

## به کارگیری ضریب مشارکت جرمی در تعیین محدوده غیر کلاسیک سازه‌های جداسازی شده جرمی

شهریار طاوسی تفرشی\*، منصور ضیایی فر\*\* و محسن غفوری آشتیانی\*\*\*  
دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات  
پژوهشگاه بین‌المللی زلزله شناسی و مهندسی زلزله

(دریافت مقاله: ۸۲/۲/۶ - دریافت نسخه نهایی: ۸۴/۸/۱۹)

چکیده - روشهای نوین طراحی لرزه ای ساختمانها اغلب در ارتباط با افزودن میرایی سیستم قرار دارد و این مسئله عموماً سبب می‌شود که رفتار سازه در محدوده سیستمهای غیرکلاسیک قرار گیرد. از آنجایی که تحلیل سیستمهای غیرکلاسیک با روشهای متداول میسر نیست، در این تحقیق سعی بر آن بوده است که در نوع خاصی از سازه‌ها به تعیین محدوده ای از رفتار سیستم دست یابیم که فرض رفتار کلاسیک در آنها قابل قبول باشد. در این ارتباط ابتدا به تعیین ضریب مشارکت جرمی برای سیستمهای غیرکلاسیک پرداخته شده و پس از آن با استفاده از این ضریب روش تحلیل طیفی این سیستمها توسعه داده شده است. برای تعیین محدوده رفتار غیرکلاسیک سازه‌ها از روش فوق برای سازه‌های جدا سازی شده جرمی بهره گرفته شده است. نتایج حاصله نشان می‌دهد که در محدوده متداول نسبتهای میرایی سازه‌های فوق، فرض کلاسیک بودن رفتار دینامیکی به شرط توزیع گسترده میراگرها در ارتفاع سازه قابل قبول خواهد بود.

واژگان کلیدی: جداسازی جرمی، ضریب مشارکت جرمی، سیستمهای غیرکلاسیک، تحلیل طیفی

## Mass Participation Factor in Defining Non-classical Range of Behavior for Mass Isolated Systems

Sh. Tavousi, M. Ziyaeifar and M. Ghafory-Ashtiany

Islamic Azad University, Science and Research Branch  
International Institute of Earthquake Engineering and Seismology

**Abstract:** *The new techniques in seismic design of structures are usually attributed to high damping ratios. In such systems, the assumption of classical (i.e. proportional) damping is not valid and in most cases they should be considered as Non-classical systems. Since the analytical tools for studying the behavior of such structures are not easily available, the present work attempts to find the limits, in which, a non-classical system can be approximated as a classical one. This is accomplished, first, by introducing the mass participation factor for non-classical systems. Subsequently, a relevant spectrum analysis technique for*

\*\*\* - استاد

\*\* - استادیار

\* - دانشجوی دکترا

*such systems is developed. Using the spectrum analysis technique, the limitation of damping ratios in which two different types of Mass Isolated structures can be approximated as classical ones are determined. The results indicate that in the usual range of damping capacity for such structures, a well distribution of dashpots along the height of the system considerably reduces the non-classical characteristics of the structure.*

**Keywords:** Mass isolation, Mass participation factor, Non-classical system, spectrum analysis

## ۱- مقدمه

روند جدید طراحی سازه های مقاوم در برابر زلزله، تغییر در مشخصات دینامیکی آنها با افزایش پیروی و میرایی سازه است. در عمل افزایش پیروی سبب کاستن از انرژی ورودی زلزله به سازه شده و با افزایش در تغییر مکان و سرعت نسبی می تواند عاملی در جهت بالابردن میرایی سیستم نیز محسوب شود. در این حالت با قرار دادن میراگرهای ویسکوز و یا هیستریتیک در محل های مناسب می توان قسمت عمده ای از انرژی ورودی زلزله را مستهلک و اثرات زلزله را به حداقل رساند.

از روش های مرسوم در این رابطه، استفاده از ایزولاتورهای پایه ای<sup>۱</sup> است که در سالیان اخیر مورد توجه بسیار بوده است [۱]. تحقیقات بسیاری نیز در خصوص روش های بالا بردن نسبت میرایی سازه ها با به کارگیری میراگرهای ویسکوز و یا هیستریتیک در ارتفاع ساختمان صورت پذیرفته که در این رابطه می توان به کارهای کی نیا [۲] و ویلاورد [۳] اشاره کرد. علاوه بر این، کوشش هایی هم برای به کارگیری ادواتی در ساختمانها برای کاستن از اثرات زلزله بر روی سازه (به عنوان مثال استفاده از جرم تنظیم شده<sup>۲</sup>) شده است [۴]. تکنیک های متعدد دیگری نیز در این رابطه قابل ذکرند که تمامی آنها را می توان تحت عنوان کلی جداسازی جرمی طبقه بندی کرد [۵].

در اغلب این روشها معمولا میراگرها به صورت متمرکز در نقاط خاصی از سازه ها قرار داده می شوند. این طریقه قرار گرفتن میراگرها ممکن است سبب شود که فرض متناسب بودن ماتریس میرایی سازه با ماتریسهای جرم و یا سختی (سیستم کلاسیک)<sup>۳</sup> برقرار نشود. این مسئله باعث می شود که نتوان از فرکانسها و اشکال مودی غیر میرا (کلاسیک) برای تحلیل سازه

استفاده کرد. در اغلب سازه ها به علت کم بودن نسبت میرایی می توان فرض استفاده از میرایی کلاسیک را قابل قبول دانست. ولی در سازه های با میرایی بالا این فرض همواره معتبر نخواهد بود. معمولا در سازه های غیر کلاسیک با افزایش میرایی، فرکانسهای سازه (نسبت به همان سازه با فرض کلاسیک بودن) افزایش یافته و اشکال مودی حاصله به صورت مختلط (همراه با مولفه های موهومی) خواهند بود. در این حالت استفاده از روش کلاسیک در تعیین مشخصه های دینامیکی سازه و همچنین تعیین پاسخ نهایی سازه از طریق روش های طیفی و یا تاریخچه زمانی مودال می تواند منجر به خطاهای عمده ای شود. بدین ترتیب تنها روش عملی برای حل این گونه مسائل استفاده از روش انتگرال گیری زمانی معادلات درگیر<sup>۴</sup> است که متضمن حجم قابل توجهی از محاسبات است. به عبارتی استفاده از اشکال مودی غیر میرا برای جدا سازی معادلات دینامیکی<sup>۵</sup> در این سیستمها سبب ایجاد جمله های غیر قطری در ماتریس میرایی تبدیل یافته می شود و جداسازی معادلات دینامیکی به طور کامل ممکن نخواهد بود.

در حالت کلی تر هرگاه ماتریسهای مشخصه یک سیستم دینامیکی (ماتریس جرم، سختی و میرایی) در رابطه تعریف شده توسط کافی و اکلی<sup>۶</sup>، معادله (۱)، صادق نباشند سیستم مورد نظر غیر کلاسیک محسوب خواهد شد [۶].

$$[C][M]^{-1}[K] = [K][M]^{-1}[C] \quad (1)$$

در این حالت چنانچه میرایی سیستم مزبور بالا باشد بهتر است تحلیل مودال سازه بر مبنای استفاده از اشکال مودی سیستم غیر کلاسیک (اشکال مودی مختلط) صورت پذیرد. همچنین می توان با یک فرض ساده کننده از اشکال مودی کلاسیک با حذف جمله های غیر قطری در ماتریس میرایی تبدیل یافته

میراگرها در طبقات بالاتر قرار گیرند این ویژگی بهتر دیده می‌شود. از آنجایی که زیر سیستم سخت عملاً می‌تواند به عنوان تکیه گاه خارجی برای میراگر متصل به زیر سیستم نرم به حساب آید، با یک فرض ساده کننده می‌توان سازه جداسازی شده قائم را به صورت شکل (۱-ب) در نظر گرفت.

وجود میراگرهای متمرکز، خصوصاً در قسمتهای فوقانی سازه، اثرات غیر کلاسیک بودن این سازه‌ها را افزایش می‌دهد. از آنجایی که در عمل استفاده از روش تحلیل کلاسیک مودال به دلیل سهولت به کارگیری آن نسبت به تحلیل غیرکلاسیک و با تحلیل تاریخچه زمانی ارجح است، تعیین محدوده‌ای که بتوان از تحلیل کلاسیک برای یافتن پاسخهای سازه استفاده کرد حائز اهمیت خواهد بود. به عنوان مثال آیین نامه FEMA-273 پیشنهاد کرده است که استفاده از تحلیل خطی سازه‌ها محدود به نسبت میرایی ۳۰ درصد برای مود اول باشد [۱۳]. از آنجایی که به نظر می‌رسد که طریقه قرار گرفتن میراگرها در معیار فوق موثر باشد، این تحقیق برآن است تا با تعیین محدوده مجاز برای استفاده از تحلیل کلاسیک (در سازه‌های جداسازی شده قائم)، این روش را جایگزین تحلیل غیر کلاسیک در محدوده فوق کند. در این رابطه از روش تحلیل طیفی (غیر کلاسیک و کلاسیک) استفاده شده و معیار برش پایه برای ارزیابی رفتار سازه به کار رفته است. روش طیفی برای سیستمهای غیر کلاسیک بر مبنای استفاده از طیف شبه سرعت بوده و اثرات طیف سرعت نسبی از طریق تعریف پارامتر جرم موثر مودی<sup>۱۰</sup> در روش مورد بحث لحاظ شده است.

## ۲- ضریب مشارکت جرمی در سیستمهای غیر کلاسیک

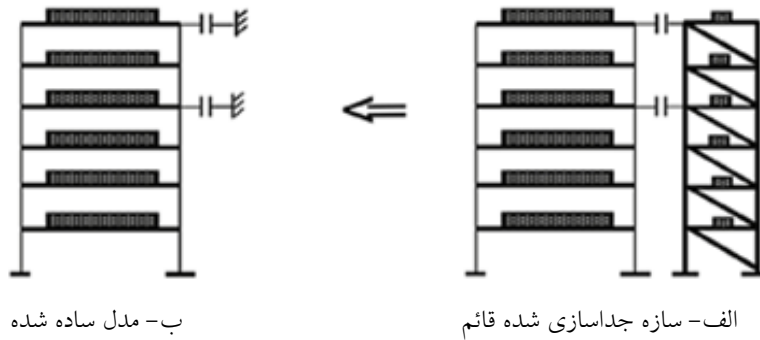
در این تحقیق مفهوم جرم موثر مودی عمدتاً در رابطه با روش طیفی در تحلیل سازه‌های غیر کلاسیک مطرح بوده، به صورتی که با به کارگیری آن بتوان تنها از طیف معمول طراحی (به عنوان مثال طیف شتاب) برای تحلیل سازه استفاده کرد. جرم موثر مودی، در اینجا، بر مبنای روش متداول در سیستمهای کلاسیک [۱۴] به دست آمده، با این تفاوت که بردار

سیستم نیز استفاده کرد که در این حالت دقت جوابهای حاصله قابل بحث خواهد بود. تحقیقاتی در رابطه با این روشها و سایر روشهای مشابه توسط کلاف و مجتهدی [۷] صورت پذیرفته است.

در تحلیل مودال سیستمهای غیر کلاسیک، معمولاً معادله دیفرانسیل  $n$  بعدی حرکت ( $n$  درجات آزادی دینامیکی) به یک معادله دیفرانسیل درجه اول  $2n$  بعدی تبدیل می‌شود. در این رابطه می‌توان به تحقیقات فوس [۸] اشاره کرد. به عنوان یک بررسی جامع روشهای تحلیل مودال غیر کلاسیک کار ولتسوس و ونتورا [۹] قابل ذکر است. در خصوص روشهای تاریخچه زمانی سیستمهای غیر کلاسیک (تحلیل مودال) نیز می‌توان به کار سینگ و آشتیانی اشاره کرد [۱۰].

