

## روش جدید هدایت بدون خاموشی اجباری موتور برای موشکهای بالستیک زمین به زمین

محمد علی معصوم‌نیا\*، قاسم علیزاده\*\* و حمید رضا مؤمنی\*\*\*

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف

بخش مهندسی برق، دانشگاه تربیت مدرس

(دریافت مقاله: ۱۳۷۶/۷/۷ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۷۷/۲/۲)

چکیده - در این مقاله، روش جدیدی برای هدایت موشکهای بالستیک زمین به زمین سوخت جامد بدون نیاز به خاموشی اجباری موتور ارائه شده است. پیچیدگی خاموشی موتورهای سوخت جامد روش جامعی برای هدایت این گونه موشکها را می‌طلبد. در این روش با اتلاف انرژی اضافی سوخت به صورت کنترل شده، قانون هدایتی خاصی به کار می‌رود تا با ارسال فرامین مناسب به سیستم کنترل و تغییر مسیر حرکت موشک، سرعت آن در انتهای زمان سوزش برابر با سرعت لازمه شود. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که روش هدایتی بالا در مورد موشکهای برد بلند با سیستم کنترل انحراف دهنده نیروی پیشران کارا و عملی است.

### A New Guidance Method for Surface to Surface Ballistic Missiles without Mandatory Engine Cut-Off

M. A. Massoumnia, Gh. Alizadeh and H. R. Momeni

Department of Electrical Engineering, Sharif University of Technology

Department of Electrical Engineering, Tarbiat Modarres University

**ABSTRACT-** In this paper, a new guidance method for surface to surface ballistic missiles without mandatory engine cut-off will be presented. The complexity of solid fuel engine cut-off demands a comprehensive method for guiding these missiles. In the method presented in this paper, a certain guidance law is applied such that by transmitting appropriate commands to the control system, by changing the missile's path and also through wasting additional fuel energy, the missile velocity will be equal to the desired one at the end of the burning time. The results of the simulation indicate that the aforementioned guidance method is quite effective and practical with long-range missiles having thrust vector control.

\*\*\* استادیار

\*\* دانشجوی دکترا

\* دانشیار

فهرست علائم

$\underline{a}_c$	بردار واحدی که در صفحه شامل $\underline{a}_T$ و $\underline{V}_g$ قرار داشته و با بردار $\underline{V}_g$ زاویه $\theta$ می‌سازد، شکل (۱)	t	زمان کنونی، sec، معادله (۶)	m/sec، معادله (۵)
$\underline{a}_T$	بردار شتاب غیرجاذبه‌ای وارد بر موشک، معادله (۲)	$t_b$	زمان باقیمانده تا خاموشی موتور، sec، معادله (۹)	$\underline{V}_T$
$a_T$	اندازه بردار شتاب غیرجاذبه‌ای وارد بر موشک، $m/(sec)^2$ ، معادله (۲)	$t_f$	زمان خاموشی طبیعی موتور، sec، معادله (۸)	$\Delta V(t)$
K	ضریب تنظیم‌کننده سرعت اجرای فرامین هدایتی در هدایت بدون خاموشی اجباری موتور، معادله (۳)	$V_{cap}$	حداکثر سرعت قابل دستیابی توسط موشک، m/sec، معادله (۵)	$\delta V$
$K_c$	ضریب تنظیم‌کننده سرعت اجرای فرامین هدایتی در هدایت با خاموشی اجباری موتور، معادله (۲)	$\underline{V}_g$	بردار اختلاف سرعت موشک با سرعت لازمه، معادله (۱)	اختلاف مابین حداکثر سرعت قابل دستیابی و سرعت لحظه‌ای موشک، m/sec، معادله (۵)
Q	مشتق بردار سرعت لازمه نسبت به بردار موقعیت، معادله (۱۴)	$\dot{\underline{V}}_g$	مشتق برداری $\underline{V}_g$ نسبت به دستگاه اینرسی، معادله (۱۴)	$\tau$
		$\underline{V}_g$	مشتق اسکالر $V_g$ ، $m/(sec)^2$ ، معادله (۱۰)	$\theta$
		$\underline{V}_m$	بردار سرعت موشک در دستگاه اینرسی، معادله (۱)	زاویه بین بردارهای $\underline{a}_T$ و $\underline{V}_g$ ، rad، شکل (۱)
		$V_m$	اندازه بردار سرعت موشک، m/sec، معادله (۶)	$\underline{\omega}_c$
				فرمان سرعت زاویه‌ای به اتوپایلوت موشک، rad/sec، معادله (۲)

