

## به کارگیری مدل میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی به منظور پیش‌بینی نرخ ارز

مهدی خاشعی\* و مهدی بیجاری\*\*

دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۵/۵/۸ - دریافت نسخه نهایی: ۸۶/۵/۷)

**چکیده** - در دنیای امروز به کارگیری روشهای کمی پیش‌بینی در زمینه‌های مختلف مورد توجه گسترده قرار گرفته است. تغییرات سریع محیطهای ناشناخته در دنیای واقعی و به‌ویژه بازارهای مالی سبب ایجاد مشکلاتی برای پیش‌بینی‌کنندگان به منظور تأمین داده‌های مورد نیاز شده است. مدل‌های میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته (ARIMA) دارای محدودیت تعداد داده‌های گذشته بوده و شبکه‌های عصبی مصنوعی (ANNs) نیز به منظور حصول نتایج دقیق احتیاج به داده‌های زیادی دارند. مدل‌های رگرسیون فازی، مدل‌هایی مناسب در شرایط پیش‌بینی با داده‌های قابل حصول کم‌اند. در این مقاله به منظور برطرف ساختن مشکل مذکور و حصول نتایج دقیق‌تر، مدل‌های میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته با رگرسیون فازی ترکیب شده‌اند. نتایج حاصله از به کارگیری روش ترکیبی در بازار ارز بیسانگر کارامدی این روش در پیش‌بینی بازه تغییرات نرخ ارز بوده است.

واژگان کلیدی: پیش‌بینی نرخ ارز، مدل اریما (ARIMA)، مدل میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی (FARIMA)

## Using a Fuzzy Auto Regressive Integrated Moving Average Model for Exchange Rate Forecasting

Mehdi Khashei and Mehdi Bijari

Department of Industrial Engineering, Isfahan University of Technology

**Abstract:** Forecasting methods have wide applications in decision making. In the real world, rapid changes normally take place in different areas, specifically in financial markets. Collecting the required data is a main problem for forecasters in such unstable environments. Forecasting methods such as Auto Regressive Integrated Moving Average (ARIMA) models and also Artificial Neural Networks (ANNs) need large amounts of historical data. Although fuzzy forecasting models such as fuzzy regression are suitable methods when the data available is scant, their performance is not satisfactory at times. In this paper, a new Fuzzy Auto Regressive Integrated Moving Average (FARIMA) is presented. The proposed model can be run with less data, so

\*\* - استادیار

\* - کارشناس ارشد

*it is more suitable than other models for cases where there are limited data available. The results obtained on exchange rate forecasting reveal the efficiency of the proposed model.*

**Keywords:** Exchange rate, Auto Regressive Integrated Moving Average, Fuzzy regression, Time series forecasting, Combined forecast.

## ۱- مقدمه

به کارگیری روشهای کمی به منظور پیش بینی بازارهای مالی، بهبود تصمیم گیریها و سرمایه گذاریها به ضرورتی انکار ناپذیر در دنیای امروز تبدیل شده است. نرخ ارز یکی از مهمترین متغیرهای مؤثر در سیستمهای مالی بوده و پیش بینی آن می تواند باعث بهبود قابل توجهی در عملکرد این گونه از سیستمها شود. تحقیقات بسیاری در زمینه پیش بینی نرخ ارز انجام شده است [۱ و ۲] که تعداد انتشارات بیانگر اهمیت مسئله مذکور است. اینس [۳] از یک مدل دومرحله ای ترکیبی به منظور پیش بینی نرخ ارز استفاده کرده است. وی در این مقاله با ترکیب مدل های پارامتریک و غیر پارامتریک، روشی به منظور پیش بینی ارائه کرده است. چن نیز در تحقیقی مشابه از یک روش ترکیبی به منظور پیش بینی در بازارهای مالی و پیش بینی و تعیین روند تغییرات نرخ ارز استفاده کرده است [۴].

امروزه علی رغم وجود روشهای کمی متعدد برای پیش بینیهای مالی، هنوز پیش بینی دقیق نرخ ارز کار چندان ساده ای نیست و اکثر محققان درصدد به کارگیری و مقایسه روشهای متفاوت به منظور حصول نتایج دقیقترند [۵]. مید [۶] دقت مدل های کوتاه مدت خطی و غیرخطی پیش بینی را به منظور پیش بینی نرخ ارز بایکدیگر مقایسه کرده است. بالابان نیز عملکرد چهار روش متفاوت پیش بینی را به منظور پیش بینی نرخ ارز بایکدیگر مقایسه کرده است [۷]. از سایر اقدامات انجام شده در این زمینه می توان به مقالات شین [۸] و وانگ [۹] اشاره کرد.