یک روش عملی‌تر در تحلیل سازه‌های غیر کلاسیک استفاده از روش طیفی است. استفاده از این روش در سیستمهای غیر کلاسیک معمولاً متضمن به کارگیری دو نوع طیف شبه سرعت و سرعت نسبی است [۱۱]. محققان بسیاری با معرفی فرضیات ساده کننده‌ای، به کارگیری یکی از طیفهای مذکور و یا برابندی از آنها را مد نظر قرار داده‌اند. در این رابطه کار گوپتا [۱۲] قابل ذکر است.

مفهوم میرایی غیر کلاسیک گستره وسیعی شامل سیستمهای ثانویه<sup>۷</sup>، سازه‌های با میرایی بالا و مسائل اندر کنش خاک-سازه را در برمی‌گیرد. هدف از تحقیق حاضر بررسی نوع خاصی از سازه‌های با میرایی بالاست که در آنها میراگرها به صورت متمرکز به کار گرفته شده‌اند. در طبقه بندی کلی انجام شده تحت عنوان جداسازی جرمی از این نوع سازه‌ها به عنوان سازه‌های جداسازی شده قائم<sup>۸</sup> نام برده شده است [۵]. شکل (۱-الف) این نوع سازه‌ها را نشان می‌دهد که در آنها سیستم سازه‌ای از دو زیرسیستم سخت و نرم<sup>۹</sup> که توسط میراگرهای ویسکوز به یکدیگر متصل شده‌اند تشکیل شده است. در این سازه‌ها می‌توان از تغییر مکان نسبی حاصل از ارتعاش دو زیر سیستم جرم و سختی در دوپاند فرکانسی متفاوت برای رسیدن به میراییهای بالا سود برد. طبعاً هر چه



شکل ۱- سازه‌های جداسازی شده جرمی

$$[K]\{\Psi_j\} = -r_j^2 [M]\{\Psi_j\} - r_j [C]\{\Psi_j\} \quad (5)$$

که در آن:

$$r_j = -\xi_j P_j + i \hat{P}_j \quad (6)$$

در معادله فوق  $\xi_j$ ،  $P_j$  و  $\hat{P}_j$  به ترتیب نسبت میرایی، فرکانس طبیعی میرا و فرکانس طبیعی نامیراست که معادله زیر مابین آنها برقرار است.

$$\hat{P}_j = P_j \sqrt{1 - \xi_j^2} \quad (7)$$

با جاگذاری از معادلات (6) و (7)، معادله (5) به صورت زیر حاصل خواهد شد.

$$[K]\{\Psi_j\} = (-2\xi_j^2 P_j^2 + P_j^2) [M]\{\Psi_j\} + (2i\xi_j P_j^2 \sqrt{1 - \xi_j^2}) [M]\{\Psi_j\} + (\xi_j P_j) [C]\{\Psi_j\} - (i P_j \sqrt{1 - \xi_j^2}) [C]\{\Psi_j\} \quad (8)$$

با قرار دادن معادله (8) در معادله (4) خواهیم داشت:

$$[K]\{x\} = 2 \sum_{j=1}^n \text{Re} \left[ \begin{array}{l} \left( P_j^2 [M] - 2\xi_j^2 P_j^2 [M] + \xi_j P_j [C] + \right. \\ \left. 2i\xi_j P_j^2 \sqrt{1 - \xi_j^2} [M] - iP_j \sqrt{1 - \xi_j^2} [C] \right) \\ \left. \{\Psi_j\} B_j e^{r_j t} \right] v_0 \quad (9)$$

برای جدا سازی حاصل ضرب مقادیر مختلط  $B_j$  و  $\{\Psi_j\}$  به صورت بردارهای حقیقی می‌توان نوشت:

جا به جایهای سازه از تاریخچه زمانی مودال سیستمهای غیر کلاسیک حاصل شده است. در این خصوص مقاله حاضر عمدتاً متکی بر کارهای ولتسوس و وتورا [9] بوده و علائم به کار برده شده در ادامه این نوشتار نیز بر گرفته از همان مرجع است.

نیروی افقی  $\{f\}$  در تراز طبقات برای سازه‌های برشی از معادله زیر حاصل می‌شود.

$$\{f\} = [K]\{x\} \quad (2)$$

که در آن  $[K]$  ماتریس سختی و  $\{x\}$  بردار تغییر مکانهای طبقات سازه است. این بردار در تحلیل تاریخچه زمانی مودال سیستمهای غیر کلاسیک [9] عبارت است از:

$$\{x\} = 2 \sum_{j=1}^n \text{Re} \left[ B_j \{\Psi_j\} v_0 e^{r_j t} \right] \quad (3)$$

که در معادله فوق  $n$  تعداد مودها،  $B_j$  ضریب مشارکت مودی (مختلط) برای تغییر سرعت اولیه  $v_0$  و  $\Psi_j$  بردار مشخصه<sup>۱۱</sup> مودی است. معادله حاضر برای استفاده در بارگذاریهای تصادفی غیر هارمونیک (همانند روش انتگرال دوهمامل<sup>۱۲</sup> در بارهای زلزله) توسعه یافته و از این رو در رابطه با تغییرات سرعت اولیه ( $v_0$ ) قرارداد شده است. حاصل ضرب ماتریس سختی و بردار تغییر مکانهای طبقات به صورت زیر است.

$$[K]\{x\} = 2 \sum_{j=1}^n \text{Re} \left[ [K]\{\Psi_j\} B_j v_0 e^{r_j t} \right] \quad (4)$$

با توجه به معادله مشخصه سیستم غیر کلاسیک، ماتریس جرم و میرایی با ماتریس سختی سازه به صورت زیر مرتبطاند.

## ۲-۲- تعیین پاسخ سیستم به اثرات زلزله

حال برای محاسبه پاسخ سیستم به تحریکات پایه در زمان  $t_0 = \tau$  می‌توان تغییرات سرعت اولیه  $v_0 = v(\tau)$  را با  $\int_{\tau}^{\tau+dt} -\ddot{x}_g(\tau) d\tau$  در فاصله زمانی  $\tau$  و  $\tau + dt$  جاگذاری کرد ( $\ddot{x}_g$  شتاب پایه است).

$$[K]\{dx\} = - \sum_{j=1}^n \left[ \begin{aligned} & \left( P_j^2 [M] - 2\xi_j^2 P_j^2 [M] + \xi_j P_j [C] \right) \\ & \left( \left\{ \alpha_j^y \right\} P_j h_j(t-\tau) + \left\{ \beta_j^y \right\} \dot{h}_j(t-\tau) \right) + \\ & \left( P_j \sqrt{(1-\xi_j^2)} [C] - 2\xi_j P_j^2 \sqrt{(1-\xi_j^2)} [M] \right) \\ & \left( \left\{ \omega_j^y \right\} P_j h_j(t-\tau) + \left\{ \gamma_j^y \right\} \dot{h}_j(t-\tau) \right) \end{aligned} \right] \ddot{x}_g(\tau) d\tau \quad (17)$$

با انتگرال گیری از معادله فوق نیروی طبقات تحت اثر حرکات پایه (زلزله) به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$[K]\{x\} = \sum_{j=1}^n \left[ \begin{aligned} & \left( P_j [M] - 2\xi_j^2 P_j [M] + \xi_j [C] \right) \\ & \left( \left\{ \alpha_j^y \right\} P_j V_j(t) + \left\{ \beta_j^y \right\} P_j \dot{D}_j(t) \right) + \\ & \left( \sqrt{(1-\xi_j^2)} [C] - 2\xi_j P_j \sqrt{(1-\xi_j^2)} [M] \right) \\ & \left( \left\{ \omega_j^y \right\} P_j V_j(t) + \left\{ \gamma_j^y \right\} P_j \dot{D}_j(t) \right) \end{aligned} \right] \quad (18)$$

که در این معادله  $V_j(t)$  و  $\dot{D}_j(t)$  به ترتیب شبه سرعت و سرعت نسبی سیستم یک درجه آزاد با فرکانس  $P_j$  و نسبت میرایی  $\xi_j$  هستند. معادله (۱۸) به صورت زیر ساده شده است.

$$\{f\} = [K]\{x\} = \sum_{j=1}^n \left[ \begin{aligned} & \left( [MC]_j^A \right) \\ & \left( \left\{ \alpha_j^y \right\} P_j V_j(t) + \left\{ \beta_j^y \right\} P_j \dot{D}_j(t) \right) + \\ & \left( [MC]_j^B \right) \\ & \left( \left\{ \omega_j^y \right\} P_j V_j(t) + \left\{ \gamma_j^y \right\} P_j \dot{D}_j(t) \right) \end{aligned} \right] \quad (19)$$

ماتریسهای  $[MC]_j^A$  و  $[MC]_j^B$  از جمع ماتریسی عوامل موجود در سطور اول و دوم معادله (۱۸) به دست آمده‌اند. این ماتریسها  $m \times m$  بوده و  $\left\{ \alpha_j^y \right\}$  و  $\left\{ \beta_j^y \right\}$  و  $\left\{ \omega_j^y \right\}$  بردارهای  $m \times 1$  هستند ( $m$  تعداد طبقات ساختمان است). با ضرب ماتریسهای  $[MC]_j^A$  و  $[MC]_j^B$  در

$$2B_j \{ \Psi_j \} = \left\{ \beta_j^y \right\} + i \left\{ \gamma_j^y \right\} \quad (10)$$

حال با استفاده از معادله فوق و روابط مابین توابع مثلثاتی و نمائی معادله (۹) به صورت زیر ساده شده است (عملیات جبری میانی همانند عملیات مشابه در مرجع [۹] هستند).

$$[K]\{x\} = \sum_{j=1}^n e^{-\xi_j P_j t} \left[ \begin{aligned} & \left( \left\{ \beta_j^y \right\} \cos \hat{P}_j t - \left\{ \gamma_j^y \right\} \sin \hat{P}_j t \right) \left( P_j^2 [M] - 2\xi_j^2 P_j^2 [M] + \xi_j P_j [C] \right) + \\ & \left( \left\{ \beta_j^y \right\} \sin \hat{P}_j t - \left\{ \gamma_j^y \right\} \cos \hat{P}_j t \right) \left( P_j \sqrt{(1-\xi_j^2)} [C] - 2\xi_j P_j^2 \sqrt{(1-\xi_j^2)} [M] \right) \end{aligned} \right] v_0 \quad (11)$$

## ۲-۱- ساده‌سازی با کمک روابط ضربه واحد

برای ساده‌سازی، جمله‌های سینوسی معادله فوق با پاسخ سازه یک درجه آزاد میرا نسبت به تغییر سرعت واحد (معادله زیر) جاگذاری شده‌اند.

$$h_j(t) = \frac{1}{\hat{P}_j} e^{-\xi_j P_j t} \sin \hat{P}_j t \quad (12)$$

به همین ترتیب برای جایگزینی جمله‌های کسینوسی با مشتق‌گیری از معادله (۱۲) به طریق زیر عمل شده است.

$$\dot{h}_j(t) = e^{-\xi_j P_j t} \left[ \cos \hat{P}_j t - \frac{\xi_j}{\sqrt{1-\xi_j^2}} \sin \hat{P}_j t \right] \quad (13)$$

حال با استفاده از معادله (۷) می‌توان نوشت.

$$e^{-\xi_j P_j t} \cos \hat{P}_j t = \dot{h}_j(t) + \xi_j P_j h_j(t) \quad (14)$$

با جاگذاری معادلات (۱۲) و (۱۴) در معادله (۱۱) خواهیم داشت.

$$[K]\{x\} = \sum_{j=1}^n \left[ \begin{aligned} & \left( P_j^2 [M] - 2\xi_j^2 P_j^2 [M] + \xi_j P_j [C] \right) \\ & \left( \left\{ \alpha_j^y \right\} P_j h_j(t) + \left\{ \beta_j^y \right\} \dot{h}_j(t) \right) + \\ & \left( P_j \sqrt{(1-\xi_j^2)} [C] - 2\xi_j P_j^2 \sqrt{(1-\xi_j^2)} [M] \right) \\ & \left( \left\{ \omega_j^y \right\} P_j h_j(t) + \left\{ \gamma_j^y \right\} \dot{h}_j(t) \right) \end{aligned} \right] v_0 \quad (15)$$