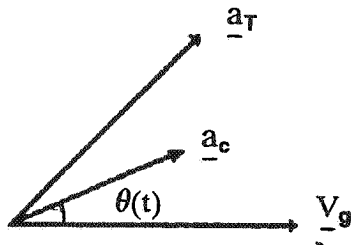
۱ - مقدمه

در بسیاری از موشک‌های بالستیک زمین به زمین وظیفه سیستم هدایت ارسال فرامین مناسب به سیستم کنترل است تا با تغییر مسیر حرکت، سرعت موشک را برابر سرعت لازمه کرد و سپس با خاموش کردن موتور، موشک را در مسیر بالستیک منتهی به هدف قرار دهد. عمل خاموشی موتور باید به سرعت انجام گیرد چرا که تأخیر جزئی در اجرای فرمان خاموشی، سبب پیدایش خطای قابل توجهی در اصابت به هدف می‌شود. در موشک‌های سوخت جامد که تکنولوژی خاموشی ناگهانی موتور پیچیده و گرانقیمت است، روش هدایتی خاصی مورد نیاز است که اساس کار آن بهره‌گیری کنترل شده از تمام انرژی سوخت موشک باشد. از آنجا که همواره انرژی سوخت برای بردی بیشتر از فاصله تا هدف طراحی می‌شود، در این روش هدایتی باید انرژی اضافی سوخت به گونه‌ای با تغییر مسیر حرکت موشک اتلاف شود. منطق هدایتی بدون خاموشی اجباری موتور در مرجع [۳] تحت عنوان  $GEM^2$  معرفی شده است. روش‌های ارائه

شده در منابع موجود [۲-۷] از کارایی مطلوبی برخوردار نیستند و اکثراً تجربی بوده و از روش تحلیلی دقیق استفاده نکرده‌اند. در این مقاله ابتدا روش هدایت با خاموشی و بدون خاموشی اجباری موتور برگرفته از مراجع به اختصار معرفی شده و سپس یک روش تحلیلی برای هدایت بدون خاموشی اجباری موتور موشک‌های زمین به زمین سوخت جامد ارائه می‌شود.

۲- هدایت سرعت لازمه (با خاموشی اجباری موتور) [۸]  
 سرعت لازمه، سرعت اولیه‌ای است که باعث می‌شود موشک در مسیری حرکت کند که از موقعیت فعلی خود پس از گذشت زمان معین به هدف مطلوب برسد، مشروط بر آنکه حرکت فقط تحت تأثیر نیروی جاذبه زمین انجام شود. در هدایت سرعت لازمه، هدف صفر کردن اختلاف سرعت موشک با سرعت لازمه است.

$$\underline{V}_g = \underline{V}_T - \underline{V}_m \quad (1)$$



شکل ۱ - انطباق بردارهای  $a_T$  و  $a_c$  در هدایت بدون خاموشی اجباری موتور

$$\delta V = V_{cap} - V_m \quad (5)$$

$V_{cap}$  حداکثر سرعت قابل دستیابی توسط موشک است که مستقیماً به ضربه ویژه<sup>۵</sup> موتور سوخت جامد مربوط است. با نزدیک شدن به لحظه خاموشی طبیعی موتور  $\delta V$  به سمت صفر می‌رود. تابع  $\theta(t)$  بایستی به گونه‌ای انتخاب شود که  $V_g$  و  $\delta V$  همزمان صفر شوند. توابع ارائه شده برای  $\theta(t)$  طبق معادله (۴) تجربی بوده و شبیه‌سازهای انجام شده، نشان می‌دهند که تحقق فرامین هدایتی فوق نیاز به مصرف انرژی کنترلی زیادی دارد. در ادامه یک روش تحلیلی با استفاده از تخمین زمان باقیمانده تا خاموشی موتور، برای به دست آوردن تابع  $\theta(t)$  ارائه می‌شود.

