤثر موقتی (معادله ۲۱، $N/mm^2$ )	
$d\sigma_{ij}$ و $d\bar{\sigma}$	ماتریس نمو تنش و نمو تنشها در جهات مختلف (معادله ۲، $N/mm^2$ )	
$\sigma'_y$ و $\sigma'_x$	تنشهای کاهش یافته (معادله ۵، $N/mm^2$ )	
$d\sigma'_{ij}$	نمو تنشهای کاهش یافته در جهات مختلف (معادله ۱۲، $N/mm^2$ )	
$d\sigma_m$	نمو تنش متوسط (معادله ۱۲، $N/mm^2$ )	
$\nu$	ضریب پواسون (معادله ۲، بدون بعد)	

### ۱- مقدمه

فرایند شکل دهی غلتکی سرد، به نظریه لوی - میسر توجهی نشده و تنها از معادله‌های پراندل - روس برای بیان معادله‌های تنش و کرنش استفاده شده است. عمده‌ترین تحلیلها در این فرایند توسط کیوچی و همکارانش [۱] براساس معادله‌های پراندل - روس در مورد تولید مقاطع دایره‌ای انجام استفاده شده است. کیوچی برای توصیف شکل هندسی نوار فلزی بین دو ایستگاه با تقسیم نوار به تعداد زیادی اجزای کوچک، از یک تابع شکل سینوسی با یک پارامتر متغیر کمک گرفته است سپس با فرض اینکه مقاطع عرضی نوار فلزی تغییر شکل یافته در صفحات عمود بر محور طولی نوار قرار گرفته‌اند و می‌توانند در امتداد این محور حرکت کنند، میدان کرنش را محاسبه کرده است. سپس با استفاده از معیار تسلیم و معادله‌های پایه، میدان تنش را تعیین کرده است. در مرحله بعد با انتگرالگیری عددی توان تغییر شکل را به دست آورده، سپس با تغییر پارامتر متغیر در تابع شکل، روند بالا را آن قدر تکرار کرده تا توان

در فرایند شکل دهی غلتکی سرد<sup>۱</sup>، ورق فلزی به‌طور پیوسته با عبور از مجموعه غلتکهای دوار تغییر شکل پیدا می‌کند. در این فرایند عمل شکل دهی به صورت آرام و مرحله‌ای انجام می‌شود، یعنی در هر مرحله نسبت به مرحله قبل تغییر شکل بیشتری به فلز اعمال می‌شود تا آنکه سرانجام نوار فلزی به شکل مقطع مورد نظر تبدیل شود.

به منظور تعیین انرژی لازم برای تغییر شکل ورق، شناسایی کرنشها و تنشها ضروری است. برای تعیین تنشها باید دقت کرد که در این فرایند هم تغییر شکل الاستیک و هم پلاستیک اتفاق می‌افتد. در ناحیه الاستیک از قانون هوک<sup>۲</sup> استفاده می‌شود در حالی که در ناحیه پلاستیک دو نظریه یکی لوی - میسر<sup>۳</sup> و دیگری پراندل - روس<sup>۴</sup> قابل استفاده‌اند.

تاکنون در تمامی مقالات منتشر شده در زمینه تحلیل تنشها در

محاسبات دقیق‌ترند ولی برای استفاده از این نظریه به دلیل حل معادله‌ها به روش سعی و خطا زمان محاسبات نسبتاً بالاست. در حالی که تعیین تنشها از نظریه لوی - میسز بدون حلقه‌های محاسباتی و صریح است.

## ۲- تحلیل تنشها

### ۱-۲- تعیین کرنشها

برای تعیین تنشها، شناسایی کرنشها ضروری‌اند. نحوه محاسبه کرنشها در مرجع [۹] ارائه شده است و به طور اختصار به شرح زیر است.

مبدأ مختصات XYZ مطابق شکل (۱) در نقطه‌ای قبل از ناحیه اول تغییر شکل ورق در لایه میانی نوار و در صفحه تقارن مقطع در نظر گرفته می‌شود. توزیع زاویه خمش با در نظر گرفتن یک تابع شکل مناسب که با طبیعت فرایند سازگار باشد معرفی شده است و در هر گام از پیشروی ورق، مختصات نقاط مختلف آن تعیین می‌شوند. در این تحلیل از تابع شکل سینوسی شامل پارامتر  $n$  به صورت زیر کمک گرفته شده است.

$$S_{(Y)} = \sin \left[ \frac{\pi}{2} \left( \frac{Y - Y_1}{L} \right)^n \right] \quad (1)$$

سپس با در نظر گرفتن مختصات سه بعدی محلی xyz که مبدأ آن در هر نقطه‌ای واقع بر لایه میانی ورق در فضا مستقر شده، کرنشهای عرضی  $(\epsilon_x)$ ، طولی  $(\epsilon_y)$  و برشی  $(\gamma_{xy})$  به دست می‌آیند. در این محاسبات نوار ورق به تعدادی جزء در جهات، X و Z تقسیم شده و در این تقسیمات هر نقطه از ورق با شماره "i" در جهت X و با شماره "k" در جهت Z مشخص می‌شود. ضمناً در جهت Y، فرایند تغییر شکل به گامهایی تقسیم و شماره هر گام با "j" معرفی می‌شود.

### ۲-۲- فرضیات

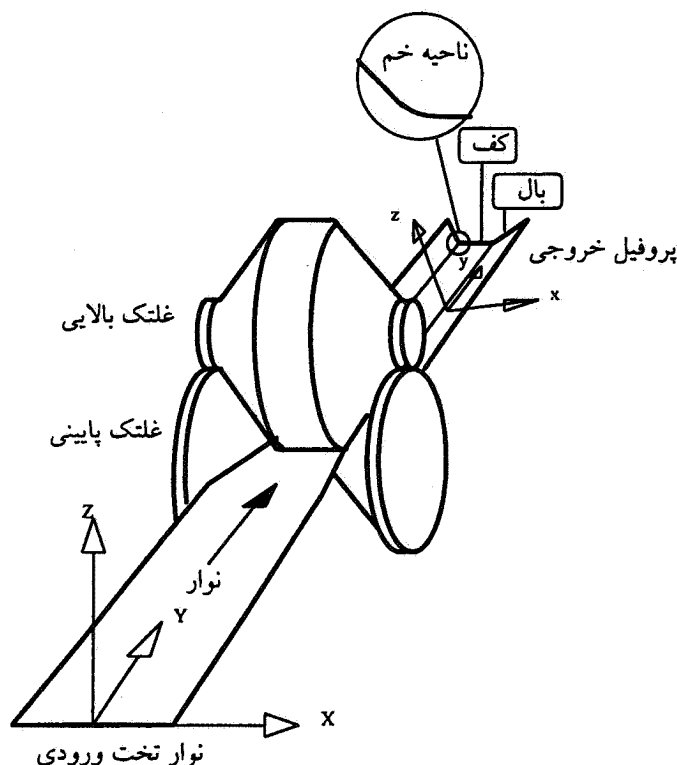
برای تعیین تنشها فرضیات زیر در نظر گرفته می‌شوند:

- ۱- از مؤلفه تنش در جهت ضخامت ورق صرف نظر می‌شود  $(\sigma_{z(i,j,k)} = 0)$ . همچنین فرض می‌شود که  $\tau_{xz(i,j,k)} = 0$  و  $\tau_{yz(i,j,k)} = 0$  باشد.
- ۲- نمودار تنش - کرنش به صورت الاستیک - کارسختی خطی  $\sigma - \epsilon$

کمترین مقدار ممکن شود و به این ترتیب به شکل هندسی و میدانهای کرنش واقعی نزدیک شده است. تحلیل جامع دیگری از این فرایند در مورد مقاطع کانالی توسط تریشفسکی [۲] انجام شده که در آن طول تغییر شکل به دو ناحیه تقسیم شده است. در ناحیه اول طی فرایندی یکنواخت و به کمک یک معادله سینوسی، به تدریج زاویه خمش ورق افزایش یافته، کرنشها و در نتیجه تنشهای عرضی به بیشترین مقدار ممکن می‌رسند. در ناحیه دوم و در ادامه حرکت نوار، زاویه خمش ورق کمی کاهش یافته و پدیده بار برداری الاستیک و برگشت فتری در نظر گرفته شده است.

روش دیگری برای مدلسازی این فرایند براساس حداقل کردن انرژی توسط پنتون [۳] معرفی شده است در این مدل براساس مطالعات تجربی، توزیع زاویه خمش ورق بین هر دو ایستگاه به کمک یک رابطه سینوسی که شامل یک پارامتر متغیر است پیشنهاد شده و با استفاده از این مدل شکل نوار ورق بین ایستگاهها آن قدر تغییر می‌کند تا به شکلی برسد که توان لازم حداقل شود. در کار تحلیلی باتاچاریا و همکارانش [۴] در مورد مقاطع کانال متقارن فرض شده که شکل دهی ورق از یک نقطه خاص بین دو ایستگاه شروع شده و قبل از آن هیچ تغییری پدید نمی‌آید. فاصله بین این نقطه تا ایستگاه بعدی که طول تغییر شکل نام گرفته، با محاسبه کار ناشی از خمش و کشش و حداقل کردن آن و در نظر گرفتن توزیع زاویه خمش ورق توسط یک معادله درجه دوم، تعیین شده است. اخیراً داگال و همکارانش [۵] با ارائه یک برنامه رایانه‌ای به تحلیل مقاطع باز U و V و C پرداخته‌اند ولی در این تحلیل هیچ اشاره‌ای به چگونگی محاسبات تنش نشده است. همچنین به تازگی توسط هیزلیتز و همکارانش [۶] و اشموخل و سیتزمان [۷] با استفاده از شبیه سازی فرایند به کمک روش اجزای محدود و با سود جستن از نرم افزارهای تجاری، نتایجی برای مقاطع کانال ساده ارائه شده است.