که در آن معادلات زیر به کار رفته است:

$$\left\{ \alpha_j^y \right\} = \xi_j \left\{ \beta_j^y \right\} - \sqrt{(1-\xi_j^2)} \left\{ \gamma_j^y \right\} \quad (16)$$

$$\left\{ \omega_j^y \right\} = \xi_j \left\{ \gamma_j^y \right\} + \sqrt{(1-\xi_j^2)} \left\{ \beta_j^y \right\}$$

بردارهای فوق خواهیم داشت:

$$\{f\}_{m \times 1} = \sum_{j=1}^n \left\{ \alpha_{MC}^j \right\} P_j V_j(t) + \sum_{j=1}^n \left\{ \beta_{MC}^j \right\} P_j \dot{D}_j(t) + \sum_{j=1}^n \left\{ \omega_{MC}^j \right\} P_j V_j(t) + \sum_{j=1}^n \left\{ \gamma_{MC}^j \right\} P_j \dot{D}_j(t) \quad (20)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} [MC]_j^A \times \left\{ \alpha_j^v \right\} &= \left\{ \alpha_{MC}^j \right\} \\ [MC]_j^A \times \left\{ \beta_j^v \right\} &= \left\{ \beta_{MC}^j \right\} \\ [MC]_j^B \times \left\{ \omega_j^v \right\} &= \left\{ \omega_{MC}^j \right\} \\ [MC]_j^B \times \left\{ \gamma_j^v \right\} &= \left\{ \gamma_{MC}^j \right\} \end{aligned}$$

حال برای محاسبه برش پایه، بایستی نیروی طبقات با هم جمع شوند که بدین منظور معادله (20) در بردار افقی واحد پیش ضرب شده است.

$$v = \langle 1 \rangle \{f\} = \sum_{j=1}^n \langle 1 \rangle \left\{ \alpha_{MC}^j \right\} P_j V_j(t) + \sum_{j=1}^n \langle 1 \rangle \left\{ \beta_{MC}^j \right\} P_j \dot{D}_j(t) + \sum_{j=1}^n \langle 1 \rangle \left\{ \omega_{MC}^j \right\} P_j V_j(t) + \sum_{j=1}^n \langle 1 \rangle \left\{ \gamma_{MC}^j \right\} P_j \dot{D}_j(t) \quad (21)$$

پس از ساده سازی خواهیم داشت:

$$v = \sum_{j=1}^n \left[ \left( \alpha_{MC}^j + \omega_{MC}^j \right) P_j V_j(t) + \left( \beta_{MC}^j + \gamma_{MC}^j \right) P_j \dot{D}_j(t) \right] \quad (22)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \alpha_{MC}^j &= \langle 1 \rangle \left\{ \alpha_{MC}^j \right\} \\ \beta_{MC}^j &= \langle 1 \rangle \left\{ \beta_{MC}^j \right\} \\ \gamma_{MC}^j &= \langle 1 \rangle \left\{ \gamma_{MC}^j \right\} \\ \omega_{MC}^j &= \langle 1 \rangle \left\{ \omega_{MC}^j \right\} \end{aligned}$$

بدین ترتیب برش پایه برای هر مود عبارت خواهد بود از:

$$v_j = \left[ \left( \alpha_{MC}^j + \omega_{MC}^j \right) P_j V_j(t) + \left( \beta_{MC}^j + \gamma_{MC}^j \right) P_j \dot{D}_j(t) \right] \quad (23)$$

به عبارت ساده تر:

$$v_j = \left[ \left( \alpha \omega_{MC}^j \right) P_j V_j(t) + \left( \beta \gamma_{MC}^j \right) P_j \dot{D}_j(t) \right] \quad (24)$$

که در آن نمادهای زیر به کار رفته است.

$$\alpha \omega_{MC}^j = \alpha_{MC}^j + \omega_{MC}^j$$

$$\beta \gamma_{MC}^j = \beta_{MC}^j + \gamma_{MC}^j$$

جرم موثر مودی ضربی با بعد جرم است که با ضرب در شتاب مودی مربوطه سهم برش پایه آن مود را تعیین می کند. بدین ترتیب، معادله (24) شامل دو عبارت مشابه با تعریف فوق است و جرم موثر مودی در حالت غیر کلاسیک عملاً بایستی ترکیبی از  $\alpha \omega_{MC}^j$  و  $\beta \gamma_{MC}^j$  باشد. از آنجایی که دو نماد فوق در توابع زمانی متفاوت  $\dot{D}_j(t)$  و  $V_j(t)$  ضرب می شوند، روش مورد استفاده در این تحقیق برای تعیین جرم موثر مودی بر مبنای مشابه سازی دو تابع مذکور استوار است.

### ۲-۳- جرم موثر مودی

بایستی توجه داشت که جمله های زمانی  $\dot{D}_j(t)$  و  $V_j(t)$  عملاً دو تابع مستقل با دامنه و محتوای فرکانسی متفاوت اند و فرض معادل گرفتن دو تابع فوق با توجه به اختلاف مابین مقادیر حداکثر توابع فوق و غیر هم زمانی آنها قابل قبول نیست. محققان بسیاری سعی داشته اند روشی برای یکسان سازی دو تابع فوق در ساده سازی مسائل مربوط به سیستم های غیر کلاسیک به دست آورند. در این معادله می توان به کار گوپتا [۱۲] اشاره کرد. در تحقیق حاضر نیز روشی ارائه شده که در آن مشابه سازی جمله زمانی  $\dot{D}_j(t)$  با جمله  $V_j(t)$  برای جایگزینی آن در معادله (24) مد نظر بوده است. در این روش نخست دامنه های توابع فوق از طریق هم مقیاس کردن (بر مبنای مقادیر حداکثر آنها) یکسان شده است. در مرحله بعدی، غیر هم زمانی دو جمله فوق از طریق مانا<sup>۱۳</sup> فرض کردن زلزله [۱۵] و استفاده از روش جذر مجموع مربعات برای ترکیب توابع مذکور مورد توجه قرار گرفته است.

پکان<sup>۱۴</sup> روابطی بر مبنای پیروی و نسبت میرایی بین مقادیر حداکثر دامنه توابع مذکور ارائه کرده [۱۶] که در تحقیق حاضر با استفاده از این روابط فرمول ساده شده ای به صورت زیر پیشنهاد شده است.

است با جرم اصلی سازه برابر نباشد ولی در سیستمهای غیر کلاسیک با میرایی پایین می تواند با جرم کل سازه معادل فرض شود.

برای محاسبه مقادیر حداکثر برش پایه از معادله (۲۹) و روش موسوم به جذر مجموع مربعات<sup>۱۶</sup> به صورت زیر عمل شده است.

$$v|_{Max} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (\alpha_{NC}^j M_{NC} P_j V_j(t)|_{Max})^2} \quad (32)$$

در مباحث بعدی با ذکر مثالهایی صحت فرضیات به کار گرفته شده در معادله با جرم موثر مودی  $M_{NC}^j$  و ضریب مشارکت جرمی  $\alpha_{NC}^j$  (معادلات ۲۸ و ۳۰) نشان داده شده و همچنین دقت حاصله از به کارگیری معادله (۳۲) بررسی خواهد شد.

### ۳- تحلیل طیفی در سیستمهای غیر کلاسیک

روش تحلیل طیفی از ابداعات مهم در زمینه مهندسی زلزله است که با استفاده از آن تحلیل سازه‌ها برای اثرات زلزله با سهولت و جامعیت زیاد (به دلیل لحاظ کردن زلزله‌های متفاوت در یک طیف طرح) و همچنین دقت مناسب امکانپذیر گشته است. در این رابطه از طریق ترکیب اثرات پاسخ در مودهای مختلف، تقریب مناسبی برای مقادیر حداکثر پاسخ سازه به دست خواهد آمد [۱۴].

استفاده از روش طیفی برای تحلیل سازه‌های با میرایی غیر کلاسیک در عمل با دشواریهایی روبرو بوده است. این مسئله از آنجا نشأت می‌گیرد که برخلاف سیستمهای کلاسیک عموماً پاسخ این سازه‌ها متشکل از دو جمله مستقل زمانی است. به عنوان مثال می‌توان بردار تغییر مکان طبقات سازه را با استفاده از مرجع شماره [۹] به صورت زیر نوشت.

$$\{x\} = \sum_{j=1}^n \left[ \left\{ \alpha_j^y \right\} V_j(t) + \left\{ \beta_j^y \right\} \dot{D}_j(t) \right] \quad (33)$$

جمله‌های موجود در معادله فوق در مباحث قبلی معرفی شده‌اند. همان طوری که از این معادله و یا مثلاً معادله (۲۴)

$$\dot{D}_j(t)|_{Max} = \eta_j V_j(t)|_{Max} \quad (25-الف)$$

که در آن:

$$\eta_j = f(\xi_j, T_j) = 0.8 - 0.6\xi_j + 0.17T_j + 0.4\xi_j T_j \quad (ب-25)$$

در معادله فوق  $\eta_j$  ضریب یکسان کننده دامنه‌های حداکثر توابع  $\dot{D}_j(t)$  و  $V_j(t)$  است. شکل (۲) مقایسه‌ای مابین معادلات ارائه شده توسط پکان و معادله پیشنهادی فوق برای ارتباط مابین مقادیر حداکثر توابع مزبور در دو نسبت میرایی ۵ و ۵۰ درصد را نشان می‌دهد.

با کمک روش جذر مجموع مربعات (برای یافتن مقادیر حداکثر توابع غیر مرتبط<sup>۱۵</sup>) برش پایه حداکثر هر مود با استفاده از معادله (۲۴) به صورت زیر نوشته شده است.

$$v_j|_{Max} = \sqrt{\left[ \left( (\alpha \omega_{MC}^j) P_j V_j(t)|_{Max} \right)^2 + \left( (\beta \gamma_{MC}^j) P_j \dot{D}_j(t)|_{Max} \right)^2 \right]} \quad (26)$$

حال با استفاده از معادله (۲۵-الف) خواهیم داشت:

$$v_j|_{Max} = \sqrt{(\alpha \omega_{MC}^j)^2 + \eta_j^2 (\beta \gamma_{MC}^j)^2} P_j V_j(t)|_{Max} \quad (27)$$

که در اینجا عبارت داخل رادیکال تحت عنوان جرم موثر مودی برای برش پایه حداکثر به صورت زیر تعریف شده است.

$$M_{NC}^j = \sqrt{(\alpha \omega_{MC}^j)^2 + \eta_j^2 (\beta \gamma_{MC}^j)^2} \quad (28)$$

از این طریق معادله (۲۷) به شکل ساده و آشنای زیر تبدیل شده است.

$$v_j|_{Max} = M_{NC}^j P_j V_j(t)|_{Max} \quad (29)$$

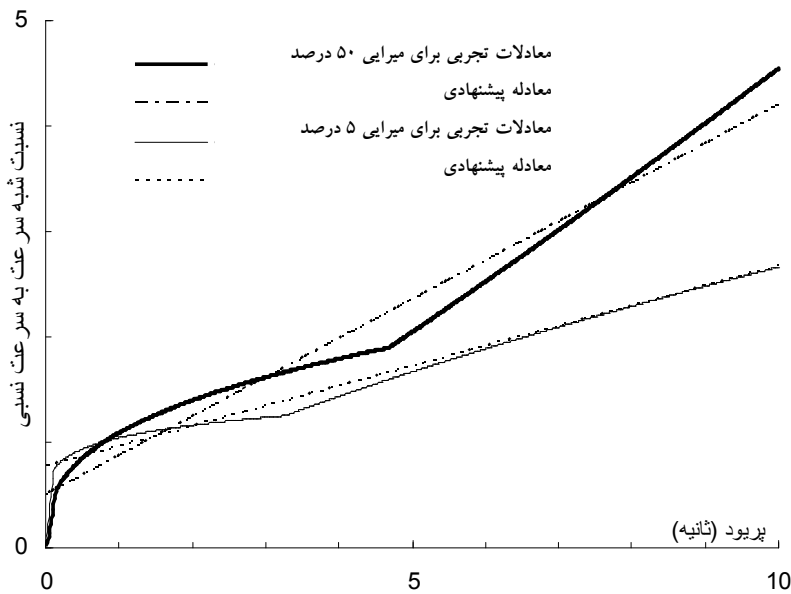
ضریب مشارکت جرمی  $\alpha_{NC}^j$  نیز در همین رابطه به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\alpha_{NC}^j = \frac{M_{NC}^j}{M_{NC}} \quad (30)$$

که در آن  $M_{NC}$  جرم موثر کل بوده و از معادله زیر به دست می‌آید.

$$M_{NC} = \sum_{j=1}^n M_{NC}^j \quad (31)$$

جرم موثر کل به دست آمده به علت وجود اثرات میرایی ممکن



شکل ۲- مقایسه معادلات تجربی پکان و معادله پیشنهادی برای نسبت حداکثر شبه سرعت و سرعت نسبی

استفاده در تحلیل طیفی بر مبنای جایگزینی طیف سرعت نسبی با طیف شبه سرعت از طریق ارتباط مابین مقادیر متناظر دو طیف مذکور با استفاده از معادله‌ای مانند معادله (۲۵- الف) است.