#### ۴- الگوریتم روش جدید هدایتی

۴-۱ به دست آوردن تابع  $\theta(t)$  با استفاده از تخمین زمان باقیمانده تا خاموشی موتور<sup>۶</sup>  $(t_b)$  برای تخمین زمان باقیمانده تا خاموشی موتور،  $\Delta V(t)$  را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Delta V(t) = \int_0^t a_T(\tau) d\tau \quad (6)$$

بدین ترتیب:

$$\Delta V(0) = 0 \quad (7)$$

$$\Delta V(t_f) = \int_0^{t_f} a_T(\tau) d\tau = V_{cap} \quad (8)$$

با فرض ثابت بودن  $a_T(t)$  در یک دوره تناوب نمونه‌برداری داریم:

در هدایت با خاموشی اجباری موتور، هدف دستیابی هرچه سریعتر به بردار سرعت لازمه و یا صفر کردن  $V_g$  است. سیستم هدایت و کنترل در این حالت به گونه‌ای عمل می‌کند تا بردار  $a_T$  (شتاب غیر جاذبه‌ای وارد بر موشک) در راستای  $V_g$  قرار گیرد. در این شرایط  $V_g$  تقریباً در خلاف جهت  $V_g$  قرار گرفته و مقدار آن به سمت صفر میل می‌کند. در این حالت فرمان سرعت زاویه‌ای  $\omega_c$  توسط سیستم کنترل به موشک اعمال می‌شود.

$$\omega_c = K_c \frac{a_T \times V_g}{a_T \cdot V_g} \quad (2)$$

در اینجا  $K_c$  ضریبی است که برای تنظیم سرعت اجرای فرامین هدایتی به کار می‌رود. با اعمال فرمان سرعت زاویه‌ای فوق، سیستم کنترل ضمن حذف کلیه عوامل اغتشاش، اندازه  $V_g$  را به صفر رسانده و فرمان خاموشی موتور صادر می‌شود.

#### ۳- هدایت بدون خاموشی اجباری موتور<sup>۳</sup>

در صورت عدم امکان خاموشی ناگهانی موتور، بایستی از انرژی سوخت به گونه‌ای استفاده کرد تا زمان دستیابی به سرعت لازمه و زمان خاموشی طبیعی موتور<sup>۴</sup> بر هم منطبق شوند. بنابراین انطباق بردارهای  $a_T$  و  $V_g$  بر خلاف حالت قبل، باید به تدریج و بر مبنای الگوریتمی خاص انجام شود. در این حالت سیستم کنترل به گونه‌ای عمل می‌کند که به جای انطباق مستقیم  $a_T$  بر  $V_g$ ، آن را بر بردار واحد  $a_c$  که با  $V_g$  زاویه  $\theta(t)$  ایجاد می‌کند، منطبق سازد. به شکل (۱) توجه کنید.

زاویه  $\theta(t)$  به عنوان یک پارامتر طراحی توسط سیستم هدایت تعیین می‌شود. فرمان سرعت زاویه‌ای در این حالت از معادله زیر به دست می‌آید:

$$\omega_c = K \frac{a_T \times a_c}{a_T} \quad (3)$$

$K$  مانند  $K_c$  ضریب تنظیم کننده سرعت اجرای فرامین هدایتی است.

شکل عمومی تابع  $\theta(t)$  به صورت زیر معرفی شده است [۲-۵]:

$$\theta(t) = f(\delta V, V_g) \quad (4)$$

$$\frac{-a_T V_g}{V_{cap} - \Delta V(t)} = -a_T \cos \theta(t) \quad (17)$$

و در نهایت داریم:

$$\cos \theta(t) = \frac{V_g(t)}{V_{cap} - \Delta V(t)} \quad (18)$$

حال با داشتن معادله بالا، زاویه  $\theta(t)$  و در نتیجه بردار  $\underline{a}_c$  به دست می‌آیند. فرمان سرعت زاویه‌ای نیز از معادله (۳) محاسبه شده و به اتوپایلوت فرمان داده می‌شود.

۲-۴ روش دیگر برای محاسبه تابع  $\theta(t)$  (با استفاده از معادله دیفرانسیل  $V_g$ )

در این بخش بدون استفاده از معادله‌های تقریبی (۹) و (۱۰) به نتیجه نهایی (معادله (۱۸)) خواهیم رسید. معادله دیفرانسیل  $V_g$  طبق معادله (۱۶) عبارت است از:

$$\dot{V}_g = -a_T \cos \theta \quad (19)$$

حال با حل معادله دیفرانسیل بالا،  $\cos \theta$  را چنان به دست می‌آوریم که  $V_g$  در لحظه خاموشی طبیعی موتور برابر صفر شود ( $V_g(t_f) = 0$ ). با انتگرالگیری از معادله (۱۹) داریم:

$$V_g(\tau) - V_g(t) = -\cos \theta \int_t^\tau a_T(\tau) d\tau, \quad t \leq \tau \leq t_f \quad (20)$$