در این مقاله برای تعیین تنشها در ناحیه پلاستیک از معادله‌های لوی - میسز و پراندل - روس استفاده شده و نتایج آنها با یکدیگر مقایسه شده‌اند. البته در نظریه لوی - میسز برای تعیین تنشها از نمو کرنشهای کل کمک گرفته می‌شود و در نتیجه به دلیل جدا نکردن نمو کرنش الاستیک از نمو کرنش پلاستیک تا حدودی خطا وارد محاسبات می‌شود. در نظریه پراندل - روس به کمک معادله‌های یامادا [۸] تنشها از نمو کرنشهای پلاستیک به دست آمده و



شکل ۱- تصویر شماتیک تغییر شکل نوار ورق در عبور از یک ایستگاه و مختصات مورد استفاده در این تحلیل

سپس مقادیر تنش در این گام با جمع کردن نمو تنشها با تنشهای گام قبل به صورت زیر تعیین می شوند.

$$\sigma_{(i,j,k)} = \sigma_{(i,j-1,k)} + d\sigma_{(i,j,k)} \quad (3)$$

معادله های بالا تا زمانی قابل استفاده اند که نقطه مورد نظر در منطقه الاستیک باشد ولی با توجه به معیار فون - میسز اگر

$$[\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2]_{(i,j,k)} > \bar{\sigma}_{(i,j,k)}^2 \quad (4)$$

در این صورت در گام  $j$  ام این نقطه وارد منطقه پلاستیک شده است و بایستی از معادله های لوی - میسز یا پراوندل - روس استفاده شود. درست راست معادله بالا تنش تسلیم لحظه ای هر نقطه از ورق، معادل تنش مؤثر  $\bar{\sigma}(i,j,k)$  در نظر گرفته شده و به سوابق کرنش آن نقطه بستگی دارد. به عبارت دیگر مقدار این تنش برای نقاط مختلف ورق می تواند متفاوت باشد.

فرض می شود و به علت تغییر شکل رفت و برگشتی در هر ایستگاه، اصل باشینگر<sup>۶</sup> نیز به حساب آمده است. ۳ - برای تغییر شکل پلاستیک معیار تسلیم فون - میسز<sup>۷</sup> در نظر گرفته می شود.

### ۳-۲- تعیین تنشها

در ابتدای ایستگاه اول که کلیه کرنشها و تنشها صفرند به اندازه گام مشخصی مانند  $\Delta Y$  در جهت حرکت ورق جلورفته و پس از تعیین نمو کرنشها با استفاده از قانون هوک برای نقاط مختلف ورق از معادله های زیر نمو تنشها محاسبه می شوند.

$$d\sigma_{(i,j,k)} = E D^e d\epsilon_{(i,j,k)} \quad (2)$$

$$d\sigma_{(i,j,k)} = \begin{bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{bmatrix}_{(i,j,k)}, \quad d\epsilon_{(i,j,k)} = \begin{bmatrix} d\epsilon_x \\ d\epsilon_y \\ d\gamma_{xy} \end{bmatrix}_{(i,j,k)}$$

$$D^e = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

۲-۵- محاسبه تنشها با استفاده از معادله‌های پراندل - روس  
با در نظر گرفتن فرض تنش صفحه‌ای، معادله‌های پراندل - روس  
برای یک نقطه خاص از ورق در گام  $\lambda$ م در حالت پلاستیک

$$\left[ d\lambda = \frac{d\varepsilon_x^p}{\sigma'_x} = \frac{d\varepsilon_y^p}{\sigma'_y} = \frac{d\gamma_{xy}^p}{\tau_{xy}} = \frac{\nu}{2} \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \right]_{(i,j,k)} \quad (10)$$

به صورت زیر است  
می توان از معکوس معادله‌های بالا که توسط پامادا معرفی شده  
به صورت زیر استفاده کرد

$$d\sigma_{(i,j,k)} = ED_{(i,j,k)}^p d\varepsilon_{(i,j,k)} \quad (11)$$

$$D^p = \frac{1}{Q} \begin{bmatrix} \sigma'_y + \nu P & & \text{SYM.} \\ -\sigma'_x \sigma'_y + \nu P & \sigma'_x + \nu P & \\ \sigma'_x + \nu \sigma'_y & -\sigma'_y + \nu \sigma'_x & \tau_{xy} \\ \frac{R}{\nu(1+\nu)} + \frac{\nu H}{4E} (1-\nu) \bar{\sigma}^2 \end{bmatrix}$$

$$P_{(i,j,k)} = \left[ \frac{\nu H}{4E} \bar{\sigma}^2 + \frac{\tau_{xy}^2}{1+\nu} \right]_{(i,j,k)}, \quad \text{به طوری که}$$

$$Q_{(i,j,k)} = R_{(i,j,k)} + \nu(1-\nu^2) P_{(i,j,k)},$$

$$R_{(i,j,k)} = \left[ \sigma_x'^2 + \nu \sigma_x' \sigma_y' + \sigma_y'^2 \right]_{(i,j,k)}$$

همان طور که ملاحظه می شود نمو تنشها تابعی از تنشهای  
جاری هستند. ضمن آنکه برای تعیین  $\bar{\sigma}_{(i,j,k)}$  که در معادله (۷)  
تعریف شده، محاسبه مقدار نمو کرنش مؤثر طبق معادله‌های (۶) و  
(۸)، و در نهایت دانستن نمو کرنشهای پلاستیک ضروری هستند. در  
ناحیه تغییر شکل پلاستیک، با برداشتن مؤلفه نمو کرنشهای  
الاستیک از نمو کرنشهای کل، نمو کرنشهای پلاستیک تعیین  
می شوند. از طرفی نمو کرنشهای الاستیک از معادله‌های زیر تعیین  
می شوند

$$\left[ \begin{aligned} d\varepsilon_x^e &= \frac{d\sigma_x'}{2G} + \frac{(1-\nu)}{E} d\sigma_m \\ d\varepsilon_y^e &= \frac{d\sigma_y'}{2G} + \frac{(1-\nu)}{E} d\sigma_m \\ d\gamma_{xy}^e &= \frac{d\tau_{xy}}{2G} \end{aligned} \right]_{(i,j,k)} \quad (12)$$

۲-۴- محاسبه تنشها با استفاده از معادله‌های لوی - میسر  
با در نظر گرفتن فرض تنش صفحه‌ای، معادله‌های لوی - میسر  
برای نقطه خاصی از ورق و در گام  $\lambda$ م که وارد ناحیه پلاستیک شده  
به صورت زیر است:

$$\left[ d\lambda = \frac{d\varepsilon_x}{\sigma'_x} = \frac{d\varepsilon_y}{\sigma'_y} = \frac{d\gamma_{xy}}{\tau_{xy}} = \frac{\nu}{2} \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \right]_{(i,j,k)} \quad (5)$$

در معادله‌های بالا  $d\bar{\varepsilon}_{(i,j,k)}$  نمو کرنش مؤثر بوده و از معادله زیر  
به دست می آید:

$$\left[ d\bar{\varepsilon} = \left[ \frac{\nu}{4} \left[ (d\varepsilon_x^p - d\varepsilon_y^p)^2 + (d\varepsilon_y^p - d\varepsilon_x^p)^2 + (d\varepsilon_z^p - d\varepsilon_x^p)^2 + 6(d\gamma_{xy}^p)^2 \right] \right]^{\frac{1}{2}} \right]_{(i,j,k)} \quad (6)$$

در معادله (۵)،  $\bar{\sigma}_{(i,j,k)}$  تنش مؤثر بوده و با فرض مدل  
الاستیک - کارسختی خطی، از معادله زیر تعیین می شود.

$$\bar{\sigma}_{(i,j,k)} = Y_s + H \bar{\varepsilon}_{(i,j,k)} \quad (7)$$

مقدار  $\bar{\varepsilon}_{(i,j,k)}$  از معادله زیر به دست می آید.

$$\bar{\varepsilon}_{(i,j,k)} = \bar{\varepsilon}_{(i,j-1,k)} + d\bar{\varepsilon}_{(i,j,k)} \quad (8)$$

به این ترتیب از معادله‌های (۵) مقدار تنش برشی  $\tau_{xy}(i,j,k)$   
قابل محاسبه است. همچنین از معادله‌های مزبور تنشهای کاهش  
یافته  $\sigma'_x(i,j,k)$  و  $\sigma'_y(i,j,k)$  به دست آمده و با توجه به فرض  
 $\sigma_z(i,j,k) = 0$  می توان از معادله‌های زیر تنشهای جهات X و Y را تعیین  
کرد.

$$\left[ \begin{aligned} \sigma_x &= \nu \sigma'_x + \sigma'_y \\ \sigma_y &= \nu \sigma'_y + \sigma'_x \end{aligned} \right]_{(i,j,k)} \quad (9)$$

از معادله‌های بالا مشخص است که تعیین تنشها و نه نمو تنشها،  
بدون استفاده از سوابق تنش و به طور صریح، بدون نیاز به حل  
دستگاههای معادله‌ها یا حلقه‌های محاسباتی زمانبر، امکانپذیر  
است و این موضوع از ویژگیهای معادله‌های لوی - میسر است.