این روش عملاً در مبحث قبل برای محاسبه برش پایه به کار گرفته شده است. بدین ترتیب که جرم موثر مودی و یا ضریب مشارکت جرمی عملاً اثرات یکسان سازی دو طیف مورد نظر را دربر دارند. روش به کار گرفته شده برای محاسبه برش پایه طیفی می‌تواند برای سایر بازتابهای سازه نیز استفاده شود.

منطبق بر نمادهای مرسوم در تحلیل طیفی سازه‌ها می‌توان معادلات (۲۹) و (۳۲) را به صورتهای زیر نوشت.

$$v_j|_{Max} = M_{NC}^j P_j V_j(t)|_{Max} \Rightarrow v_j|_{Max} = \alpha_{NC}^j M_{NC} P_j psv(\omega_j, \xi_j) \quad (34)$$

$$v|_{Max} = \sqrt{\sum_{j=1}^n \left( \alpha_{NC}^j M_{NC} P_j psv(\omega_j, \xi_j) \right)^2} \quad (35)$$

در معادلات فوق،  $psv(\omega_j, \xi_j)$  معرف شبه سرعت طیفی

برای برش پایه هر مود پیداست، پاسخ سازه‌های غیر کلاسیک شامل جمله‌های زمانی شبه سرعت  $V_j(t)$  و سرعت نسبی  $\dot{D}_j(t)$  است. این ویژگی برای سایر بازتابهای سازه همانند برش و نیروی طبقات، همچنین تغییر مکان نسبی آنها نیز قابل مشاهده است. طیفهای مرسوم طراحی به صورت شبه شتاب، شبه سرعت و یا تغییر مکان عملاً در ارتباط با یکدیگر قرار دارند (از طریق فرکانس ارتعاش) ولی ارتباطی مابین آنها و طیف سرعت نسبی (واقعی) وجود ندارد. بدین خاطر محققان بسیاری روشهای طیفی متفاوتی را برای سیستمهای غیر کلاسیک بر مبنای استفاده از دو طیف مجزا ارائه کرده‌اند. از آن جمله می‌توان به کارهای ایگوسا [۱۱] و سینگ [۱۷] اشاره کرد. گروهی دیگر سعی در یافتن ارتباطی مابین طیفهای مذکور داشته‌اند. در این رابطه ویلاورد اشاره داشته است که می‌توان در میراییهای کم، دو طیف مورد نظر را یکسان فرض کرد [۱۸]. در این ارتباط کار مشابهی نیز توسط سینها و ایگوسا [۱۹] برای محاسبه تغییر مکان حداکثر مودی انجام پذیرفته که در آن  $\dot{D}_j(t)|_{Max}$  با  $V_j(t)|_{Max}$  معادل سازی شده است  $\left( \dot{D}_j(t)|_{Max} \approx V_j(t)|_{Max} \right)$  در تحقیق حاضر روش مورد



است. در ادامه، مفاهیم ذکر شده در رابطه با ضریب مشارکت جرمی و تحلیل طیفی سازه‌های غیر کلاسیک با ارائه مثالی مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

### ۳-۱- تعیین برش پایه مودال بروش طیفی

الگوریتم ارائه شده در مباحث قبلی در قالب یک برنامه رایانه ای توسعه یافته و مورد ارزیابی قرار گرفته است (برنامه موسوم به SiNC\_82). در این برنامه پس از تعیین ضریب مشارکت جرمی، تحلیل طیفی برای به دست آوردن برش پایه هر مود (و برش کل) با روش گفته شده صورت پذیرفته و با مقادیر برش پایه بر مبنای تحلیل تاریخچه زمانی مقایسه شده است.

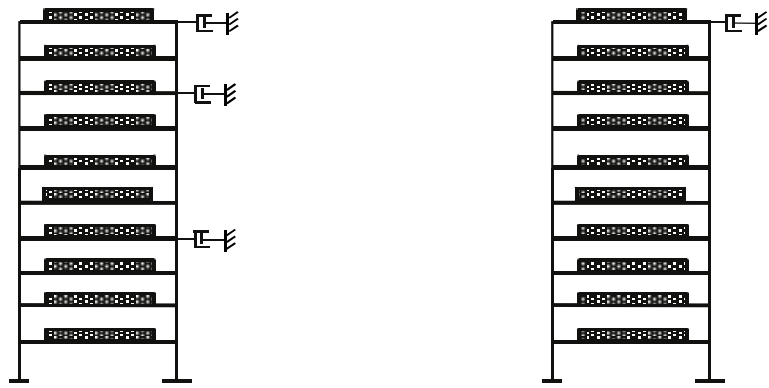
برای بررسی قابلیت‌های الگوریتم مورد بحث، ساختمان ده طبقه نشان داده شده در شکل (۳) مورد تحلیل قرار گرفته است. ساختمان مذکور سازه‌ای برشی است که ارتفاع طبقات، سختی و جرم آنها یکسان فرض شده است (ارتفاع طبقات ۳ متر، سختی برشی طبقات  $56267 \text{ N/mm}$  و جرم آنها  $200 \text{ N-sec}^2/\text{mm}$  است). فرض سختی برشی یکسان برای طبقات در عمل ممکن نیست زیرا به دلیل وزن طبقات بالاتر نمی‌توان از سختی یکسان برای تمام طبقات استفاده کرد. در این تحقیق فرض سختی برشی یکسان برای طبقات استفاده از یک مدل ساده بوده است. همچنین سازه مورد بحث دارای میرایی متناسب با سختی (کلاسیک) به میزان یک درصد برای مود اول (به صورت میراگرهای بین طبقه‌ای) است. ساختمان مزبور مدل زیرسیستم جرمی یک سازه جداسازی شده جرمی بوده که پیوند مود اول (کلاسیک) آن  $2/5$  ثانیه است. در این ساختمان دو حالت متفاوت قرار گرفتن میراگرها مورد مطالعه قرار گرفته که در حالت (الف) یک میراگر ویسکوز بتنهایی در طبقه آخر ساختمان و در حالت (ب) سه میراگر مشابه در طبقات ۴ و ۸ و ۱۰ قرار داده شده‌اند. همان طور که قبلاً توضیح داده شد، با فرض سختی زیاد زیر سیستم سختی اثر آن در مدلسازی به صورت تکیه‌گاه صلب برای میراگرهای ویسکوز

در نظر گرفته شده است. اصولاً در تحلیل و طراحی سیستم جداسازی شده جرمی، لزومی به در نظر گرفتن اثر زیر سیستم سختی در مدلسازی به صورت تکیه‌گاه گیردار نیست و در عمل نیز ایجاد چنین سیستمی هزینه‌های طرح را بالا برده و ممکن است توجه اقتصادی نداشته باشد. اگر تنها بتوان سختی زیرسیستم سختی را به گونه‌ای تعیین کرد که فرکانس آن اختلاف قابل قبولی با فرکانس زیرسیستم جرمی داشته باشد کافی است. از آنجایی که یکی از شروط سیستم جداسازی شده جرمی این است که زیرسیستم جرمی دارای پیوند بلند حدود  $2/5$  ثانیه (سیستم با سختی کم) باشد، به راحتی می‌توان سختی زیرسیستم سختی را به گونه‌ای تعیین کرد که اختلاف فرکانسی مورد نظر حاصل آید. در این تحقیق نیز، در نظر گرفتن زیرسیستم سختی به صورت گیردار صرفاً با این فرض که سختی زیرسیستم سختی به اندازه کافی از سختی زیرسیستم جرمی فاصله دارد و عملاً می‌توان آن را به صورت گیردار فرض کرد صورت گرفته است.

ساختمان مورد نظر تحت اثر چهار زلزله ال سترو<sup>۱۷</sup>، تافت<sup>۱۸</sup>، هاشینوهه<sup>۱۹</sup> و سان فرناندو<sup>۲۰</sup> قرار گرفته که طیف پاسخ زلزله‌های مذکور در دو نسبت میرایی ۵ و ۶۰ درصد در شکلهای (۴) و (۵) نشان داده شده است.

### ۳-۱-۱- تاثیر میرایی در تغییر مشخصه های سیستم

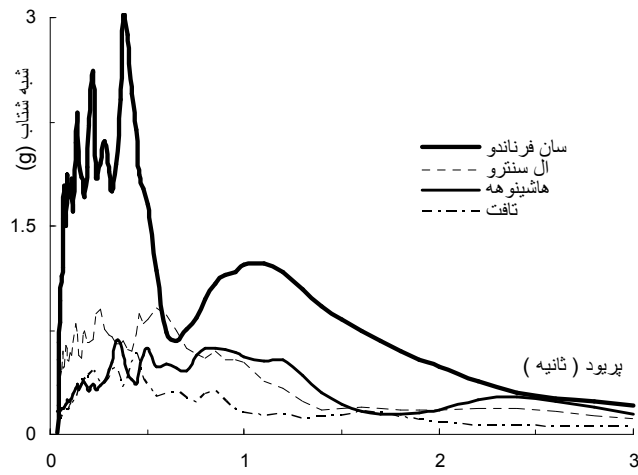
مشخصه‌های دینامیکی سازه‌های فوق (از قبیل پیوند، اشکال مودی و نسبت میرایی) از طریق تحلیل غیر کلاسیک مودال با استفاده از روش موسوم به بردار حالت<sup>۲۱</sup> [۲۰] به دست آمده است. برای محاسبه ضرایب مشارکت جرمی ( $\alpha_{NC}^j$ ) با به کارگیری روش ارائه شده در مباحث قبلی و با استفاده از معادلات (۲۸) و (۳۰) عمل شده است. نتایج حاصله برای پیوند، نسبت میرایی و ضریب مشارکت جرمی چهار مود اول سازه‌های مورد مطالعه در جداول (۱) و (۲) آورده شده است. در جداول فوق ظرفیت میرایی میراگرهای ویسکوز (ضریب C ظرفیت یک میراگر به تنهایی است) به گونه‌ای تنظیم



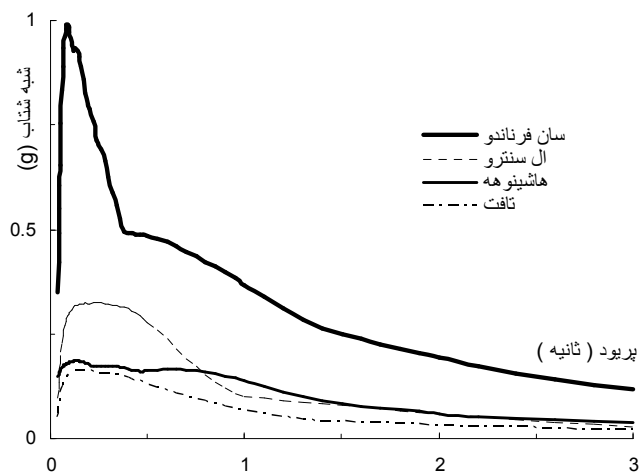
سازه (ب)