حال اگر  $t_f = \tau$  قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$V_g(t_f) - V_g(t) = -\cos \theta \int_t^{t_f} a_T(\tau) d\tau \quad (21)$$

با توجه به اینکه بایستی  $V_g(t_f) = 0$  شود، داریم:

$$\cos \theta(t) = \frac{V_g(t)}{\int_t^{t_f} a_T(\tau) d\tau} \quad (22)$$

از طرف دیگر می‌توان نوشت:

$$t_b \cong \frac{\Delta V(t_f) - \Delta V(t)}{a_T(t)} = \frac{V_{cap} - \Delta V(t)}{a_T(t)} \quad (9)$$

حال زمان صفر شدن  $V_g$  را به دست می‌آوریم:

$$t_{(V_g=0)} \cong \frac{-V_g}{\dot{V}_g} \quad (10)$$

در روش هدایتی بدون خاموشی اجباری موتور بایستی زمان صفر شدن  $V_g$  با زمان باقیمانده تا خاموشی موتور برابر شود، پس با توجه به برابری طرفهای اول معادله‌های (۹) و (۱۰) داریم:

$$\frac{-V_g}{\dot{V}_g} = \frac{V_{cap} - \Delta V(t)}{a_T(t)} \quad (11)$$

در نتیجه:

$$\dot{V}_g = \frac{-a_T(t) V_g}{V_{cap} - \Delta V(t)} \quad (12)$$

از طرف دیگر داریم:

$$\dot{V}_g = \frac{\dot{V}_g^T \cdot V_g}{V_g} \quad (13)$$

و در مرجع [۱] نشان داده شده که:

$$\dot{V}_g = -QV_g - a_T \quad (14)$$

$$Q = \frac{\partial V_g}{\partial t} \quad \text{که در آن:}$$

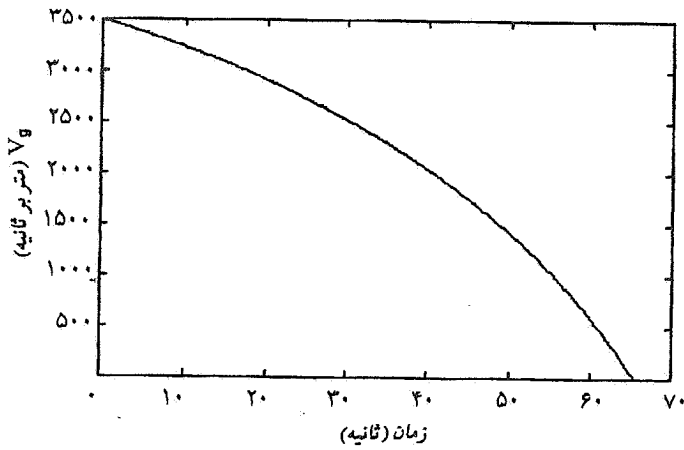
عبارت  $QV_g$  در مقابل  $a_T$  کوچک است و در اینجا می‌توان از آن صرف نظر کرد، پس:

$$\dot{V}_g \cong -a_T \quad (15)$$

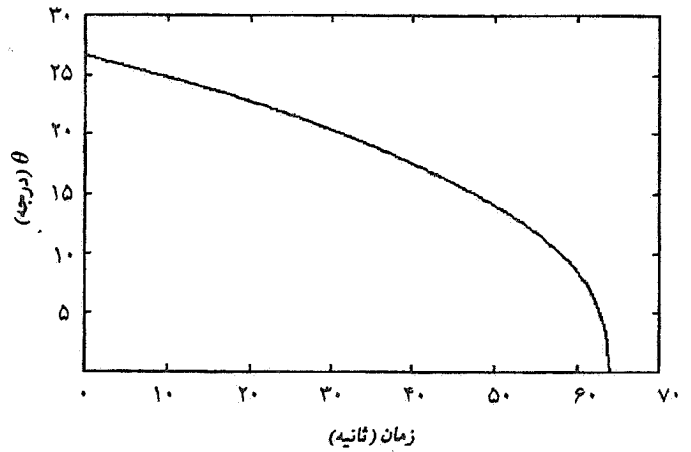
با جاگذاری معادله (۱۵) در معادله (۱۳) داریم:

$$\dot{V}_g = \frac{a_T^T V_g}{V_g} = -a_T \cos \theta(t) \quad (16)$$

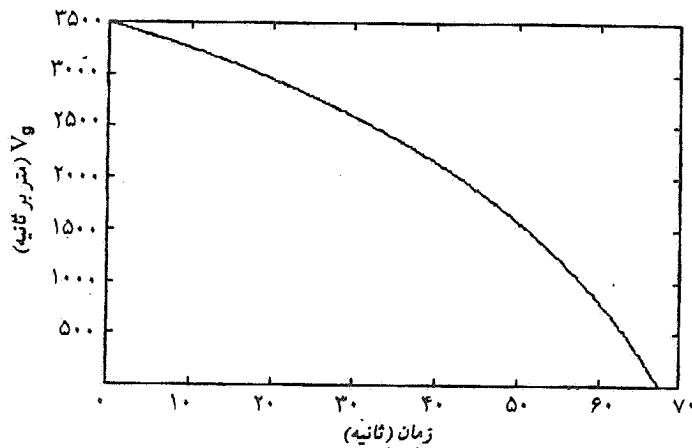
که  $\theta(t)$  زاویه بین بردارهای  $a_T$  و  $V_g$  است. با مقایسه دو معادله (۱۲) و (۱۶) داریم:



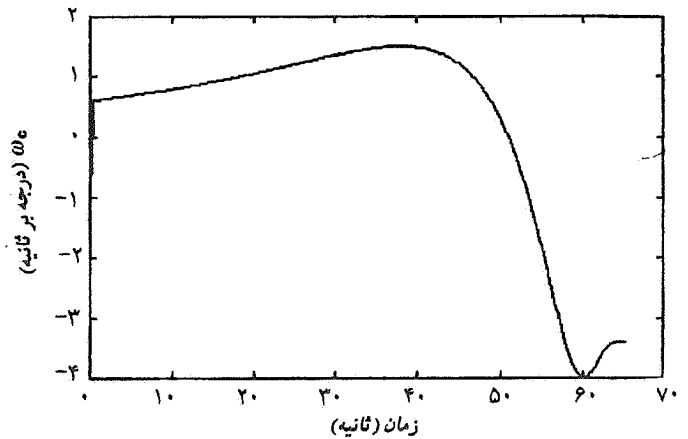
شکل ۳ - تغییرات اندازه بردار  $V_g$  در حالت نامی  
(زمان خاموشی = ۶۵/۵ ثانیه)



شکل ۲ - تغییرات زاویه بین بردارهای  $V_g$  و  $a_T$



شکل ۵ - تغییرات اندازه بردار  $V_g$  در حالت غیرنامی  
(زمان خاموشی = ۶۷/۵ ثانیه)



شکل ۴ - تغییرات اندازه  $\omega_c$  (فرمان سرعت زاویه‌ای داده شده به اتوپایلوت)

### ۵- شبیه سازی

شبیه سازی بر روی یک موشک نمونه سوخت جامد با زمان سوزش ۶۵/۵ ثانیه و با سیستم کنترل انحراف دهنده نیروی پیشران انجام شده است. شکل (۲) نشان دهنده تغییرات  $\theta(t)$  است. شکل (۳) نیز نحوه صفر شدن اندازه بردار  $V_g$  را در حالت نامی نشان می دهد. می بینیم که با اعمال روش هدایت جدید،  $V_g$  در لحظه خاموشی طبیعی موتور صفر شده و موشک به سرعت لازمه مطلوب رسیده است. شکل (۴) نشان دهنده اندازه فرمان  $\omega_c$  سرعت زاویه‌ای داده شده به اتوپایلوت است. با دقت در این شکل می توان دریافت که فرامین داده شده در این روش به راحتی توسط اتوپایلوت قابل اجراست و دارای تغییرات مطلوبی است. لازم به ذکر است که با شبیه سازیهای متعدد و تغییر مقادیر نامی

$$\int_t^{t_f} a_T(\tau) d\tau = \int_t^{t_f} a_T(\tau) d\tau - \int_t^{t_f} a_T(\tau) d\tau = V_{cap} - \Delta V(t) \quad (23)$$

با جاگذاری معادله (۲۳) در معادله (۲۲) داریم:

$$\cos \theta(t) = \frac{V_g(t)}{V_{cap} - \Delta V(t)} \quad (24)$$

که همان معادله (۱۸) است و مستقل از معادله‌های تقریبی (۹) و (۱۰) به دست آمده است.