از زمان پیشنهاد مدل های میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته توسط بوکس - جنکینز [۱۰] تا به امروز از این گونه مدلها در پیش بینی مسائل متعددی همچون مسائل اجتماعی، اقتصادی، مهندسی و مالی استفاده شده و نتایج مفید و مؤثری نیز در برداشته اند. اساس عملکرد این گونه مدلها بر این فرض اولیه

استوار است که مقادیر آینده سری زمانی، رابطه تابعی مشخص و واضحی با مقادیر گذشته و فعلی سری زمانی و همچنین خطاهای خالص مدل دارند. این گونه از مدلها برای پیش بینیهای کوتاه مدت بسیار مفید بوده و در صورت فراهم بودن شرایط مطلوب، پیش بینیهای دقیقی نیز ایجاد می کنند. از جمله این شرایط می توان احتیاج به حداقل پنجاه و ترجیحاً یکصد مشاهده یا بیشتر اشاره کرد، علاوه بر این، این گونه مدلها از مفهوم عبارت خطا (تفاوت بین مقادیر تخمین زده شده با مقادیر اصلی) استفاده می کنند لذا به منظور به کارگیری این گونه از مدلها باید تمامی فرضهای مربوط به عبارت خطا را در مدلسازی لحاظ کرد.

تاناکا [۱۱-۱۳] به منظور جلوگیری از خطای مدلسازی، رگرسیون فازی که اساساً یک مدل پیش بینی فاصله ای است را پیشنهاد داده است. اما این مدل نیز معایبی دارد که از جمله مهمترین آنها می توان به وسیع شدن بیش از حد فاصله پیش بینی که به علت وجود برخی از مقادیر پرت ایجاد می شود، اشاره کرد. سریهای زمانی فازی توسط سانگ و چیزوم [۱۴-۱۶] براساس معادلات فازی و منطق تقریبی مدلسازی و مطرح شد. چن [۱۷] نیز یک روش سری زمانی براساس سریهای زمانی و مفاهیم سانگ پیشنهاد داده است. کاربردهای فراوانی از رگرسیون فازی به منظور تحلیل سریهای زمانی فازی توسط محققان ارائه شده است [۱۸]، اما این مدلها شامل مفاهیم مدل بوکس - جنکینز نیستند. در این مقاله از مفاهیم و نتایج حاصله از هر دوی این روشها (اریما و رگرسیون فازی) استفاده شده است تا بتوان از کلیه مزایای موجود در این روشها به منظور پیش بینیهای بهتر استفاده کرده و محدودیتهای هر یک از این مدلها را نیز تا حد امکان کاهش داد. برخی از این موارد از قرار زیر است:

۱- تعیین بهترین و بدترین موقعیتهای ممکن برای تصمیم گیریهای صحیحتر و دقیقتر.

۲- نیاز به مشاهدات کمتر نسبت به مدل اریما.

دارای توزیع نرمال باشند، امری مشکل است. لذا استفاده از این گونه مدلها دارای محدودیتهایی از این دست خواهد بود. این مدلها از مفاهیم جمله خطا استفاده می‌کنند، اما تخمینهای ما مقادیر دقیقی بوده و شامل جمله خطا نمی‌شوند و این همان مفهوم پایه‌ای رگرسیون فازی است که توسط تاناکا و همکارانش [۱۳] پیشنهاد شده است. مفهوم اساسی نظریه فازی و رگرسیون فازی این است که جمله خطا از باقیمانده‌های بین مقادیر تخمین زده شده و مقادیر اصلی یا مشاهدات تولید نمی‌شود بلکه در عدم قطعیت پارامترهای مدل و امکان توزیع در ارتباط با مشاهدات حقیقی به‌کارگرفته می‌شوند. مدل رگرسیون خطی فازی در حالت کلی به صورت زیر است:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n = \sum_{i=0}^n \beta_i x_i = X' \beta \quad (2)$$

به‌طوری که  $X$  بردار متغیرهای مستقل، علامت پریم ' عملگر ترانهاده،  $n$  تعداد متغیرها و  $\beta_i$  مجموعه‌های فازی بیانگر آامین پارامتر مدل هستند.