سازه (الف)

شکل ۳- مدل سازه‌های ده طبقه برشی



شکل ۴- طیف پاسخ زلزله‌ها برای میرایی ۵ درصد



شکل ۵- طیف پاسخ زلزله‌ها برای میرایی ۶۰ درصد

جدول ۱- مشخصات دینامیکی ساختمان ده طبقه (الف) با میراگر در طبقه آخر

ظرفیت میراگر (N-Sec/mm)															
مود	C=۲۰۶			C=۱۰۰۰			C=۱۹۶۵			C=۲۷۸۲			C=۳۵۹۰		
	ξ	T	α <sub>NC</sub>	ξ	T	α <sub>NC</sub>	ξ	T	α <sub>NC</sub>	ξ	T	α <sub>NC</sub>	ξ	T	α <sub>NC</sub>
۱	۰/۰۵	۲/۵۱	۰/۸۴۸	۰/۲۰	۲/۴۷	۰/۸۴۷	۰/۴۰	۲/۳۶	۰/۸۴	۰/۶۰	۲/۱۶	۰/۸۱۹	۰/۹۰	۱/۸	۰/۷۵۵
۲	۰/۰۴۶	۰/۸۴	۰/۰۹۱	۰/۰۹۵	۰/۸۴	۰/۰۹۱	۰/۱۶۵	۰/۸۵	۰/۰۹۶	۰/۲۴	۰/۸۷	۰/۱۱۶	۰/۳۳	۰/۹۵	۰/۱۸۶
۳	۰/۰۶۱	۰/۵۱	۰/۰۳۱	۰/۰۹	۰/۵۱	۰/۳۱۷	۰/۱۲۵	۰/۵۲	۰/۰۳۲	۰/۱۶	۰/۵۳	۰/۰۳۱	۰/۱۸	۰/۵۶	۰/۰۲۴
۴	۰/۰۷۹	۰/۳۷	۰/۰۱۴	۰/۰۱	۰/۳۸	۰/۱۴۳	۰/۱۱۷	۰/۳۸	۰/۰۱۶	۰/۱۳	۰/۳۹	۰/۰۱۹	۰/۱۴	۰/۳۹	۰/۰۲۲

جدول ۲- مشخصات دینامیکی ساختمان ده طبقه (ب) با میراگر در طبقات ۴ - ۸ - ۱۰

ظرفیت میراگر (N-Sec/mm)															
مود	C=۱۰۰			C=۴۶۰			C=۹۳۵			C=۱۴۰۰			C=۲۰۵۰		
	ξ	T	α <sub>NC</sub>	ξ	T	α <sub>NC</sub>	ξ	T	α <sub>NC</sub>	ξ	T	α <sub>NC</sub>	ξ	T	α <sub>NC</sub>
۱	۰/۰۵	۲/۵۱	۰/۸۴۸	۰/۲۰	۲/۵۰	۰/۸۴۷	۰/۴۰	۲/۴۸	۰/۸۴۶	۰/۶۰	۲/۴۵	۰/۸۴۱	۰/۹۰	۲/۳۸	۰/۸۳۱
۲	۰/۰۴۶	۰/۸۴	۰/۰۹۱	۰/۰۹۵	۰/۸۴	۰/۰۹۱	۰/۱۵۸	۰/۸۴	۰/۰۹۲	۰/۲۲	۰/۸۴	۰/۰۹۵	۰/۳۱	۰/۸۵	۰/۱۰۲
۳	۰/۰۵۸	۰/۵۱	۰/۰۳۱	۰/۰۷	۰/۵۱	۰/۳۱۷	۰/۰۸۹	۰/۵۱	۰/۰۳۳	۰/۱۰	۰/۵۱	۰/۰۳۵	۰/۱۲	۰/۵۱	۰/۰۳۸
۴	۰/۰۸۱	۰/۳۷	۰/۰۱۴	۰/۱۰	۰/۳۷	۰/۰۱۴	۰/۱۳۶	۰/۳۷	۰/۰۱۴	۰/۱۷	۰/۳۷	۰/۰۱۳	۰/۲۲	۰/۳۷	۰/۰۱۳

همچنین نتایج حاصله مبین آن است که با افزایش ظرفیت میرایی از میزان ضریب مشارکت جرمی مود اول کاسته شده (در سازه الف این ضریب از ۰/۸۴۸ در میرایی کم به ۰/۷۵۵ در میرایی حداکثر رسیده است) و در مقابل به مود دوم اضافه شده است (از ۰/۰۹۱ به ۰/۱۸۶). افزایش ضریب مشارکت جرمی مود دوم مبین بالاتر رفتن اهمیت این مود در تعیین رفتار سازه خواهد بود. این مسئله می‌تواند از مهمترین ویژگیهای سیستمهای غیرکلاسیک به حساب آید که تنها از طریق محاسبه ضریب مشارکت جرمی قابل دستیابی است.

### ۳-۱-۲- تاثیر تغییرات مشخصه های سیستم در برش پایه

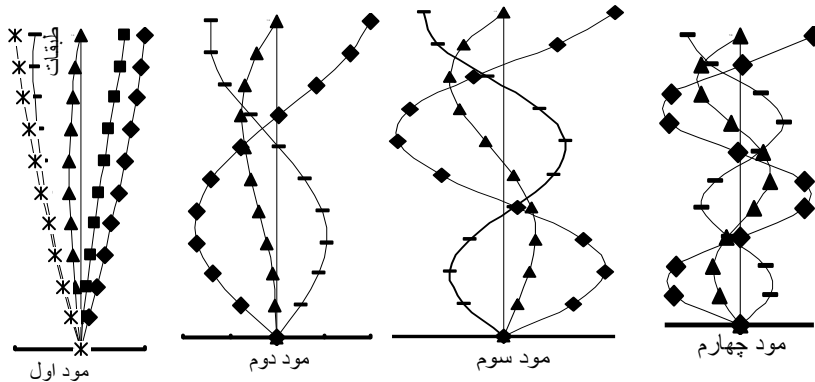
#### طیفی

در این مرحله با استفاده از معادله (۳۴) برش پایه برای هر مود و برای نسبتهای مختلف میرایی تعیین شده و نتایج حاصله از این طریق نسبت به مقادیر طیفی برش پایه با فرض رفتار کلاسیک مقیاس شده است. در تحلیل طیفی غیرکلاسیک از

شده است که نسبت میرایی مود اول سازه به ترتیب برابر ۵، ۲۰، ۴۰، ۶۰ و ۹۰ درصد شود. شکل (۶) چهار مود اول سازه (الف) را برای نسبت میرایی ۴۰ درصد نشان می‌دهد. از آنجایی که اشکال مودی در سیستمهای غیر کلاسیک دارای دو مؤلفه حقیقی و مجازی<sup>۲۲</sup> اند، این مؤلفه‌ها در شکل حاضر در یک نیم سیکل رفتاری در زوایای فاز صفر، ۴۵، ۹۰، ۱۳۵ و ۱۸۰ درجه، ترکیب و نشان داده شده‌اند. لازم به ذکر است که ترکیب فوق در زوایای صفر و نود درجه به ترتیب مبین مؤلفه‌های حقیقی و مجازی مودهای مورد نظر خواهند بود. برای خوانا بودن شکل، در مودهای دوم به بعد برخی از زوایای مذکور حذف شده‌اند.

همان طور که از جداول فوق برمی‌آید در سازه (ب) افزایش میرایی سبب تغییرات کمتری در پریود و ضریب مشارکت جرمی در مقایسه با سازه (الف) می‌شود. از این رو می‌توان چنین نتیجه گرفت که اثرات غیرکلاسیک بودن در سازه (الف) مهمتر از سازه (ب) خواهد بود. این موضوع در مباحث بعدی مورد مطالعه قرار خواهد گرفت.

◆ 0 deg. ■ 45 deg. ▲ 90 deg. ▬ 135 deg. × 180 deg.



شکل ۶- اشکال مودی چهار مود اول ساختمان ده طبقه (الف) با نسبت میرایی ۴۰ درصد

نسبت میرایی نیز برحسب ظرفیت میراگر طبقه فوقانی در محور ثانویه قائم (محور سمت راست) آورده شده است. به همین ترتیب شکلهای (۸) تا (۱۰) نیز مبین همان نسبتها برای مودهای شماره ۲، ۳ و ۴ هستند. نسبت برش پایه طیفی در این اشکال میانگین نسبتهای محاسبه شده برای چهار زلزله است.

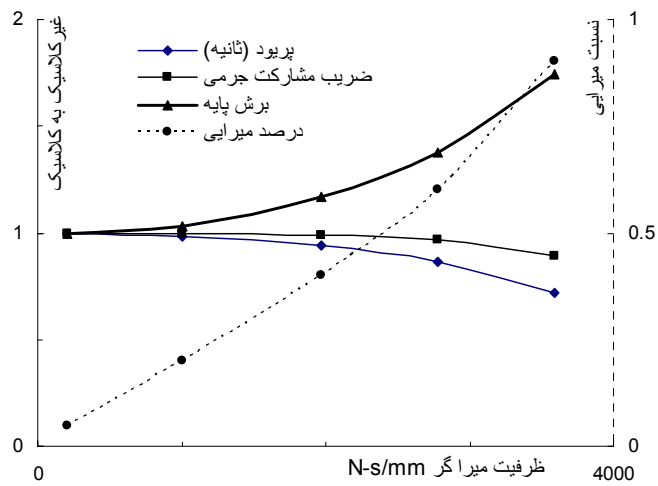
همان گونه که از شکلهای فوق پیداست، تغییرات نسبت میرایی با افزایش ظرفیت میراگر فوقانی دارای رابطه خطی نبوده و این مسئله در مودهای بالاتر سیستم بوضوح بیشتری قابل مشاهده است. بایستی توجه داشت که قرار گرفتن یک میراگر متمرکز در منتهی الیه فوقانی سازه در عمل سبب افزایش عمده در نسبت میرایی مود اول شده (تا حداکثر ۰/۹۰) در حالی که نسبتهای میرایی مودهای بالاتر با شدت کمتری متاثر از این افزایش ظرفیت میرایی شده‌اند (حداکثر ۰/۳۳، ۰/۱۸ و ۰/۱۴ به ترتیب برای مودهای دوم، سوم و چهارم).

نکته قابل توجه در نتایج به نمایش درآمده در شکلهای فوق این است که نسبت برش پایه غیرکلاسیک به کلاسیک در اکثر مودها با افزایش ظرفیت میراگر دارای روند صعودی است و مقدار برش پایه غیرکلاسیک تا محدوده دو برابر میزان کلاسیک آن در میراییهای بالا (برای اغلب مودها) می‌رسد.

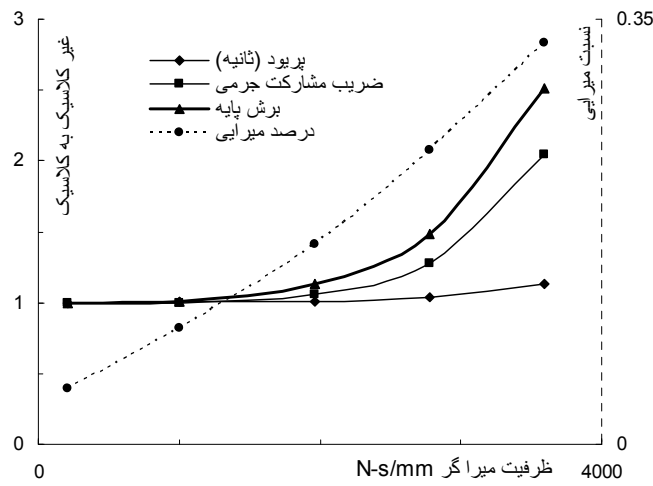
پریود، نسبت میرایی و ضریب مشارکت جرمی ارائه شده در مباحث قبلی استفاده به عمل آمده است. از آنجایی که در سیستمهای کلاسیک مقادیر پریود و ضریب مشارکت جرمی تابعی از میرایی سیستم محسوب نمی‌شوند، در تحلیل طیفی کلاسیک این سازه‌ها از مقادیر پریود و ضریب مشارکت جرمی اولیه سیستم برای پایینترین میزان میرایی (پنج درصد برای مود اول که در عمل معادل میرایی کلاسیک است) استفاده به عمل آمده است.