جامد بسیار پیچیده و گرانتیمت است. بنابراین طراحی یک روش هدایت بدون خاموشی اجباری موتور برای این نوع موشکها ضروری است. کارهای انجام شده قبلی در این زمینه به دلیل تجربی بودن و نداشتن تحلیل دقیق ریاضی از کارایی مناسبی برخوردار نیستند.

در این مقاله یک روش تحلیلی برای هدایت بدون خاموشی اجباری موتور موشکهای زمین به زمین سوخت جامد ارائه شده است. در این روش با اتلاف انرژی اضافی سوخت به صورت کنترل شده، الگوریتم هدایتی خاصی به کار می‌رود تا با ارسال فرامین مناسب به اتوپایلوت، همزمان با خاموشی طبیعی موتور سرعت موشک برابر سرعت لازمه شود. نتایج شبیه‌سازی، نشان دهنده کارایی مطلوب این روش جدید هدایتی برای موشکهای برد بلند با سیستم کنترل انحراف دهنده نیروی پیشران است.

### قدردانی

نویسندگان این مقاله از مدیریت محترم گروه هدایت و کنترل پژوهشکده شهید باکری به خاطر فراهم آوردن امکانات لازم در این تحقیق سپاسگزاری می‌کنند.

- |                                 |                     |
|---------------------------------|---------------------|
| 1. thrust vector control (TVC)  | 4. burn out         |
| 2. general energy management    | 5. specific impulse |
| 3. cut-off insensitive guidance | 6. time to burn out |

- Battin, R. H., " An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics, " *AIAA Education series*, New York, 1987.
- De swarte, T. W., " Cut-off Insensitive Guidance, " M. S. Thesis, M.I.T. , Sept. 1971.
- Zarchan, P., " Tactical and Strategic Missile Guidance, " *AIAA Education Series*, 1990.
- Ghaffari. A., and Amini, M. R., "Guidance Method for Surface to Surface Ballistic Missiles without Mandatory Engine Cut off, " *4 th Annual Mech. Eng. Conference*, ISME-Shiraz, PP. 415-422 (In Persian), 1996.

پارامترهای موشک، کارایی این روش جدید هدایتی مشخص شده است. از مهمترین پارامترهای موشک، نرخ سوزش سوخت است که با تغییر این پارامتر، باز  $V_g$  در لحظه خاموشی طبیعی موتور صفر می‌شود و در نتیجه این روش، حساس به زمان خاموشی موتور نیست. برای نمونه تغییرات  $V_g$  در صورت تغییر نرخ سوزش که باعث ۲ ثانیه تأخیر در زمان خاموشی موتور شده، در شکل (۵) نشان داده شده است. با دقت در این شکل مشخص می‌شود که در این حالت نیز در زمان ۶۷/۵ ثانیه  $V_g$  صفر شده است.

### ۶- نتیجه گیری

در این مقاله ابتدا جزئیات عملکرد سیستم هدایت اینرسی در موشکهای بالستیک زمین به زمین در فاز رفت و بر مبنای بردار سرعت لازمه مورد بررسی قرار گرفته است. هدایت سرعت لازمه بر این واقعیت استوار است که پس از دست یافتن به سرعت برابر و هم جهت با سرعت لازمه برای برخورد به هدفی مشخص و در زمان معین، فرمان خاموشی موتور صادر می‌شود و از آن پس موشک به صورت یک پرتابه در میدان جاذبه زمین، مسیر بالستیک را طی کرده تا به هدف اصابت کند.

تکنولوژی خاموش کردن ناگهانی موتور در موشکهای سوخت

### واژه نامه

### مراجع

- Alizadeh, GH., and Amini, M. R., "Optimization of Guidance System for Surface to Surface Ballistic Missiles," *5th Annual Mech. Eng. Conference*, ISME-Tabriz PP. 247-252 (In Persian), 1997.
- Pitman, G. R., *Inertial Guidance*, John Wiley and Sons Inc. 1962.
- بهرامی، ع.ا.، "هدایت بدون خاموشی اجباری موتور"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۱.
- معصوم‌نیا، م.ع.، "گزارش برنامه‌شبیه‌سازی شش درجه آزادی موشکهای زمین به زمین"، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۶۶.