این اعداد فازی (پارامترهای  $\beta_i$ ) به شکل اعداد فازی نوع-ال دابیوس و پریس [۲۱]  $(\alpha_i, c_i)_L$  با توزیع احتمال به صورت زیرند:

$$\mu_{\beta_i}(\beta_i) = L\{(\alpha_i - \beta_i / c)\} \quad (3)$$

به‌طوری که  $L$  یک تابع است. پارامترهای فازی نیز به شکل اعداد فازی مثلثی به‌کارگرفته شده‌اند.

$$\mu_{\beta_i}(\beta_i) = \begin{cases} 1 - \frac{|\alpha_i - \beta_i|}{c_i} & \alpha_i - c_i \leq \beta_i \leq \alpha_i + c_i, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (4)$$

به‌طوری که  $\mu_{\beta_i}(\beta_i)$  تابع عضویت مجموعه فازی بیانگر پارامترهای  $\beta_i$ ،  $\alpha_i$  مرکز عدد فازی و  $c_i$  گسترش حول مرکزند. حال با توجه به اصل گسترش تابع عضویت عدد فازی  $y_t = X'_t \beta$  را می‌توان بدین صورت تعریف کرد:

$$\mu_y(y_t) = \begin{cases} 1 - \frac{|y_t - x_t \alpha|}{c |x_t|} & \text{for } x_t \neq 0, \\ 1 & \text{for } x_t = 0, \quad y_t = 0, \\ 0 & \text{for } x_t = 0, \quad y_t \neq 0, \end{cases} \quad (5)$$

سایر قسمتهای این مقاله بدین صورت‌اند: مفهوم سریهای زمانی اریما و رگرسیون فازی در بخش دوم شرح داده شده است. مدل اریمای فازی که به منظور پیش‌بینی مورد استفاده قرارگرفته است در بخش سوم توضیح داده شده است. در بخش چهارم با استفاده از مدل اریمای فازی نرخ ارز(دلار آمریکا در مقابل ریال) پیش‌بینی شده و عملکرد آن با مدل اریما مقایسه شده است، در نهایت نیز نتایج مدلها مورد تجزیه و تحلیل قرارگرفته‌اند.

## ۲- مدلهای ARIMA(p,d,q) و رگرسیون فازی

سری زمانی  $\{Z_t\}$  توسط یک فرایند اریما با میانگین  $\mu$  از مدل بوکس- جنکینز تولید شده است [۱۹] اگر

$$\varphi(B)(1-B)^d(Z_t - \mu) = \theta(B)a_t \quad (1)$$

$$\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p,$$

به‌طوری که

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

چندجمله‌هایی از  $B$  از درجه‌های  $p$ ،  $q$  بوده،  $B$  یک عملگر پسرو، اعداد  $q, d, p$  اعداد صحیح و  $\{Z_t\}$  بیانگر مقادیر مشاهده شده سری زمانی اند  $t=1, 2, \dots, k$ . در حالت کلی فرمولبندی مدل اریما شامل چهار مرحله می‌باشد [۲۰]:

- ۱- شناسایی آزمایشی ساختار مدل.
- ۲- تخمین پارامترهای مجهول مدل.
- ۳- تشخیص دقت برازش مدل.
- ۴- پیش‌بینی با مدل انتخابی.

به‌طورکلی چنین فرض می‌شود که جمله خطای خالص  $a_t$  متغیری تصادفی با توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  و مستقل از مشاهدات است. همچنین ریشه‌های معادله  $\varphi(Z) = 0$  و  $\theta(Z) = 0$  همگی بزرگتر از یک باشند [۱۹]. در مدلهای اریما در صورت امکان حداقل پنجاه و ترجیحاً یکصد یا بیشتر مشاهده به‌کارگرفته می‌شود، اما با توجه به تغییرات سریع محیطهای ناشناخته در دنیای واقعی اغلب باید موقعیتهای آینده را با استفاده از داده‌هایی با تعداد کم و در ظرف مدت کوتاهتر پیش‌بینی کرد، همچنین مسئله تشخیص اینکه داده‌ها

به روشهای پیش‌بینی نیاز است که به داده‌های کمتری نسبت به مدل اریما احتیاج داشته باشند.

مدل رگرسیون فازی یک مدل پیش‌بینی بازه‌ای مناسب در شرایط داده‌های قابل حصول کم است. هدف این مقاله بهره‌گیری از مزیت‌های رگرسیون فازی و مدل‌های اریما برای پیش‌بینی نرخ ارز با به‌کارگیری مدل اریمای فازی و برطرف کردن محدودیت‌های موجود در روشهای رگرسیون فازی و اریما است.