با توجه به اینکه در تحلیل مودال کلاسیک سازه‌ها نسبت میرایی به دست نمی‌آید، این ضریب در تحلیل طیفی کلاسیک سازه معادل با مقدار نسبت میرایی غیرکلاسیک فرض شده تا از این طریق بتوان تنها تاثیرات دو عامل پریود و ضریب مشارکت جرمی را مورد بررسی قرار داد. در مطالعات انجام یافته تنها نتایج حاصل از تحلیل سازه (الف) نشان داده شده است (به جهت غالب بودن رفتار غیر کلاسیک).

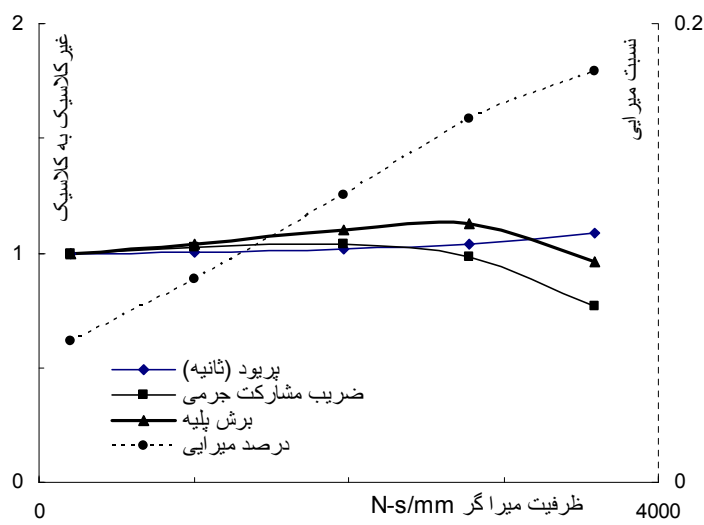
در شکل (۷) نسبت مقادیر غیرکلاسیک پریود، ضریب مشارکت جرمی و برش پایه طیفی مود اول سازه (الف) به مقادیر مشابه در سیستم کلاسیک نشان داده شده است (برحسب ظرفیت میراگر طبقه فوقانی سازه). همچنین تغییرات



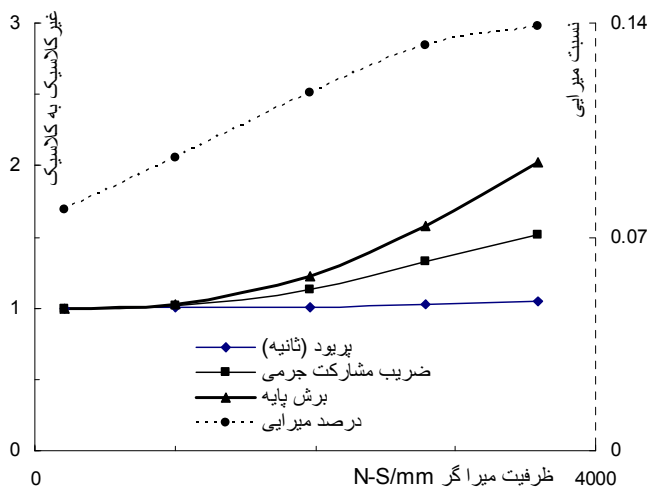
شکل ۷- تغییر در مشخصه‌های مود اول سازه (الف) بر حسب ظرفیت میراگر



شکل ۸- تغییر در مشخصه‌های مود دوم سازه (الف) بر حسب ظرفیت میراگر



شکل ۹- تغییر در مشخصه‌های مود سوم سازه (الف) بر حسب ظرفیت میراگر



شکل ۱۰- تغییر در مشخصه‌های مود چهارم سازه (الف) بر حسب ظرفیت میراگر

### ۳-۲- روش ترکیب مودها در تحلیل طیفی سیستمهای غیر کلاسیک

مطالعات انجام شده در بخش قبل در رابطه با تحلیل طیفی برای برش پایه هر مود با استفاده از ضریب مشارکت جرمی و پرئود غیرکلاسیک، معادله (۳۴) بوده است. در این بخش نخست صحت نتایج حاصله از روش مذکور از طریق مقایسه با روش تحلیل تاریخچه زمانی بررسی شده و سپس به مسئله چگونگی دقت روش طیفی در تعیین برش پایه کل با استفاده از روش جذر مجموع مربعات (SRSS) پرداخته می‌شود.

برنامه رایانه‌ای SiNC\_82 توانایی تحلیل غیرکلاسیک مودال سازه (با استفاده از الگوریتم ارائه شده در مرجع [۹]) را دارا بوده و از طریق آن می‌توان تحلیل تاریخچه زمانی را برای هر مود و برای ترکیب همه مودها (پاسخ نهایی سازه) به انجام رساند. بدین وسیله مقادیر حداکثر برش پایه هر مود و برش پایه کل به صورت دقیق (تاریخچه زمانی) تعیین و با مقادیر طیفی مقایسه می‌شود. در تحلیل طیفی، ترکیب اثرات چهار مود اول سیستم با استفاده از روش جذر مجموع مربعات (SRSS) استفاده شده است.

برای تعیین دقت روش SRSS در تعیین برش پایه کل، مقادیر حداکثر برش پایه هر مود (حاصله از روش تحلیل دقیق تاریخچه زمانی) با استفاده از همین روش با یکدیگر ترکیب و با

این ویژگی مبین اهمیت به کارگیری روش تحلیل غیرکلاسیک برای سازه‌های با میرایی بالاست.

همان طوری که در شکل (۷) دیده می‌شود با افزایش میرایی سازه، کاسته شدن از ضریب مشارکت جرمی به جای کاهش در برش پایه مود اول سبب ایجاد روند صعودی در مقدار برش پایه این مود شده است. این نتیجه به دلیل کاهش قابل توجه در پرئود (غیرکلاسیک) مود اول سازه حاصل شده (از ۲/۵ ثانیه به ۱/۸ ثانیه در میرایی حداکثر رسیده است) که به سبب آن مود مزبور در محدوده شتابهای بالاتر طیف زلزله قرار گرفته است. گرچه کاهش ضریب مشارکت جرمی درکاستن از مقدار برش پایه مود اول سازه مؤثر جلوه نمی‌کند، لیکن در مودهای بالاتر روند تغییرات برش پایه، همان طوری که از شکل‌های (۸) تا (۱۰) پیداست، عمدتاً از تغییرات این ضریب پیروی می‌کند. دلیل این امر این است که تغییرات پرئود در مودهای بالاتر، مودهای مربوطه را در محدوده شتابهای بالاتری قرار نمی‌دهد.

نتایج به دست آمده از مطالعات فوق مبین آن است که ضریب مشارکت جرمی عامل اصلی در تعیین میزان مشارکت مودهای بالای سیستم (مود دوم به بعد) است در حالی که در مود اول تغییر پرئود سیستمهای غیرکلاسیک نقش اساسی‌تری را در تعیین مشارکت مود مزبور ایفا می‌کند.

مودهای مختلف همواره مورد بحث بوده است. در این رابطه می‌توان به کارهای ایگوسا [۲۱] و گوپتا [۱۲] اشاره کرد. روش عمومی جذر مجموع مربعات در ترکیب اثرات مودها نیز در برخی موارد برای سیستمهای غیرکلاسیک مورد استفاده قرار گرفته است [۱۹]. در این رابطه اعتقاد کلی بر آن است که استفاده از روش جذر مجموع مربعات در سازه‌های با فرکانسهای ارتعاشی غیر نزدیک (در سیستمهای غیرکلاسیک و یا کلاسیک) می‌تواند نتایج قابل قبولی به دست دهد. در تحقیق حاضر نیز از روش مذکور در ترکیب اثرات مودها استفاده به عمل آمده است.

شکل (۱۵) نتایج تحلیل طیفی و دقیق را برای برش پایه حداکثر در سازه (الف) بر حسب نسبت‌های میرایی متفاوت نشان می‌دهد. در این شکل تحلیل طیفی برای چهار مود اول سازه (کلاسیک و غیرکلاسیک) تحت اثر زلزله سان-فرناندو نشان داده شده است. همچنین نتایج تحلیل طیفی SRSS برای برش پایه حداکثر با استفاده از مقادیر دقیق برش پایه هر مود (حاصله از تحلیل تاریخچه زمانی) برای چهار مود اول و تمامی مودهای سیستم (هر ۱۰ مود) برای بررسی دقت روش جذر مجموع مربعات آورده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود نتایج به دست آمده از تحلیل طیفی مطابقت فوق‌العاده‌ای با نتایج حاصله از ترکیب اثرات مقادیر دقیق برش پایه هر مود با استفاده از روش جذر مجموع مربعات داراست. این در حالی است که برش پایه سیستم کلاسیک روند خطای فزاینده‌ای را با افزایش میرایی نشان می‌دهد.

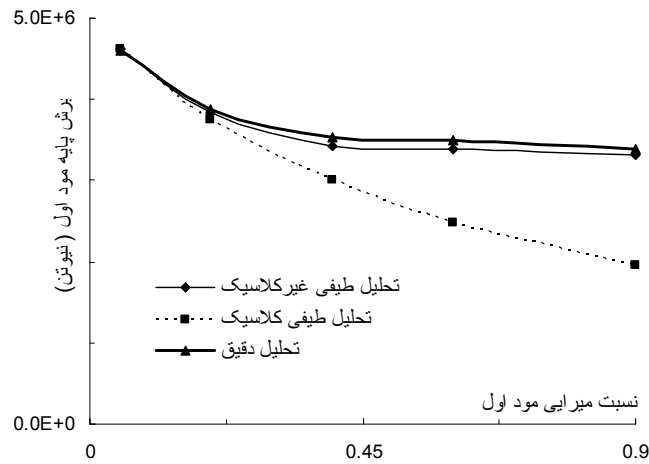
نکته مورد توجه در اینجا آن است که ترکیب اثرات برش پایه مودها با روش جذر مجموع مربعات برای مقادیر دقیق و طیفی غیرکلاسیک نتایج یکسانی به دست داده است. علاوه بر آن همان‌گونه که در شکل مورد بحث پیداست، اثرات مودهای بالاتر نیز (مودهای چهارم به بعد) نتیجه را تحت تاثیر قرار نداده است. در مقابل، نتیجه حاصل از تحلیل تاریخچه زمانی برای مقادیر حداکثر برش پایه (نشان داده شده در شکل فوق) گویای روند متفاوتی در مقایسه با نتایج ترکیب اثرات مودها (SRSS)

برش پایه حداکثر تاریخچه زمانی مقایسه شده است. علاوه بر این، به منظور مشخص ساختن اثرات مودهای بالاتر (مود چهارم به بالا)، روش جذر مجموع مربعات برای دو حالت چهار مود اول و تمامی مودها (۱۰ مود) به کار رفته و نتایج آن مورد بحث قرار گرفته است.