نظر گرفته می‌شود. در این گام با استفاده از قانون هوک مقادیر تنشها معلوم‌اند. با توجه به مدل الاستیک - کار سختی خطی برای منحنی تنش - کرنش، مطابق شکل (۲) فرض می‌شود نقطه‌ای از ورق در گام  $j$  ام با نمو کرنشهای  $d\epsilon_x^A$  و  $d\epsilon_y^A$  و  $d\gamma_{xy}^A$  به انتهای مرحله الاستیک رسیده باشد. لازم به توضیح است که این شکل برای  $(\sigma_x$  و  $\epsilon_x)$  یا  $(\sigma_y$  و  $\epsilon_y)$  همچنین  $(\tau_{xy}$  و  $\gamma_{xy})$  می‌تواند در نظر گرفته شود. از آنجا که تا نقطه A هنوز حالت الاستیک برقرار

$$\left[ \begin{array}{l} d\epsilon_x^A = \frac{1}{E} (d\sigma_x^A - \nu d\sigma_y^A) \\ d\epsilon_y^A = \frac{1}{E} (d\sigma_y^A - \nu d\sigma_x^A) \\ d\gamma_{xy}^A = \frac{1}{G} (d\tau_{xy}^A) \end{array} \right]_{(i,j,k)} \quad \text{است می‌توان نوشت} \quad (13)$$

با فرض ثابت بودن نسبت نمو کرنشهای الاستیک به نمو

$$\left[ \frac{d\epsilon_x^A}{d\epsilon_x} = \frac{d\epsilon_y^A}{d\epsilon_y} = \frac{d\gamma_{xy}^A}{d\gamma_{xy}} \right]_{(i,j,k)} = m \quad \text{کرنشهای کل} \quad (14)$$

می‌توان نتیجه گرفت:

$$\left[ \frac{d\epsilon_x^A}{d\epsilon_y^A} = \frac{d\epsilon_x}{d\epsilon_y} \right]_{(i,j,k)} = C_1$$

$$\left[ \frac{d\epsilon_x^A}{d\gamma_{xy}^A} = \frac{d\epsilon_x}{d\gamma_{xy}} \right]_{(i,j,k)} = C_2 \quad (15)$$

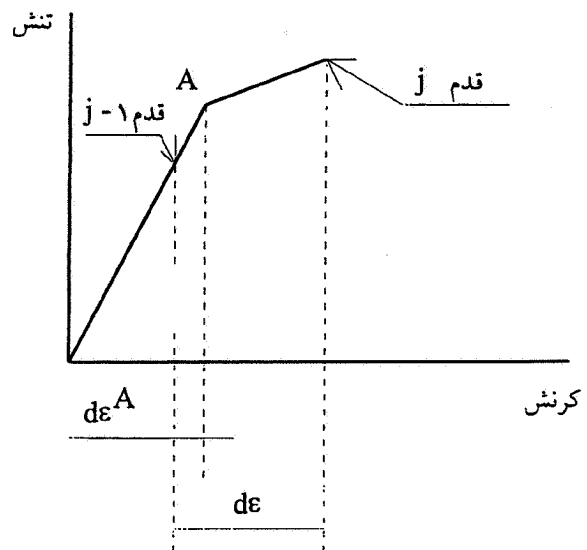
که با توجه به مشخص بودن مقادیر نمو کرنشها در گام  $j$  ام،  $C_1$  و  $C_2$  مقادیر معلومی‌اند. از معادله (۱۵) و با استفاده از معادله زیر:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (16)$$

می‌توان نتیجه گرفت

$$\left[ \begin{array}{l} d\sigma_y^A = \frac{1+C_1\nu}{C_1+\nu} d\sigma_x^A \\ d\tau_{xy}^A = \frac{C_1(1-\nu)}{2C_2(C_1+\nu)} d\sigma_x^A \end{array} \right]_{(i,j,k)} \quad (17)$$

از آنجا که نقطه A شروع ناحیه پلاستیک است با توجه به معیار فون-میسز در حالت تنش صفحه‌ای می‌توان نوشت:



شکل ۲- نمودار تنش - کرنش برای تعیین نمو کرنش مربوط به ناحیه پلاستیک در شروع تغییر شکل پلاستیک

با توجه به معادله‌های بالا ملاحظه می‌شود که نمو کرنشهای الاستیک نیز تابعی از تنشهای جاری‌اند.

از مطالب بالا چنین نتیجه می‌شود که حل معادله‌های یامادا برای دستیابی به نمو تنشها، مستلزم حل دستگاه معادله‌ها به روش سعی و خطا و صرف زمان زیادی است. در نهایت با داشتن نمو تنشها و جمع آنها با تنشهای گام ۱-  $j$  ام، تنشهای گام  $j$  ام قابل محاسبه‌اند. از ویژگیهای معادله‌های پراندل-روس آن است که برای هر نمو کرنش معلوم، نمو تنش به دست می‌آید و نه خود تنش.

## ۲-۶- تعیین نمو کرنش در شروع تغییر شکل پلاستیک

در شروع تغییر شکل پلاستیک یکی از نکاتی که برای تعیین تنشها باید مورد توجه قرار گیرد و در گزارش سایر محققان اشاره‌ای به آن نشده‌است، تعیین نمو کرنش در لحظه شروع تغییر شکل پلاستیک است. اگر نقطه‌ای از ورق در طی فرایند در گام ۱-  $j$  ام در حالت الاستیک بوده ولی در گام  $j$  ام وارد منطقه پلاستیک شده باشد، بایستی معلوم شود که چه مقدار از نمو کرنش کل به ناحیه پلاستیک مربوط است تا با توجه به آن و با استفاده از معادله‌های تنش - کرنش ناحیه پلاستیک تنشها محاسبه شوند. روش تعیین نمو کرنش مزبور به شرح زیر است:

ابتدا گام ۱-  $j$  ام که در آن هنوز حالت الاستیک برقرار است در

نقاط ورق نیز صفر در نظر گرفته می‌شوند. با حرکت ورق به اندازه گام مشخص  $\Delta Y$ ، پس از تعیین کرنشها و با استفاده از قانون هوک برای نقاط مختلف ورق از معادله‌های (۲) و (۳) تنشها قابل محاسبه‌اند. این روند در گامهای بعدی نیز تکرار می‌شود و در هر گام با استفاده از معیار فون - میسز مشخص می‌شود که آیا هر نقطه از ورق هنوز در مرحله الاستیک است یا وارد حالت پلاستیک شده است. بدین منظور برای هر نقطه از ورق، از معادله زیر تنش مؤثر موقتی تعیین می‌شود.

$$\left[ \bar{\sigma}' = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \right]_{(i,j,k)} \quad (21)$$

با مقایسه تنش مؤثر موقتی با تنش تسلیم گام قبل که مقدار آن معلوم است، حالت‌های مختلف قابل تشخیص‌اند.

۲ - برای هر نقطه از ورق که در ناحیه الاستیک کششی است، تنش تسلیم برابر  $Y_s$  در نظر گرفته می‌شود.

۳ - برای هر نقطه از ورق که در ناحیه پلاستیک کششی است، تنش تسلیم  $\bar{\sigma}(i,j,k)$  بوده و از معادله (۷) تعیین می‌شود.

۴ - برای هر نقطه از ورق که از ناحیه پلاستیک کششی، برگشت فیزیکی کرده و وارد ناحیه الاستیک می‌شود تنش تسلیم برابر  $Y_s$  در نظر گرفته می‌شود به طوری که با توجه به اصل باشینگر  $Y_s > Y_s$  در مورد تعیین  $Y_s$  در ادامه توضیح داده خواهد شد.

۵ - برای هر نقطه از ورق که از ناحیه پلاستیک کششی، برگشت فیزیکی کرده و وارد ناحیه پلاستیک فشاری می‌شود تنش تسلیم  $\bar{\sigma}(i,j,k)$  بوده و از معادله زیر تعیین می‌شود.

$$\bar{\sigma}_{(i,j,k)} = Y_s + H \bar{\epsilon}_{(i,j,k)} \quad (22)$$

با در نظر گرفتن نکات بالا حالت‌های مختلف احتمالی مطابق شکل (۳) به شرح زیرند.

#### الف - حالت الاستیک کششی

در این حالت اگر  $\text{code}(i,j-1,k) = 0$  یا  $\text{code}(i,j-1,k) = 1$  و  $\bar{\sigma}'_{(i,j,k)} < Y_s$  و  $\bar{\sigma}_{(i,j-1,k)} < Y_s$  در این صورت مطابق شکل (۳ - الف) تنشهای به دست آمده از معادله‌های الاستیک قابل قبول بوده و  $\text{code}(i,j,k) = 1$ .

$$\left[ \sigma_x^A + \sigma_y^A - \sigma_x^A \sigma_y^A + 3\tau_{xy}^A \right]_{(i,j,k)} = Y_s^2 \quad (18)$$

از طرفی تنشهای مربوط به نقطه A به صورت زیر قابل محاسبه‌اند:

$$\sigma_{(i,j,k)}^A = \sigma_{(i,j-1,k)} + d\sigma_{(i,j,k)}^A \quad (19)$$

با جاگذاری معادله‌های (۱۹) در معادله (۱۸) و با در نظر گرفتن معادله‌های (۱۷) معادله‌ای بر حسب  $d\sigma_{(i,j,k)}^A$  به دست می‌آید. با حل این معادله و با استفاده از معادله‌های (۱۷) تمامی نمو تنشهای مربوط به نقطه A به دست آمده و در نتیجه به کمک معادله (۱۳) نمو کرنشهای مربوط به نقطه A قابل محاسبه‌اند. بنابر این قسمتی از نمو کرنشهای گام  $j$  ام که مربوط به ناحیه پلاستیک است به صورت زیر تعیین می‌شوند

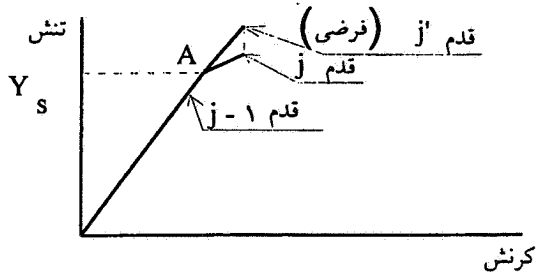
$$\left[ \begin{aligned} d\epsilon_x^A &= d\epsilon_x - d\epsilon_x^A \\ d\epsilon_y^A &= d\epsilon_y - d\epsilon_y^A \\ d\gamma_{xy}^A &= d\gamma_{xy} - d\gamma_{xy}^A \end{aligned} \right]_{(i,j,k)} \quad (20)$$

۳ - روند تعیین تنشها در فرایند شکل دهی غلتکی سرد برای بررسی جامع و کامل تنشها در طی فرایند شکل دهی غلتکی سرد در نقاط مختلف ورق، بایستی حالت‌های گوناگونی را مورد توجه قرار داد. نظر به اهمیت ویژه این حالتها در محاسبات تنشها، برای هر نقطه از نوار ورق کدهایی در نظر گرفته شده‌اند که با  $\text{code}(i,j,k)$  نمایش داده می‌شوند و با توجه به حالت خاص آن نقطه اعداد به خصوصی به این کدها نسبت داده می‌شود. برای سهولت در بیان حالت‌های مختلف و کدهای مربوطه، از منحنی تنش - کرنش کمک گرفته و در ادامه به آنها اشاره خواهد شد.