پارامترهای مدل اریما،  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$  و  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  قطعی‌اند، در صورتی‌که در روش جدید به جای به‌کارگیری این مقادیر قطعی، پارامترهای فازی  $\tilde{\varphi}_1, \tilde{\varphi}_2, \dots, \tilde{\varphi}_p$  و  $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_q$  به شکل اعداد فازی مثلثی به‌کار گرفته شده‌اند. با استفاده از پارامترهای فازی نیاز به داده‌های گذشته کاهش می‌یابد ( $a_t$  از مقادیر مشاهدات به دست می‌آید در نتیجه مقداری قطعی خواهد بود). علاوه بر این، در این مطالعه، متدولوژی ارائه شده توسط ایشیوچی و تاناکا [۲۲] برای شرایطی که دامنه پیش‌بینی وسیع می‌شود به‌کار گرفته شده است. یک مدل اریمای فازی با توابع و پارامترهای فازی بدین صورت است:

$$\tilde{\Phi}_p(B)W_t = \tilde{\Theta}_q(B)a_t \quad (9)$$

$$W_t = (I - B)^d(Z_t - \mu) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{W}_t = & \tilde{\varphi}_1 W_{t-1} + \tilde{\varphi}_2 W_{t-2} + \dots \\ & + \tilde{\varphi}_p W_{t-p} + a_t - \tilde{\theta}_{p+1} a_{t-1} - \tilde{\theta}_{p+2} a_{t-2} - \dots \\ & - \tilde{\theta}_{p+q} a_{t-q} \end{aligned} \quad (11)$$

که  $\{Z_t\}$  مشاهدات و  $\tilde{\varphi}_1, \tilde{\varphi}_2, \dots, \tilde{\varphi}_p$  و  $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_q$  اعداد فازی هستند. حال معادله (۱۱) به صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned} \tilde{W}_t = & \tilde{\beta}_1 W_{t-1} + \tilde{\beta}_2 W_{t-2} + \dots \\ & + \tilde{\beta}_p W_{t-p} + a_t - \tilde{\beta}_{p+1} a_{t-1} - \tilde{\beta}_{p+2} a_{t-2} - \dots \\ & - \tilde{\beta}_{p+q} a_{t-q} \end{aligned} \quad (12)$$

پارامترهای فازی در این معادله به صورت اعداد فازی مثلثی مطابق زیر در نظر گرفته شده‌اند.

$$\mu_{\beta_i}(\beta_i) = \begin{cases} 1 - \frac{|\alpha_i - \beta_i|}{c_i} & \text{if } \alpha_i - c_i \leq \beta_i \leq \alpha_i + c_i, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (13)$$

به طوری که  $\alpha$  و  $c$  به ترتیب بردار مقادیر مربوط به پارامترها و گسترش‌های آنها حول مرکزند. به طوری‌که مدل از حداقل کردن کل ابهامات (که برابر با مجموع گسترش‌های تکمی و مربوط به هر یک از پارامترهای فازی مدل است) استفاده می‌کند.

$$\text{Minimize } S = \sum_{t=1}^k c'_t |x_t| \quad (6)$$

این روش همچنین به طور همزمان شرایطی را که مقدار عضویت به ازای هر مشاهده  $y_t$  بزرگتر از یک حد آستانه تعیین شده در سطح  $h$  است ( $h \in [0,1]$ ) را نیز در نظر می‌گیرد. این معیار بیانگر این حقیقت است که خروجی فازی مدل باید برای تمامی نقاط داده‌ای  $y_1, y_2, \dots, y_k$  بیشتر از مقدار انتخابی سطح  $h$  باشد. انتخاب مقدار سطح  $h$  بر گسترش‌های پارامترهای فازی مدل ( $c$ ) مؤثر است.

$$\mu_y(y_t) \geq h \quad \text{for } t = 1, 2, \dots, k \quad (7)$$

شاخص  $t$  به تعداد داده‌های غیرفازی به‌کار گرفته شده در ساخت مدل برمی‌گردد.