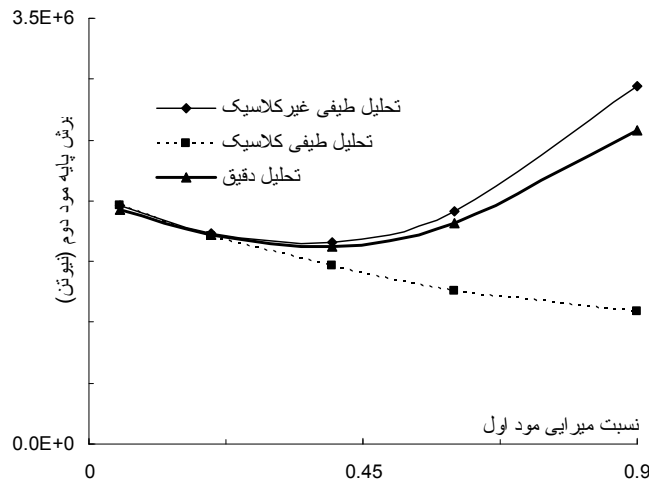
نتایج حاصل از تحلیل طیفی برای مقادیر حداکثر برش پایه هر مود در مقایسه با مقادیر دقیق برش پایه حداکثر مودهای مربوطه (با استفاده از تحلیل تاریخچه زمانی) نشان دهنده دقت قابل قبول تحلیل طیفی بر مبنای روش ارائه شده در این مطالعه است. در این رابطه شکل‌های (۱۱) تا (۱۴) مؤید این امرند. شکل‌های فوق برش پایه حداکثر مودهای اول تا چهارم سازه مورد بحث را تحت اثر زلزله سان فرناندو نشان می‌دهند. در این شکلها نتایج تحلیل طیفی غیرکلاسیک هر مود (با استفاده از ضریب مشارکت جرمی و پرپود غیرکلاسیک) و تحلیل طیفی کلاسیک آن (ضریب مشارکت جرمی و پرپود کلاسیک) با مقادیر حداکثر تحلیل دقیق تاریخچه زمانی مود مربوطه مقایسه شده‌اند. برای مقیاس کردن نتایج، محور افقی تمامی اشکال مزبور برحسب نسبت میرایی مود اول سازه رسم شده‌اند (نسبت میرایی مود اول با استفاده از جدول (۱) به نسبت‌های میرایی سایر مودها و یا ظرفیت میراگر ویسکوز، C، قابل تبدیل است).

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود تطابق بسیار خوبی مابین مقادیر طیفی غیرکلاسیک و مقادیر دقیق در تمامی محدوده نسبت‌های میرایی وجود دارد. این در حالی است که برش پایه حاصل از تحلیل طیفی با مشخصه‌های سیستم کلاسیک روند فزاینده‌ای را در میزان خطا نشان می‌دهد. جوابهای به دست آمده از تحلیلهای مشابه برای سه زلزله دیگر نیز کمابیش تایید کننده نتایج فوق‌اند. البته در مواردی خطای تحلیل طیفی غیرکلاسیک برخی از مودها در یکی از چهار زلزله فوق تا حدی بالاتر از محدوده‌های نشان داده شده در شکل‌های (۱۱) تا (۱۴) بوده است.

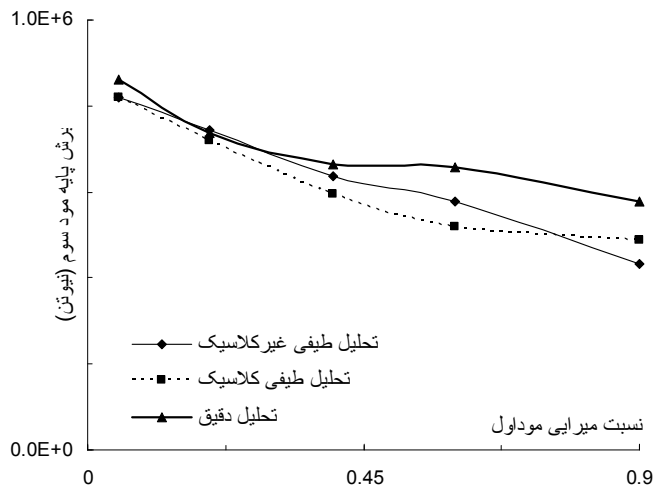
در تحلیل غیرکلاسیک طیفی چگونگی ترکیب اثرات



شکل ۱۱- مقایسه نتایج تحلیل طیفی کلاسیک و غیر کلاسیک برای مود اول سازه (الف) تحت اثر زلزله سان فرناندو

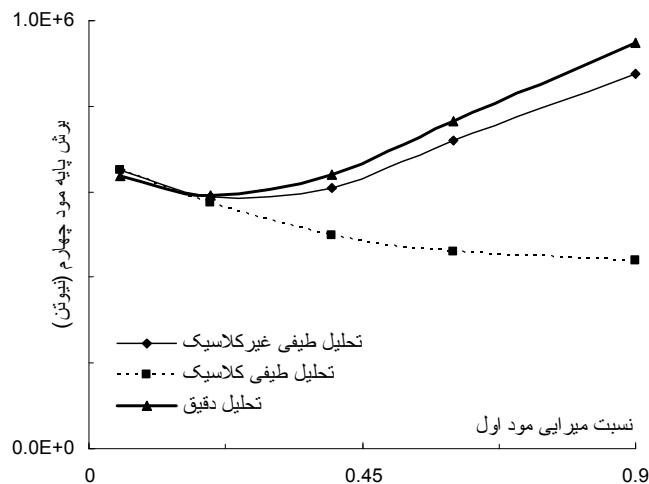


شکل ۱۲- مقایسه نتایج تحلیل طیفی کلاسیک و غیر کلاسیک برای مود دوم سازه (الف) تحت اثر زلزله سان فرناندو

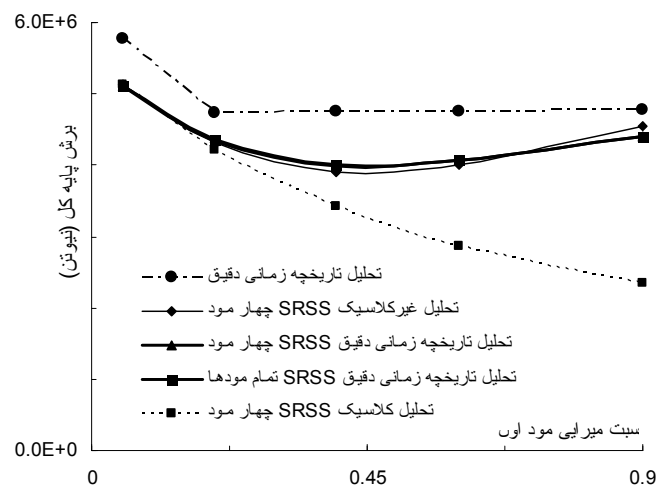


شکل ۱۳- مقایسه نتایج تحلیل طیفی کلاسیک و غیر کلاسیک برای مود سوم سازه (الف) تحت اثر زلزله سان فرناندو





شکل ۱۴- مقایسه نتایج تحلیل طیفی کلاسیک و غیر کلاسیک برای مود چهارم سازه (الف) تحت اثر زلزله سان فرناندو

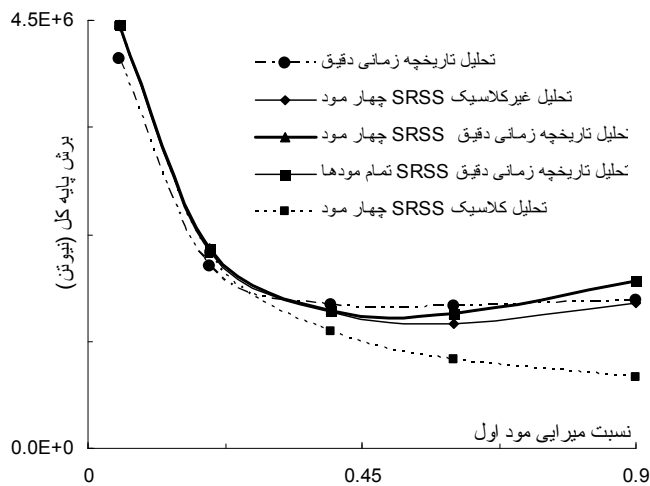


شکل ۱۵- مقایسه نتایج حاصله برش پایه کل در سازه (الف) تحت اثر زلزله سان فرناندو

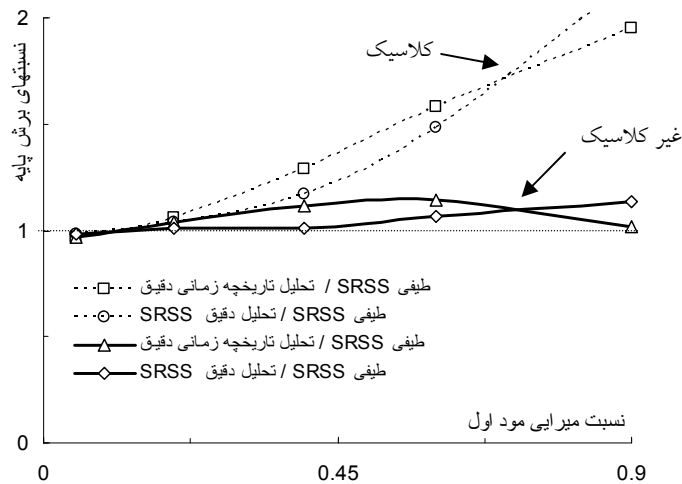
گرفته شده برای روش جذر مجموع مربعات (مقادیر دقیق برش پایه مودال و مقادیر طیفی غیر کلاسیک) دارد. دقت متفاوت این روش در دو زلزله مذکور، شکل‌های (۱۵) و (۱۶) مبین این حقیقت است که برخلاف تصور متداول (دقت مناسب روش جذر مجموع مربعات در فرکانسهای سازه ای غیر نزدیک) روش SRSS در سازه مزبور متأثر از محتوای فرکانسی زلزله نیز هست. شکل (۱۷) نشانگر متوسط نسبت‌های برشهای پایه حداکثر

است. این امر مبین آن است که روش جذر مجموع مربعات دربرآورد برش پایه کل دقت کافی نداشته است (حتی با فرض استفاده از مقادیر دقیق برش پایه تمامی مودها).

شکل (۱۶) منحنیهای مشابهی را برای سازه مذکور تحت اثر زلزله هاشینووه نشان می‌دهد. در این مورد خاص همان طور که پیداست دقت روش جذر مجموع مربعات در مقایسه با حالت قبل بهتر بوده و منحنی برش پایه حداکثر کل حاصله از تحلیل تاریخچه زمانی مطابقت نزدیکی با تمامی حالت‌های به کار



شکل ۱۶- مقایسه نتایج حاصله برش پایه کل در سازه (الف) تحت اثر زلزله هاشینوهه



شکل ۱۷- متوسط نسبت‌های برش‌های پایه حداکثر مقادیر طیفی و دقیق برای زلزله‌های مختلف

مسئله همچنین در مقایسه منحنیهای با خطوط منقطع در شکل مزبور که نسبت‌های فوق‌الذکر را برای فرض کلاسیک بودن سیستم نشان می‌دهد نیز دیده می‌شود.

شایان ذکر است که حداکثر نسبت میرایی که می‌توان برای تحلیل خطی ساختمانها استفاده کرد حدود ۳۰ درصد است [۱۳]، اما دو سازه (الف) و (ب) تا نسبت میرایی ۹۰ درصد تحلیل شده‌اند. از آنجایی که این تحقیق جنبه علمی داشته، انتخاب نسبت میرایی ۹۰ درصد صرفاً برای بررسی چگونگی تغییرات ضریب مشارکت جرمی در میراییهای بالا

مقادیر طیفی و دقیق برای چهار زلزله معرفی شده قبلی است. در این شکل نسبت برش پایه حداکثر حاصله از تحلیل دقیق تاریخچه زمانی به برش پایه طیفی غیرکلاسیک (SRSS چهار مود) عملاً در محدوده نسبت مقادیر SRSS برش پایه چهار مود (تحلیل دقیق تاریخچه زمانی برای هر مود) به برش پایه طیفی غیرکلاسیک است (با توجه به فاصله نزدیک مابین منحنیهای با خطوط پیوسته). این بدان معناست که مقدار خطای برآورد برش پایه کل از طریق روش تحلیل طیفی غیرکلاسیک (پیشنهادی در این مقاله) عملاً در محدوده خطای روش SRSS قرار دارد. این

بوده است، هر چند استفاده از چنین میرابه‌های بالایی در سازه بهینه نیستند. به هر صورت استفاده از مقادیر بیش از ۴۰ تا ۴۵ درصد میرایی، صرفاً به صورت ریاضی بوده است.