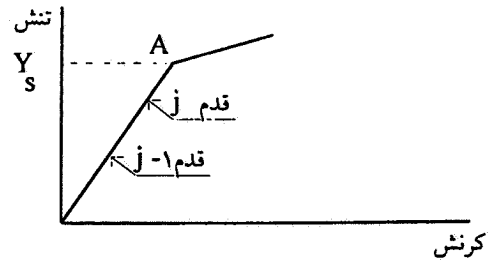
#### ۳-۱- روش محاسبات

برای تشخیص حالت‌های الاستیک و پلاستیک در نقاط مختلف ورق، به دلیل ایجاد وضعیت‌های گوناگون احتمالی در نواحی بال و خم مقطع، همچنین به خاطر در نظر گرفتن اصل باشینگر، روش محاسبات تنشها نسبتاً پیچیده است. بنابراین برای ورود به این بحث نکات زیر باید مورد توجه واقع شوند

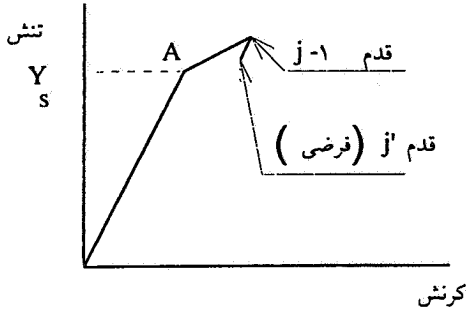
۱ - در ابتدای ایستگاه اول که کلیه تنشها صفرند کدهای تمامی



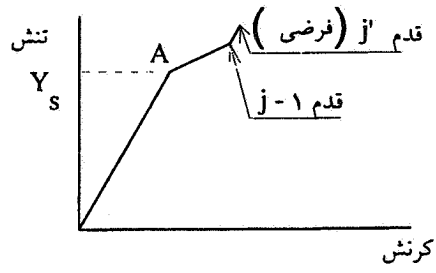
ب: ( code = ۲ )



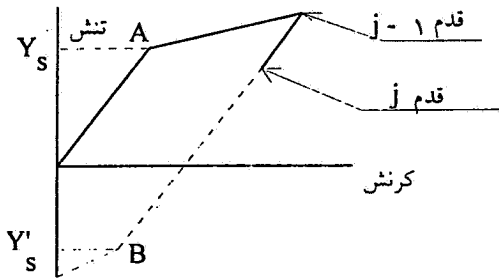
الف: ( code = ۱ یا code = ۲ )



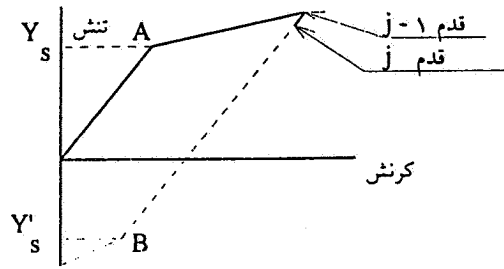
د



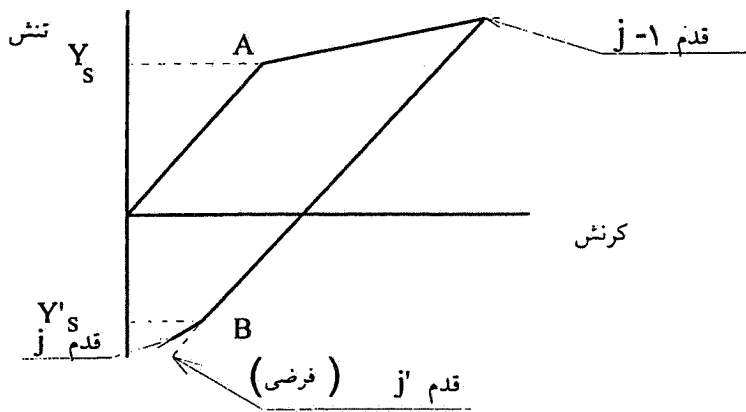
ج: ( code = ۳ )



و: ( code = ۵ )



ه: ( code = ۴ )



ز: ( code = ۶ )

شکل ۳- حالت‌های مختلف احتمالی در رفتار الاستیک - پلاستیک نقاط گوناگون ورق در فرایند تغییر شکل و کدهای مربوطه



### ب - حالت گذار از الاستیک به پلاستیک کششی

در این حالت اگر  $code(i,j-1,k) = 1$  و  $\bar{\sigma}_{(i,j-1,k)} < Y_s$  و در این حالت اگر  $\bar{\sigma}'_{(i,j,k)} > Y_s$  در این صورت مطابق شکل (۳-ب) پس از شناسایی نمو کرنشهای مربوط به نقطه شروع پلاستیک که جزئیات آن در بخش (۲-۶) ذکر شد، با استفاده از معادله‌های تنش - کرنش ناحیه پلاستیک، تنشها محاسبه می‌شوند. در چنین حالتی تنش تسلیم افزایش یافته و برابر تنش مؤثر در نظر گرفته می‌شود و  $code(i,j,k) = 2$ .

### تشخیص ادامه ناحیه پلاستیک و باربرداری الاستیک

در این حالت اگر  $code(i,j-1,k) = 2$  یا  $code(i,j-1,k) = 3$ ، در این صورت ممکن است تغییر شکل پلاستیک ادامه یابد یا آنکه برگشت فنی اتفاق بیفتد. برای تشخیص این موضوع، با نمو کرنشهای بسیار کوچک مثلاً با  $\frac{1}{1000}$  نمو کرنشهای گام زام وارد گام فرضی  $j'$  شده و با استفاده از معادله‌های الاستیک نمو تنشها به دست آمده و با تنشهای گام  $j-1$  زام جمع می‌شود. سپس تنش مؤثر موقتی گام  $j'$  تعیین می‌شود. به این ترتیب ادامه حالت پلاستیک کششی و باربرداری الاستیک به صورت زیراز یکدیگر قابل تفکیک‌اند.

### ج - حالت ادامه پلاستیک کششی

در این حالت مطابق شکل (۳-ج) اگر  $\bar{\sigma}(i,j-1,k) > \bar{\sigma}'(i,j',k)$  در این صورت تغییر شکل، پلاستیک است. بنابراین با نمو کرنشهای گام  $j$  و با استفاده از معادله‌های پلاستیک تنشها محاسبه می‌شوند. در این حالت باید توجه داشت که تنش تسلیم ماده افزایش یافته و معادل تنش مؤثر در نظر گرفته می‌شود. همچنین  $code(i,j,k) = 3$ .

### د - حالت باربرداری الاستیک

در این حالت مطابق شکل (۳-د) اگر  $\bar{\sigma}_{(i,j-1,k)} < \bar{\sigma}'_{(i,j',k)}$  در این صورت باربرداری الاستیک اتفاق افتاده است. بنابراین با نمو کرنشهای گام  $j$  و با استفاده از معادله‌های الاستیک مقادیر موقتی برای تنشها و تنش مؤثر محاسبه می‌شوند. در این وضعیت ممکن است سه حالت زیر پیش آید

د-۱ حالت بار برداری کوچک از پلاستیک کششی به الاستیک در این حالت مطابق شکل (۳-ه) اگر  $\bar{\sigma}_{(i,j-1,k)} < \bar{\sigma}'_{(i,j,k)}$  و در ضمن با ریز کردن نمو کرنشها و محاسبه تنشها و تنش مؤثر، همواره  $\bar{\sigma}'_{(i,j',k)} > Y_s$  در این صورت تنشهای موقتی محاسبه شده با استفاده از معادله‌های الاستیک برای گام  $j$  قابل قبول خواهند بود. در چنین حالتی  $code(i,j,k) = 4$  و تنش تسلیم برابر  $Y_s$  خواهند بود. لازم به توضیح است که اگر از اثر باشینگر صرف نظر شود  $Y_s = Y_s'$  در غیر این صورت  $Y_s > Y_s'$ .

### د-۲ حالت بار برداری بزرگ از پلاستیک کششی به الاستیک

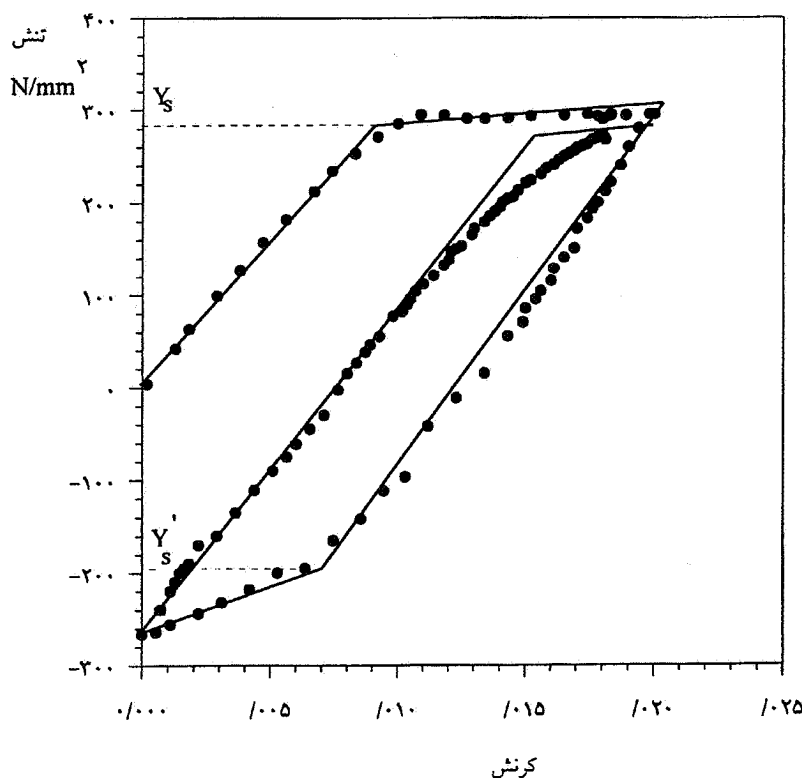
در این حالت مطابق شکل (۳-و) اگر  $\bar{\sigma}'_{(i,j,k)} < \bar{\sigma}_{(i,j-1,k)}$  در این صورت تنشهای موقتی محاسبه شده با استفاده از معادله‌های الاستیک برای گام  $j$  قابل قبول‌اند. در چنین حالتی  $code(i,j,k) = 5$  و تنش تسلیم برابر  $Y_s$  خواهد بود.