مسئله پیدا کردن پارامترهای رگرسیون فازی توسط تاناکا به صورت یک برنامه‌ریزی خطی فرموله شده است [۱۲].

$$\begin{aligned} \text{Minimize } S = & \sum_{t=1}^k c'_t |x_t| \\ \text{subject to } & x'_t \alpha + (1-h)c'_t |x_t| \geq y_t \quad t = 1, 2, \dots, k \\ & x'_t \alpha - (1-h)c'_t |x_t| \leq y_t \quad t = 1, 2, \dots, k \\ & c \geq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

به طوری که  $\alpha' = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$  و  $c' = (c_1, c_2, \dots, c_n)$  بردار متغیرهای مجهول و  $S$  کل ابهامی است که قبلاً تعریف شده است.

### ۳- فرموله کردن مدل

مدل اریما مدل پیش‌بینی دقیقی برای دوره‌های زمانی کوتاه مدت است. اما دارای محدودیت تعداد زیاد داده‌های گذشته (حداقل ۵۰ و ترجیحاً ۱۰۰ یا بیشتر) می‌باشد. در صورتی‌که امروزه در جامعه ما به علت عدم قطعیت محیط و توسعه سریع تکنولوژی نوین معمولاً باید موقعیتهای آینده را با استفاده از داده‌های کم و در بازه زمانی کوتاه مدت پیش‌بینی کرد. بنابراین

استفاده قرار می‌گیرد [۱۳].

**فاز دو:** تعیین حداقل ابهام با استفاده از معیارهایی همانند معادله (۱۷) و  $\alpha^* = (\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_{p+q}^*)$  تعداد محدودیتها برابر با تعداد مشاهدات است و مدل اریمای فاز بدین صورت است [۱۲]:

$$\tilde{W}_t = \langle \alpha_1, c_1 \rangle W_{t-1} + \dots + \langle \alpha_p, c_p \rangle W_{t-p} + a_t - \langle \alpha_{p+1}, c_{p+1} \rangle a_{t-1} - \dots - \langle \alpha_{p+q}, c_{p+q} \rangle a_{t-q} \quad (18)$$

که  $W_t = (I - B)^d (Z_t - \mu)$  بوده و  $\alpha_i, c_i$  به ترتیب مراکز و پهنای اعداد فازي اند.

**فاز سه:** با توجه به نظرات ایشیوچی داده‌های حد بالا و پایین مدل وقتی که دامنه مدل اریمای فازي وسیع شود، حذف خواهند شد. به منظور ساختن مدلی شامل همه شرایط ممکن اریمای فازي، اگر مجموعه داده‌ها شامل تفاوت‌های مشخص یا موارد خارج از محدوده‌اند،  $c_i$ ها بسیار گسترده خواهند شد. طبق نظرات ایشیوچی [۲۲] داده‌های اطراف مرزهای بالا و پایین مدل حذف می‌شود، سپس مدل مجدداً فرمولبندی می‌شود.

#### ۴- به‌کارگیری مدل برای پیش‌بینی نرخ ارز

از مدل حاصله، در این قسمت به منظور پیش‌بینی دامنه تغییرات نرخ ارز استفاده شده است. اطلاعات استفاده شده در این تحقیق شامل ۴۲ داده روزانه نرخ ارز (دلار آمریکا در مقابل ریال) از چهاردهم آبان ماه تا بیست و پنجم آذرماه سال ۱۳۸۴ مطابق با پنجم نوامبر تا شانزدهم دسامبر ۲۰۰۵ است که در شکل (۱) نمایش داده شده است.

#### ۴-۱- پیش‌بینی

با به‌کارگیری مدل اریمای فازي ابتدا ۳۵ مشاهده اول به منظور فرموله کردن مدل و سپس ۷ مشاهده آخر برای ارزیابی عملکرد مدل مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

**فاز یک:** با به‌کارگیری نرم‌افزار Eviews بهترین مدل برازش شده ARIMA(2,1,0) بوده و مقادیر باقیمانده‌ها (خطای خالص) و مدل حاصله در شکل (۲) نشان داده شده است:

$$\tilde{Z}_t = 9060.5 + 0.607Z_{t-1} + 0.421Z_{t-2} + a_t. \quad (19)$$

به‌طوری که  $\mu_{\tilde{w}}(\beta_i)$  تابع عضویت مجموعه فازي است که با پارامترهای  $\alpha_i, \beta_i$  مشخص می‌شوند. حال با استفاده از پارامترهای فازي  $\beta_i$  به صورت اعداد فازي مثلثی و همچنین اصل گسترش، تابع عضویت  $W$  مطابق ذیل خواهد بود [۱۲].