#### ۴- تعیین محدوده غیر کلاسیک سازه های جدا سازی شده جرمی

تحلیل غیرکلاسیک سازه‌ها در بسیاری از موارد با دشواریهای متعدد در رابطه با تهیه امکانات نرم افزاری روبروست، به صورتی که حتی تعیین پریودهای ارتعاشی سیستمهای غیرکلاسیک از طریق برنامه‌های موجود تحلیل سازه امکانپذیر نیست. اگر مشخص شود که رفتار غیرکلاسیک چنین سیستمهایی تاثیر عمده‌ای در تعیین پاسخ رفتار سازه ندارد، می‌توان با کلاسیک فرض کردن سیستم مورد نظر از امکانات نرم افزاری موجود (برای تحلیل سیستمهای کلاسیک) با دقت کافی بهره برد.

در این تحقیق برای تعیین کمی محدوده قابل قبول برای فرض رفتارکلاسیک در سیستمهای جداسازی شده جرمی، شکل‌های (۳-الف) و (۳-ب) از روش تحلیل طیفی پیشنهادی در این مقاله استفاده به عمل آمده است.

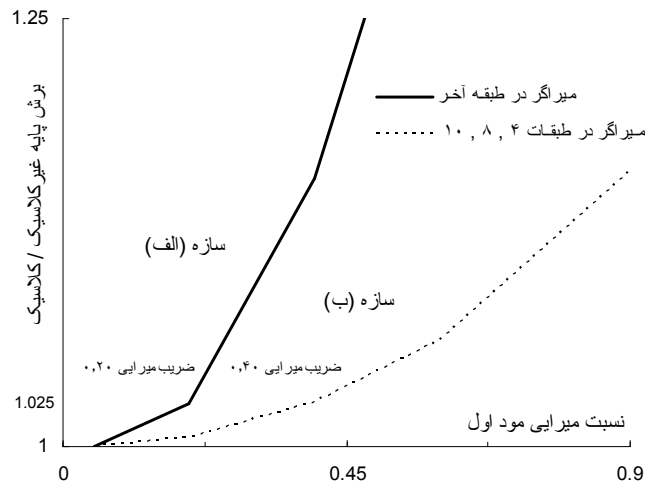
اگر بنا باشد که تحلیل طیفی کلاسیک به جای تحلیل طیفی غیرکلاسیک مورد استفاده قرارگیرد، بایستی تخمین مناسبی از نسبت میرایی واقعی سیستم غیرکلاسیک برای هر مود موجود باشد. این تخمین می‌تواند از طریق برخی از نرم افزارهای موجود مانند DRAIN\_2DX به صورت غیرمستقیم و بر مبنای نسبت انرژی مصرفی میراگرها به انرژی کرنشی هر مود در یک سیکل ارتعاشی به دست آید [۲۲]. اما از آنجایی که تعیین پریود میرای سیستم غیرکلاسیک توسط اغلب نرم افزارهای موجود قابل محاسبه نیست، تنها تخمین ممکن برای پریود چنین سازه‌ای استفاده از پریود نامیرای (کلاسیک) سیستم خواهد بود. همان گونه که در نتایج نشان داده شده در بخشهای قبل دیده شده است، تحلیل طیفی کلاسیک با دارا بودن نسبت میرایی واقعی (با نزدیک به واقعیت) و پریود نامیرای سیستم تا محدوده خاصی (از مقدار میرایی) می‌تواند با

تحلیل طیفی غیرکلاسیک مشابهت داشته باشد. در این مرحله از مطالعه هدف یافتن محدوده مورد نظر به صورتی است که دقت حاصله از تحلیل کلاسیک پاسخگوی نیازهای طراحی سیستمهای غیرکلاسیک قرار گیرد.

شکل (۱۸) میانگین نسبت‌های برش پایه حاصله از تحلیل طیفی غیرکلاسیک به تحلیل طیفی کلاسیک را برحسب افزایش میرایی برای چهار زلزله معرفی شده قبلی در دو سازه شکل (۳) نشان می‌دهد. همان طوری که پیداست در سازه (الف) با ازدیاد میرایی مقدار خطای حاصله از تحلیل کلاسیک بسرعت افزایش می‌یابد در حالی که سازه (ب) روند افزایش خطای ملایمتری را نشان می‌دهد. از این مقایسه مشخص می‌شود که چیدمان میراگرها در تعیین محدوده رفتار غیرکلاسیک سازه‌های جداسازی شده جرمی نقش موثری را ایفا می‌کنند.

اثرات دیده شده در رابطه با خطای برش پایه تحلیل کلاسیک عملاً بسیار کوچکتر از خطای حاصله در برآورد برش طبقات، خصوصاً در همسایگی محل قرارگیری میراگرهای متمرکز (به عنوان مثال برش طبقه دهم در سازه الف) خواهد بود. در این تحقیق با توجه به این مسئله و تجربیات حاصله از تحلیل‌های انجام گرفته شده، حد مجاز خطای برش پایه برای تحلیل کلاسیک سیستمهای جداسازی شده جرمی مقدار کوچکی برابر ۲/۵ درصد در نظر گرفته شده است. با استفاده از این مقدار خطا در برش پایه، نسبت میرایی مجاز برای مود اول سازه (الف) برابر ۲۰ درصد و برای سازه (ب) حدود ۴۰ درصد به دست می‌آید. به عبارتی تحلیل کلاسیک سازه‌های مزبور، به ترتیب در محدوده میرایی کمتر از ۲۰ و ۴۰ درصد برای سازه‌های (الف) و (ب) می‌تواند با فرض خطای قابل قبول جایگزین تحلیل غیرکلاسیک آنها شود.

نتایج فوق مبین این حقیقت است که قرارگیری میراگرهای ویسکوزدر طبقات متعدد عملاً اثرات غیرکلاسیک بودن سیستم را در سازه‌های جداسازی شده جرمی به گونه‌ای کاهش می‌دهد که در بالاترین محدوده نسبت‌های میراییهای متداول (مابین ۳۰ تا ۴۰ درصد برای مود اول) فرض کلاسیک بودن رفتار این



شکل ۱۸- میانگین نسبت‌های برش پایه حاصله از تحلیل طیفی غیر کلاسیک به تحلیل طیفی کلاسیک

با افزایش میرایی در یک سیستم غیر کلاسیک اثر مودهای بالاتر (خصوصاً مود دوم) در تعیین پاسخ سازه اهمیت بیشتری خواهد یافت. در این تحقیق همچنین روش تحلیل طیفی موثری برای سیستم‌های غیر کلاسیک با استفاده از ضریب فوق معرفی شده و صحت و دقت آن از طریق مثال‌های عددی نشان داده شده است. در انتها با استفاده از این روش تحلیل طیفی، معیاری برای تعیین محدوده قابل قبول برای فرض رفتار کلاسیک در سازه‌های غیر کلاسیک جداسازی شده جرمی ارائه شده است. مشخص ساختن محدوده فوق از آن جهت اهمیت دارد که امکان به کارگیری روش‌های کلاسیک تحلیل دینامیکی را در محدوده مذکور برای سازه‌های غیر کلاسیک فراهم می‌سازد. پیشنهاد می‌شود که در ادامه کار برای سایر سازه‌های غیر کلاسیک با میرایی بالا نیز این محدوده مشخص شود.

سازه‌ها قابل قبول خواهد بود.

## ۵- نتیجه‌گیری

معرفی ضریب مشارکت جرمی برای سیستم‌های غیر کلاسیک از دستاوردهای مهم تحقیق حاضر است. این ضریب که با استفاده از مقادیر حداکثر طیف شبه سرعت و سرعت نسبی به دست آمده می‌تواند در کنار پریود و نسبت میرایی از مشخصه‌های مهم دینامیکی سیستم‌های غیر کلاسیک محسوب شود. تعریف ضریب مشارکت جرمی از طریق فوق گرچه با روش متداول در تعیین ضریب مشارکت جرمی سازه‌های کلاسیک متفاوت است ولی با آن مشابهت دارد. این مسئله در مثال‌های عددی به خوبی دیده شده است. نتایج حاصله در خصوص ضریب مشارکت جرمی مبین این ویژگی بود که

## واژه نامه

1. base isolation
2. TMD
3. classical systems
4. coupled equations
5. decoupling
6. Caughy & O'Kelly
7. secondary systems
8. vertical isolation
9. stiffness subsystem and mass subsystem
10. mass participation factor
11. characteristic vector
12. Duhamel integral
13. Stationary
14. Pekcan

15. un-correlated
16. Square root of the sum of the squares (SRSS)
17. El-centro-S00E
18. Taft-EW
19. Hachinohe-EW
20. San-Fernando-S16
21. State Vector
22. Real & Imaginary vectors

## مراجع

1. Skinner, R.I., Robinson, W.H., and Mc Verry, G.H., *An Introduction to Seismic Isolation*, John Wiley & Sons, New York, 1993.
2. Kaynia, A.M., Veneziano, D., and Biggs, J.M., "Seismic Effectiveness of Tuned Mass Dampers," *Structural Engineering*, Vol. 107, pp. 1465-1484, 1981.
3. Villaverde, R., "Reduction in Seismic Response with Heavily-Damped Vibration Absorbers," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 13, pp. 33-42, 1985.
4. Sadek, F., Mohraz, B., Taylor, A.W., and Chung, M., "A Method of Estimating the Parameters of Tuned Mass Dampers for Seismic Applications," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26, pp. 617-635, 1997.
5. Ziyaeifar M., "Mass Isolation, Concept and Techniques," *European Earthquake Engineering*, Vol. 2, pp. 64-76, 2002.
6. Caughey, T.K., and O'Kelly, M.E.J., "Classical Normal Modes in Damped Linear Dynamic Systems," *Applied Mechanics*, Vol. 32, pp. 583-588, 1965.
7. Clough, R.W., and Mojtahedi, S., "Earthquake Response Analysis Considering Non-Proportional Damping," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 4, pp. 489-96, 1976.
8. Foss, K.A., "Co-ordinates which Uncouple the Equations of Motion of Damped Linear Dynamic Systems," *Applied Mechanics*, Vol. 25, pp. 361-364, 1958.
9. Veletsos, A.S., and Ventura, C.E., "Modal Analysis of Non-Classical Damped Linear Systems," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 14, pp. 217-243, 1986.
10. Singh, M.P., and Ghafory-Ashtiany, M., "Modal Time History Analysis of Non-Classically Damped Structures for Seismic Motions," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 14, pp. 133-146, 1986.
11. Igusa, T., Der Kiureghian, A., and Sackman, J.L., "Modal Decomposition Method for Stationary Response of Non-Classically Damped Systems," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 12, pp. 121-136, 1984.
12. Gupta, A.K., *Response Spectrum Method in Seismic Analysis and Design of Structures*, Blackwell Scientific, Cambridge, Mass., 1990.
13. FEMA-273, "NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings," Federal Emergency Management Agency, Washington D.C., 1996.
14. Clough, R.W., and Penzien, J., *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, New York, 1993.
15. Der Kiureghian, A., "A Response Spectrum Method for Random Vibration Analysis of MDF Systems," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 9, pp. 419-435, 1981.
16. Pekcan, G., Mander, J.B., and Chen, S.S., "Fundamental Considerations for the Design of Non-Linear Viscous Dampers," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 28, pp. 1405-1425, 1999.
17. Singh, M.P., "Seismic Response by SRSS for Non-Proportional Damping," *Engineering Mechanics*, Vol. 2, pp. 1405-1419, 1980.
18. Villaverde, R., and Newmark, N.M., "Seismic Response of Light Attachments to Buildings" SRS No. 469. University of Illinois, Urbana, 1980.
19. Sinha, R., and Igusa, T., "CQC and SRSS Methods for Non-Classically Damped Structures," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, pp. 615-619, 1995.
20. Hurty, W.C., and Rubinstein, M.F., *Dynamics of Structures*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1964.
21. Igusa, T., and Der Kiureghian, A., "Response Spectrum Method for Systems with Non-Classical Damping," *Proceeding of ASCE-EMD specialty conference*, West Lafayette, Indiana, pp. 380-384, 1983.
22. Prakash, V., Powell, G.H., and Campbell, S., "DRAIN-2DX: Base Program Description and user guide, Version 1.10.," UCB/SEMM-93/17, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, 1993.