### د-۳ حالت بار برداری از پلاستیک کششی به پلاستیک فشاری

در این حالت مطابق شکل (۳-ز) اگر  $\bar{\sigma}_{(i,j,k)} > Y_s'$  و با ریز کردن نمو کرنشها و محاسبه تنشها و تنش مؤثر،  $\bar{\sigma}'_{(i,j',k)} > Y_s'$  در این صورت نتیجه می‌شود که ورق از گام  $j-1$  زام که در حالت پلاستیک و کششی به سر می‌برده، در گام  $j$  ام مستقیماً به حالت پلاستیک فشاری رسیده است. بنابراین با شناسایی نمو کرنشهای مربوط به تغییر شکل پلاستیک، به کمک معادله‌های پلاستیک تنشهای گام  $j$  قابل محاسبه‌اند. در این حالت  $code(i,j,k) = 6$  و تنش تسلیم برابر تنش مؤثر در این گام در نظر گرفته می‌شود.

### ه - حالت ادامه پلاستیک فشاری

در این حالت اگر  $code(i,j-1,k) = 6$  یا  $code(i,j-1,k) = 7$  با توجه به طبیعت فرایند چنین حالتی در نزدیکی غلتکها اتفاق می‌افتد و این نقطه از ورق همچنان در حالت پلاستیک فشاری به سر می‌برد تا از زیر غلتکها عبور کند. بنابراین با نمو کرنشهای گام  $j$  و با استفاده از معادله‌های پلاستیک، تنشها محاسبه می‌شوند. در این حالت  $code(i,j,k) = 7$ .



شکل ۴- بررسی اثر باشینگر در رفتار الاستیک - پلاستیک ورق

وضعیت تنش مورد توجه قرار گرفته است. برای مشخص شدن این اثر، آزمایشهایی بر روی نمونه‌هایی از ورق St-37 انجام شد که نمونه‌ای از نتایج به صورت نمودار تنش - کرنش در شکل (۴) ارائه شده است. در این شکل نمودار مزبور در یک و نیم سیکل با رفتارهای خطی تقریب زده شده است.

با توجه به این شکل همان گونه که در برخی از منابع ذکر شده [۱۰]، می‌توان نتیجه گرفت که مجموع قدرمطلق تنشهای تسلیم کششی و فشاری تقریباً دو برابر  $Y_s$  است و به این ترتیب  $Y_s'$  را می‌توان تعیین کرد.

#### ۵- اصلاح گام پیشروی

در هر گام از پیشروی نوار، با داشتن تنشها در جهت حرکت ورق نیروی طولی  $F_y$  که بر هر مقطع عرضی از ورق اعمال می‌شود قابل محاسبه است. با صرف نظر کردن از نیروی اصطکاک و در نتیجه نادیده گرفتن نیروی طولی وارده بر نوار از طرف غلتکها در این تحلیل  $F_y = 0$  در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر فرض می‌شود در امتداد حرکت ورق نیرویی بر آن وارد نمی‌شود. اگر

#### ۳-۳- ادامه تغییر شکل ورق پس از عبور از غلتکها

هنگام عبور ورق از زیر غلتکها و ورود آن به ناحیه تغییر شکل بعدی با توجه به اثر غلتکها بر روی ورق، فرض می‌شود شبکه‌های در نظر گرفته شده در آن به حالت متعامد در آیند. به عبارت دیگر در این حالت، تنشهای برشی تمامی نقاط ورق صفر منظور می‌شود. ضمناً کد مربوط به نقاطی که از مرحله پلاستیک گذشته و وارد ناحیه الاستیک شده‌اند برابر صفر در نظر گرفته شده و کد سایر نقاط حفظ می‌شود و با توجه به سوابق تنشهای جهات  $x$  و  $y$  مطابق با روند بالا محاسبات تنشها در مراحل بعدی فرایند ادامه خواهد یافت.

#### ۴- استفاده از اصل باشینگر در رفتار الاستیک -

##### پلاستیک ورق در طی فرایند

در بررسی رفتار الاستیک - پلاستیک ورق در طی مراحل مختلف فرایند، همان طور که در بخش (۲-۳) ذکر شد، ممکن است نقطه‌ای از ورق از حالت پلاستیک کششی به پلاستیک فشاری و یا بالعکس تغییر وضعیت دهد. در این مقاله برای اولین بار اثر باشینگر در تغییر

$F_Y$  برابر صفر نباشد، مقدار گام پیشروی  $\Delta Y$  بایستی اصلاح شده و محاسبات قبلی در همین گام تکرار شود. این تغییر و اصلاح  $\Delta Y$  و تکرار محاسبات تا وقتی که  $F_Y$  برابر صفر شود ادامه خواهد یافت.

#### ۶ - محاسبه انرژی و حداقل کردن آن

پس از متعادل کردن نیروی  $F_Y$  در هر گام از پیشروی نوار ورق، با داشتن تنشها و نمو کرنشها در نقاط واقع بر مقطع عرضی از نوار، انرژی صرف شده برای تغییر شکل ورق از معادله زیر قابل محاسبه است.

$$W = \sum_j \sum_k \sum_i \{ [\sigma_x d\epsilon_x + \sigma_y d\epsilon_y + \tau_{xy} d\gamma_{xy}] V \}_{(i,j,k)} \quad (23)$$

بدیهی است که انرژی به دست آمده از معادله (۲۳) با توجه به معادله (۱)، مستقل از پارامتر  $n$  نبوده و مقدار آن متغیر است. انرژی تغییر شکل بایستی کمترین مقدار ممکن را داشته باشد تا نتایج تجزیه و تحلیل بالا تقریب خوبی از نحوه تغییر شکل ورق را حاصل نماید. بنابراین پارامتر  $n$  به تدریج تغییر کرده و هر بار تجزیه و تحلیل تغییر شکل نوار بین دو ایستگاه و انرژی لازم محاسبه می شود. زمانی که انرژی به کمترین مقدار خود رسید تجزیه و تحلیل تغییر شکل ورق بین دو ایستگاه پایان می یابد. نتایج تجزیه و تحلیل در این مرحله به عنوان شرایط اولیه برای فاصله دو ایستگاه بعدی مورد استفاده قرار می گیرد. روندنمای تجزیه و تحلیل مربوطه در شکل (۵) نشان داده شده است.

#### ۷ - نتایج تحلیل و مقایسه با کارهای تجربی

۷-۱ - پیشنهاد استفاده از روش " لوی - میسز کنترل شده " در تحلیل تنش

بر اساس معادله های بالا و به منظور استخراج نتایج تحلیلی، یک برنامه رایانه ای جامع شامل بیش از ۱۲۰۰۰ خط به زبان فرترن تهیه شده و برای مقایسه با نتایج تجربی، برای تولید پروفیلی با مقطع کانال متقارن، اطلاعاتی مطابق با جدول (۱) به این برنامه داده شده است.

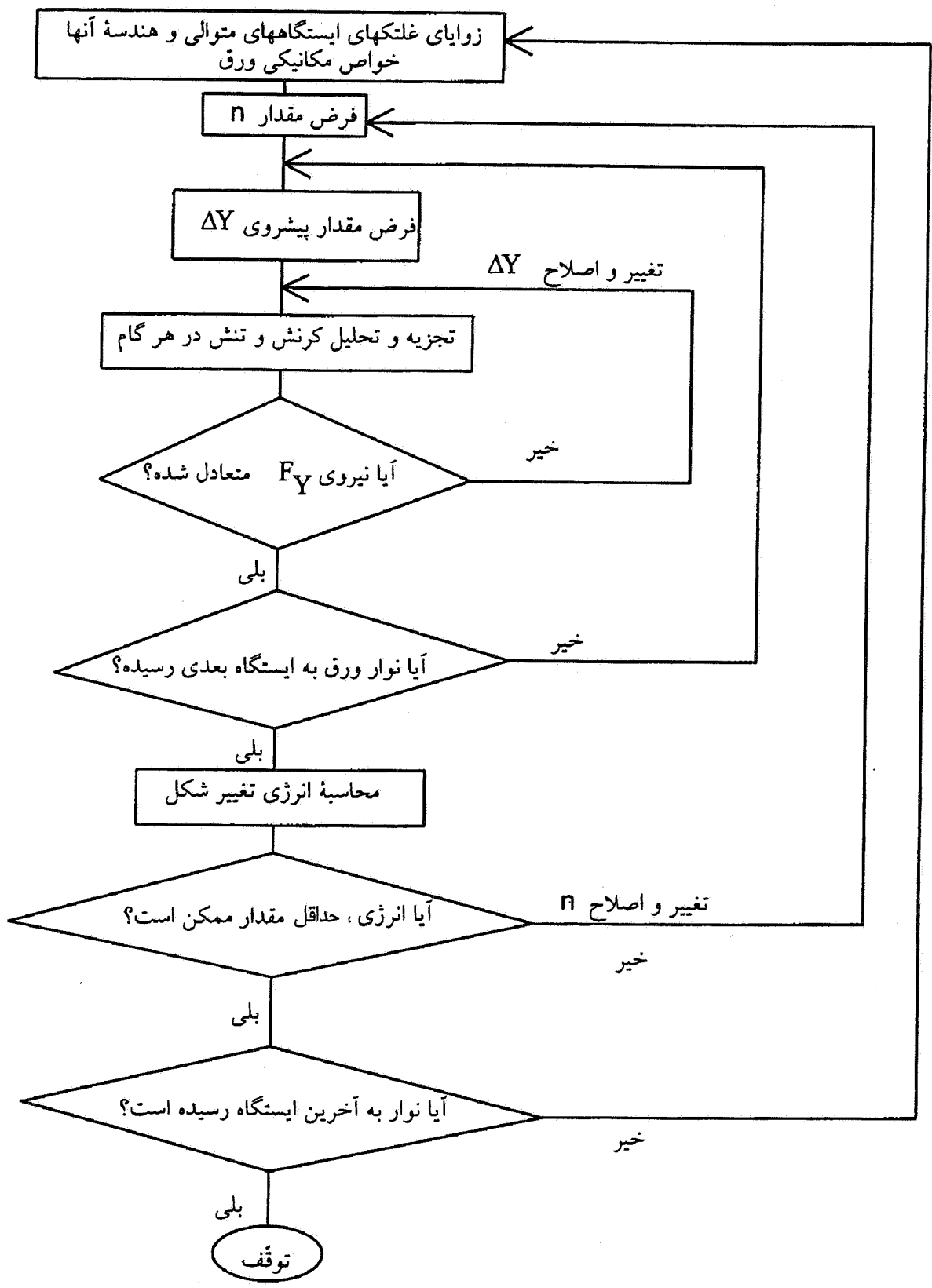
با توجه به نتایج تحلیلی به دست آمده ملاحظه می شود که اگر معادله های لوی - میسز به تنهایی در تمامی مراحل تغییر شکلهای

پلاستیک ورق مورد استفاده واقع شوند در بعضی از مراحل در مقادیر تنش پرشهایی پدید می آید. در حالی که اگر از معادله های پراندل - روس کمک گرفته شود، رفتار توزیع تنش بسیار هموار است. برای مثال تنشهای طولی به دست آمده از این دو نظریه در لبه بالایی ورق مطابق با مشخصات جدول (۱)، در شکل (۶) نشان داده شده اند. همان طور که مشاهده می شود در نواحی نزدیک غلتکها، همچنین هنگام رسیدن ورق به ایستگاه اختلاف تنشها در دو روش بیشتر است. علت این تفاوت آن است که در این مناطق نمو کرنش ناچیز است و در نتیجه نسبت نمو کرنشها در جهات مختلف به طور فاحش تغییر می کند. از طرفی طبق معادله های لوی - میسز بدون در نظر گرفتن سابقه تنشها فقط با استفاده از نمو کرنشهای هر گام، مستقیماً تنشهای مربوطه قابل محاسبه اند. بنابراین در چنین شرایطی تنشهای محاسبه شده از معادله های لوی - میسز می توانند دچار تغییرات زیادی شوند. برای رفع این مشکل، در تحلیل فرایند تا آنجا از معادله های لوی - میسز استفاده می شود که پرش نسبتاً زیادی در مقدار تنش طولی ایجاد نشود و فقط زمانی که نمو تنش طولی از یک حد معین، که مقدار آن به تجربه حدود ۳۰٪ تنش تسلیم کششی به دست آمده است تجاوز کند از معادله های پراندل - روس کمک گرفته و مجدداً معادله های لوی - میسز مورد استفاده واقع می شوند. به این ترتیب ضمن سود جستن از زمان بسیار کم محاسبات توسط معادله های لوی - میسز، در مواقع ضروری روند تحلیل فرایند توسط معادله های پراندل - روس کنترل می شود.

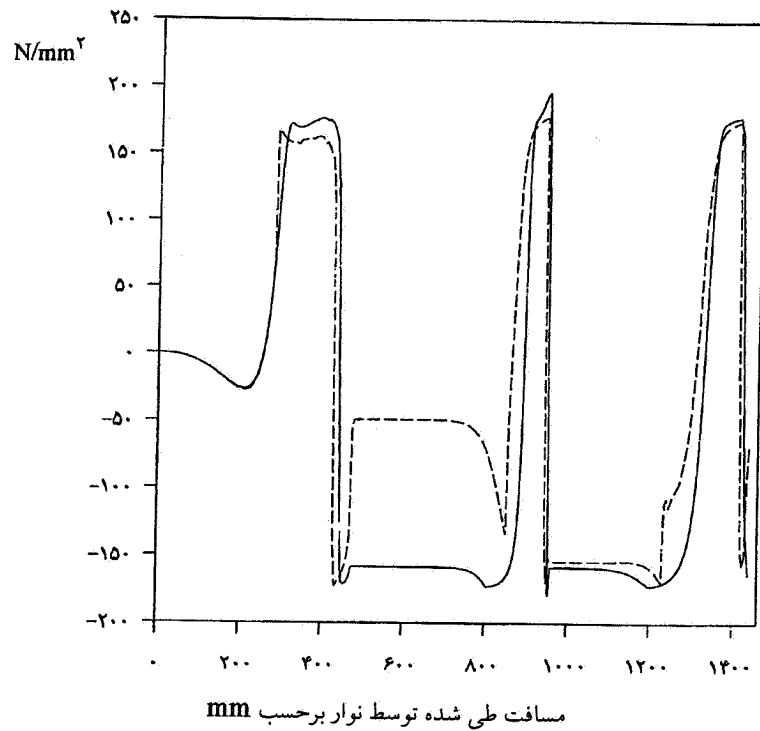
#### ۷-۲ - مقایسه نتایج تحلیلی کرنش با مقادیر تجربی

یکی از جامعترین کارهای تجربی در مورد شکل دهی غلتکی سرد برای تولید کانال متقارن توسط فیوترل [۱۱] انجام شده که در تحلیل حاضر مورد استفاده قرار گرفته است. در جدول (۱) مشخصات ایستگاهها و غلتکها، خواص مکانیکی ورق و ابعاد مقطع مربوط به آزمایشات فیوترل ارائه شده اند. وی با نصب کرنش سنجهایی بر روی ورق مطابق شکل (۷)، به اندازه گیری کرنشهای طولی مبادرت کرده است.

در شکل (۸) کرنشهای تحلیلی به دست آمده از برنامه بر اساس دو روش لوی - میسز کنترل شده و پراندل - روس، با کرنشهای تجربی فیوترل و برای موقعیت کرنش شماره ۱ طبق شکل (۷)، مقایسه

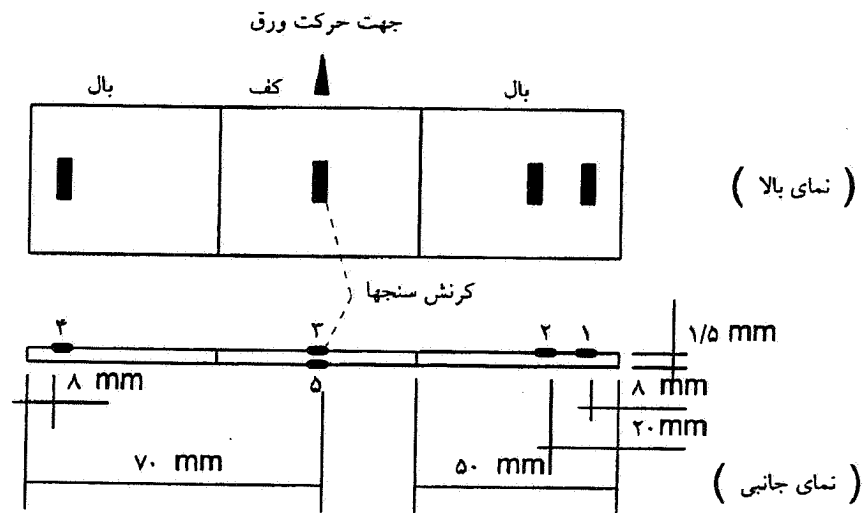


شکل ۵- روندنمای کلی برنامه



شکل ۶- نتایج تحلیلی تنش طولی نقطه‌ای واقع بر لایه بالایی و لبه بال مقطع مربوط به نمونه آزمایشهای فیوترل

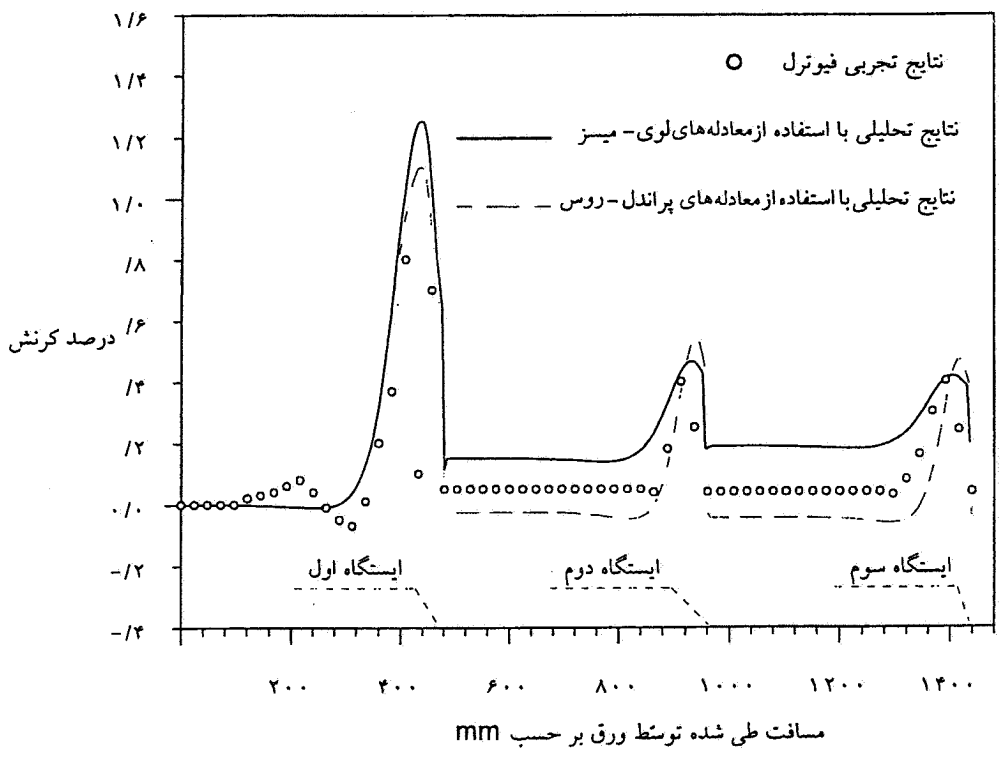
نتایج با استفاده از معادله‌های لوی - میسز به تنهایی -----  
نتایج با استفاده از معادله‌های پراندل روس —————



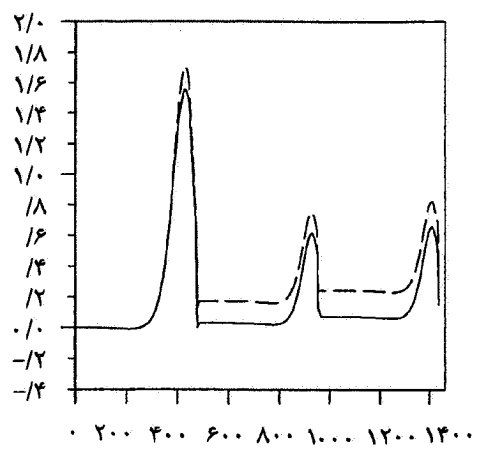
شکل ۷- ابعاد، ضخامت ورق و موقعیت کرنش سنجها در آزمایشهای فیوترل

نشده‌اند و عموماً تحلیلها بدون به حساب آوردن کرنش و تنش برشی انجام شده‌اند.

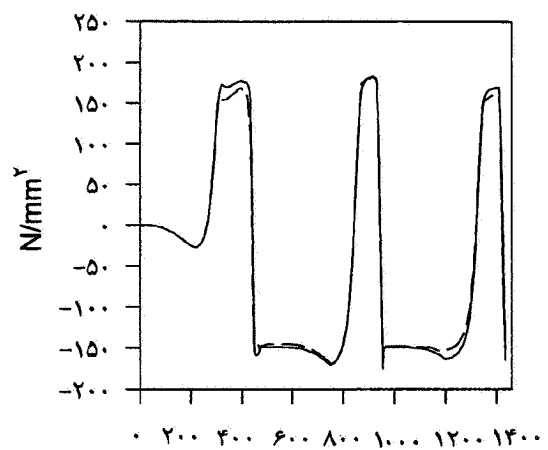
شده‌اند. همچنین نتایج تحلیلی به دست آمده در مورد تنشها و کرنشها در نقاط مختلف مقطع در شکلهای (۹)، (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) ارائه شده‌اند. شایان ذکر است که با وجود تحلیلهای فراوان در مورد فرایند شکل دهی غلتکی سرد، توزیع تنشها در مقالات گذشته ارائه



شکل ۸- نتایج تحلیلی و تجربی کرنشهای طولی برای کرنش سنج شماره ۱ در آزمایشهای فیوترل



ب - توزیع کرنش طولی  
مسافت طی شده توسط نوار [ mm ]



الف - توزیع تنش طولی  
مسافت طی شده توسط نوار [ mm ]

شکل ۹- نمودار توزیع تنش و کرنش طولی نقطه‌ای واقع بر لایه بالایی و لبه بال مربوط به نمونه آزمایشهای فیوترل

نتایج تحلیلی با استفاده از معادله‌های پراندل روس —————  
نتایج تحلیلی با استفاده از روش لوی میسز کنترل شده - - - - -

۷-۳- مقایسه نتایج انرژی لازم برای تغییر شکل ورق بر اساس دو ححل " لوی - میسز کنترل شده " و " پراندل - روس " بر اساس دو روش لوی - میسز کنترل شده و پراندل - روس، جدول (۲) ارائه شده‌اند.

برای تغییر شکل ورقی با مشخصات جدول (۱)، انرژی لازم برای تغییر شکل ورق بین هر دو ایستگاه محاسبه شده و نتایج آن در جدول (۲) ارائه شده‌اند.

جدول ۱- مشخصات ایستگاهها و غلتکها، خواص مکانیکی ورق و ابعاد مقطع مربوط به آزمایشات فیوترل

تعداد ایستگاهها	۳
زوایای غلتکها به ترتیب	۳۰ و ۴۵ و ۶۰ درجه
فاصله بین ایستگاهها برحسب mm	۴۸۰ و ۴۸۰ و ۴۸۰
مدول الاستیسیته ورق مورد استفاده	$209000 \text{ N/mm}^2$
تنش تسلیم ورق در کشش ساده	$150 \text{ N/mm}^2$
نرخ کار سختی	$700 \text{ N/mm}^2$
ضریب پواسون	۰/۲۵
ضخامت ورق برحسب mm	۱/۵
عرض کف مقطع برحسب mm	۴۰
عرض بال مقطع برحسب mm	۵۰

جدول ۲- نتایج انرژی لازم برای تغییر شکل ورق بین هر دو ایستگاه براساس حلهای مختلف

$W_p$ [N.mm]	$(n_p)_{opt.}$	$W_p$ [N.mm]	$(n_p)_{opt.}$	$W_1$ [N.mm]	$(n_1)_{opt.}$	
۱۲۸۷۳	۷/۰	۲۵۲۵۵	۶/۸	۲۶۷۱۶	۴/۴	حل اول
۱۳۶۱۱	۶/۸	۲۵۳۸۳	۶/۹	۲۶۸۶۱	۴/۴	حل دوم
۱۳۶۷۴	۶/۹	۲۵۷۴۴	۶/۹	۲۶۸۳۷	۴/۴	حل سوم
۱۶۲۰۰	۶/۸	۲۸۴۰۶	۶/۸	۲۶۹۴۷	۴/۴	حل چهارم

حل اول: با استفاده از معادله‌های لوی - میسر کنترل شده و با در نظر گرفتن اثر باشینگر

حل دوم: با استفاده از معادله‌های لوی - میسر کنترل شده و بدون در نظر گرفتن اثر باشینگر

حل سوم: با استفاده از معادله‌های پراندل - روس و با در نظر گرفتن اثر باشینگر

حل چهارم: با استفاده از معادله‌های پراندل - روس و بدون در نظر گرفتن اثر باشینگر

مقطع قبل از ایستگاه اتفاق افتاده، همان طور که در آزمایشهای فیوترل و در کارهای تجربی اونا و جیما [۱۲] گزارش شده است.

### ۸-۲- نتایج حاصل از تنشها، علت صحت و اهمیت آنها

با ملاحظه تنشهای به دست آمده می توان به نتایج زیر رسید

۱- تنشهای حاصل از دو روش پراندل - روس و لوی - میسر کنترل شده به یکدیگر بسیار نزدیک اند.

۲- هنگام برگشت کرنش یعنی باربرداری، تسلیم فشاری در ورق مشاهده می شود. این موضوع با طبیعت فرایند نیز سازگار است و به آن معناست که در نواحی که افزایش طول به طور پلاستیک اتفاق افتاده، تغییر شکل پلاستیک فشاری، فلز را به طول اولیه خود برمی گرداند.

### ۸- بحث و نتیجه گیری

#### ۸-۱- نتایج حاصل از کرنشهای طولی

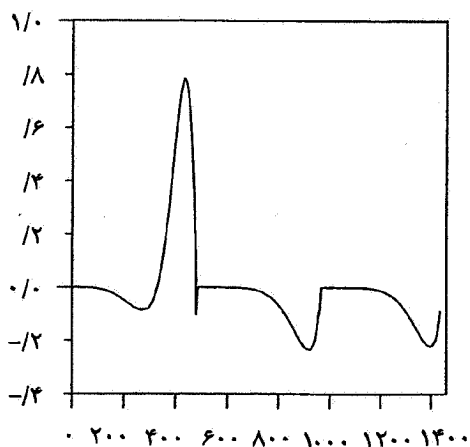
با مقایسه کرنشهای طولی تحلیلی و کرنشهای طولی تجربی

می توان به نتایج زیر رسید

۱- توزیع کرنشهای تحلیلی با نتایج تجربی سازگار است.

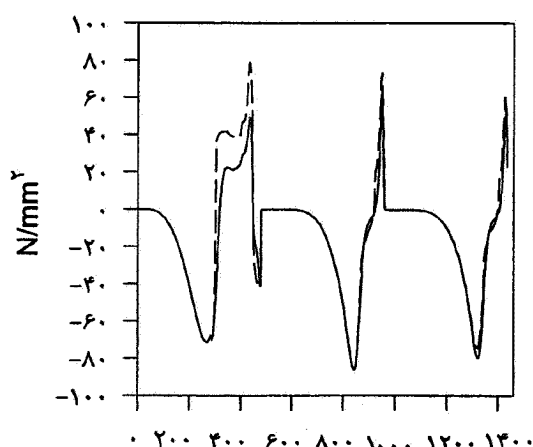
۲- مقادیر حداکثر کرنشهای تحلیلی به مقادیر تجربی در ایستگاههای مختلف نزدیک اند به طوری که حداکثر ۱۵٪ اختلاف بین نتایج تحلیلی و تجربی حاصل از روش لوی - میسر کنترل شده، و حداکثر ۷٪ اختلاف بین نتایج تحلیلی و تجربی حاصل از روش پراندل - روس مشاهده می شود.

۳- در نتایج تحلیلی، حداکثر کرنشها تقریباً به اندازه پهنای بال



مسافت طی شده توسط نوار [ mm ]

ب - توزیع کرنش برشی



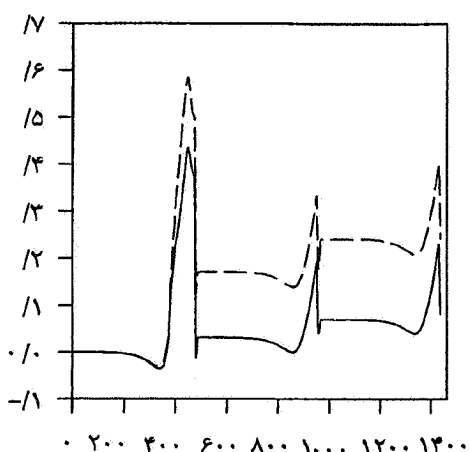
مسافت طی شده توسط نوار [ mm ]

الف - توزیع تنش برشی

شکل ۱۰- نمودار توزیع تنش و کرنش برشی نقطه‌ای واقع بر لایه بالایی و لبه بال مربوط به نمونه آزمایشهای فیوتول

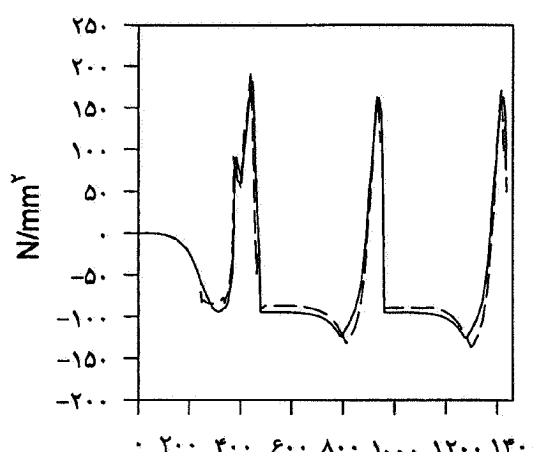
نتایج تحلیلی با استفاده از معادله‌های پراندل - روس

نتایج تحلیلی با استفاده از روش لوی - میسز کنترل شده



مسافت طی شده توسط نوار [ mm ]

ب - توزیع کرنش طولی



مسافت طی شده توسط نوار [ mm ]

الف - توزیع تنش طولی

شکل ۱۱- نمودار توزیع تنش و کرنش برشی نقطه‌ای واقع بر لایه بالایی و لبه بال مربوط به نمونه آزمایشهای فیوتول

نتایج تحلیلی با استفاده از معادله‌های پراندل - روس

نتایج تحلیلی با استفاده از روش لوی - میسز کنترل شده

۸-۳- تاثیر روند محاسبات بر روی انرژی و مقدار پارامتر

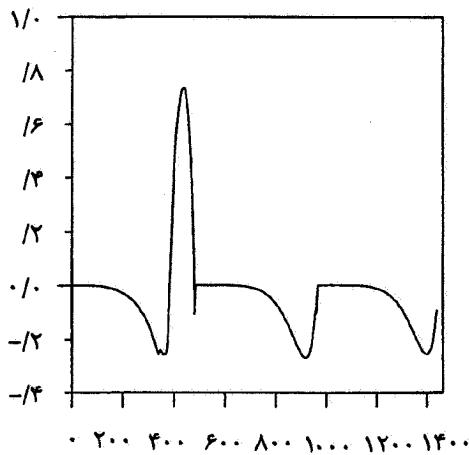
بهینه تابع شکل

برای مقایسه انرژیهای محاسبه شده، نتایج حلی مبنا قرار داده می‌شود که از معادله‌های پراندل - روس به دست آمده و خطایی در آن وجود ندارد. همچنین در این حل که در جدول (۲) با حل سوم

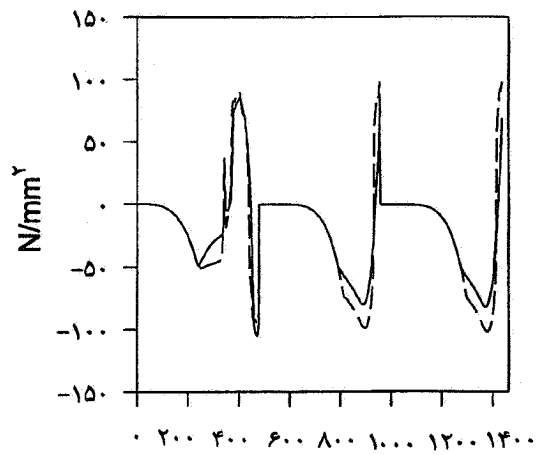
۳- تنشهای فشاری در کمانش ورق نیز اهمیت دارند و می‌توانند حد کرنش مجاز را نتیجه دهند.

۴- توزیع تنشهای برشی نیز در این بررسی برای اولین بار ارائه شده‌اند که در رفتار الاستیک - پلاستیک ورق اهمیت دارند.





ب - توزیع کرنش برشی  
مسافت طی شده توسط نوار [ mm ]



الف - توزیع تنش برشی  
مسافت طی شده توسط نوار [ mm ]

شکل ۱۲ - نمودار توزیع تنش و کرنش برشی نقطه‌ای واقع بر لایه بالایی و لبه بال مربوط به نمونه آزمایشهای فیوتول

نتایج تحلیلی با استفاده از معادله‌های پراندل - روس —————  
نتایج تحلیلی با استفاده از روش لوی - میسز کنترل شده - - - - -

#### ۸-۴ - نتیجه‌گیری

با توجه به نمودارهای تنش و کرنش و انرژیهای به دست آمده، ملاحظه می‌شود که نتایج حل با استفاده از دو روش پراندل - روس و لوی - میسز کنترل شده به یکدیگر بسیار نزدیک‌اند. بنابراین برای تحلیل فرایند، به کارگیری معادله‌های لوی - میسز، که در کاهش زمان محاسبات تنشها بسیار مؤثرند، توصیه می‌شود. برای مقطع مورد نظر با استفاده از این معادله‌ها نسبت به معادله‌های پراندل - روس حدود ۶٪ در زمان صرفه جویی شده است. شایان ذکر است که در طراحی گل پروفیل غلتکها چون زاویه ایستگاهها در حلقه‌های محاسباتی زیادی تعیین می‌شوند، کاهش زمان محاسبه هر ایستگاه به مقدار قابل ملاحظه‌ای روی زمان کل اثر دارد.

مشخص شده، اثر باشینگر نیز به حساب آمده است.

بنابراین با توجه به اعداد به دست آمده در جدول (۲) و با در نظر گرفتن حل سوم به عنوان مبنای مقایسه می‌توان به نتایج زیر رسید.  
۱ - با تغییر حل از روش پراندل - روس به روش لوی - میسز کنترل شده مقدار انرژی حداکثر ۶٪ تغییر کرده است.  
۲ - با در نظر گرفتن اثر باشینگر مقدار انرژی حداکثر ۱۸٪ تغییر کرده است.

با توجه به نتایج بالا ملاحظه می‌شود که اهمیت به حساب آوردن اثر باشینگر در تحلیل فرایند بیشتر از تأثیر تبدیل حل از معادله‌های پراندل - روس به روش لوی - میسز بوده است.

واژه نامه

- |                      |                                      |
|----------------------|--------------------------------------|
| 1. cold roll forming | 5. elastic-linear hardening material |
| 2. Hook's law        | 6. Bauschinger effect                |
| 3. Levy-Mises        | 7. Von-Mises yield criterion         |
| 4. Prandtl-Reuss     |                                      |

مراجع

1. Kiuchi, M., and Koudabashi, T., "Automated Design System of Optimal Roll Profiles for Cold Roll Forming," *Proc Third Int. Conf. On Rotary Metalworking Processes*, Kyoto, pp. 423-436, 1984.
2. Trishevskii, I.S., *Production of Curved Sections by Cold Roll Forming*, Mir, Moscow, [in Russian],

1975.

3. Panton, S.M., "Computer Aided Form Roll Design," *Ph.D. Thesis, University of Aston in Birmingham*, 1987.
4. Bhattacharyya, D., Smith, P.D., Yee, C.H., and Collins, I.F., "The Prediction of Deformation Length in Cold Roll-Forming," *Journal of Mechanical Working Technology*, 9, pp. 181-191, 1984.
5. Duggal, N., Ahmetoglu, M.A., Kinzel, G.L., and Altan, T., "Computer Aided Simulation of Cold Roll Forming -a Computer Program for Simple Section Profiles," *Journal of Materials Processing Technology*, 59, pp. 41-48, 1996.
6. Heislitz, F., Livatyali, H., Ahmetoglu, M.A. Kinzel, G.L. and Altan, T., "Simulation of Roll Forming Process with the 3-D FEM Code PAM-STAMP," *Journal of Materials Processing Technology*, 59, pp. 59-67, 1996.
7. Schmoeket, D., and Sitzmann, B., "Computer Aided Pass Sequence Planning for Roll Forming Using the Finite Element Simulation," *Proceeding of the 5th ICTP*, pp. 523-526, 1996.
8. Yamada, Y., and Yoshimura, N., "Plastic Stress-Strain Matrix for the Solution of Elastic-Plastic Problems," *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 10, pp. 343-354, 1968.
9. Tajdari, M., and Farzin, M., "Simulation of Cold-Roll Forming of Channel Sections," *Proceeding of the World Manufacturing Congress, International Symposium on Manufacturing Systems, Auckland, New Zealand*, pp. 311-317, 1997.
10. Beer, F.P., and Johnston, E.R., *Mechanics of Materials*, 2nd ed., pp. 39-41, McGraw-Hill, New York, 1985.
11. Fewtrell, J., "An Experimental Analysis of Operating Conditions in Cold Roll Forming," *Ph.D. Thesis, University of Aston in Birmingham*, 1990.
12. Jimma, T., and Ona, H., "Optimum Roll Pass Schedules on the Cold Roll Forming Process of Symmetrical Channels," *Proceeding 21st Int. M.T.D.R. Conf.*, pp. 63-67, Sept. 1980.