$$\mu_{\tilde{w}}(W_t) = \begin{cases} 1 - \frac{|W_t - \sum_{i=1}^p \alpha_i W_{t-i} - a_t + \sum_{i=p+1}^{p+q} \alpha_i a_{t+p-i}|}{\sum_{i=1}^p c_i |W_{t-i}| + \sum_{i=p+1}^{p+q} c_i |a_{t+p-i}|} & \text{for } W_t \neq 0, a_t \neq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

که  $h$  سطح آستانه‌ای برای میزان توابع عضویت تمامی مشاهدات است

$$Z_z(Z_t) \geq h \quad \text{for } i=1,2,\dots,k \quad (15)$$

به عبارت دیگر  $S$  مطابق زیر محاسبه می‌شود

$$S = \sum_{i=1}^p \sum_{t=i}^k c_i |\varphi_{ii}| |W_{t-i}| + \sum_{i=p+1}^{p+q} \sum_{t=i}^k c_i |\rho_{i-p}| |a_{t+p-i}| \quad (16)$$

به قسمی که  $\rho_{i-p}$  ضریب خودهمبستگی در وقفه زمانی  $i-p$  و  $\varphi_{ii}$  ضریب خود همبستگی جزئی در وقفه زمانی  $i$  ام است

$$\text{Minimize } S = \sum_{i=1}^p \sum_{t=i}^k c_i |\varphi_{ii}| |W_{t-i}| + \sum_{i=p+1}^{p+q} \sum_{t=i}^k c_i |\rho_{i-p}| |a_{t+p-i}|$$

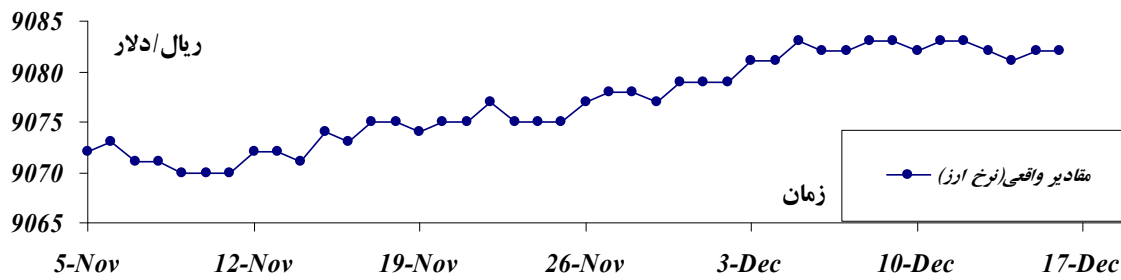
$$\left( \sum_{i=1}^p \alpha_i W_{t-i} + a_t - \sum_{i=p+1}^{p+q} \alpha_i a_{t+p-i} + (1+h) \left( \sum_{i=1}^p c_i |W_{t-i}| + \sum_{i=p+1}^{p+q} c_i |a_{t+p-i}| \right) \right) \geq W_t \quad t=1,2,\dots,k$$

$$\text{subject to } \sum_{i=1}^p \alpha_i W_{t-i} + a_t - \sum_{i=p+1}^{p+q} \alpha_i a_{t+p-i} + (1+h) \left( \sum_{i=1}^p c_i |W_{t-i}| + \sum_{i=p+1}^{p+q} c_i |a_{t+p-i}| \right) \leq W_t$$

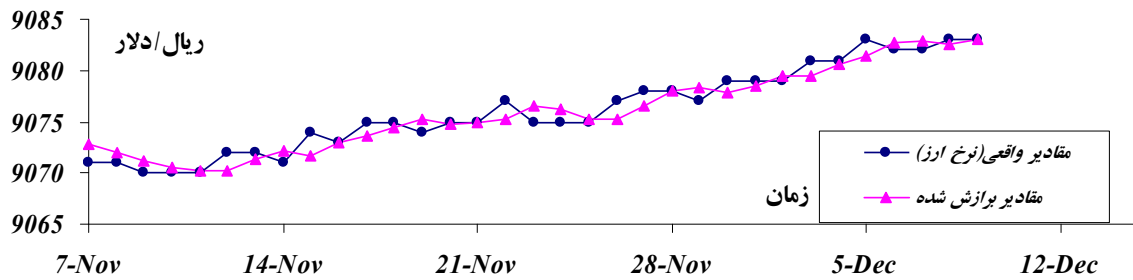
$$t=1,2,\dots,k \quad c_i \geq 0 \quad \text{for } i=1,2,\dots,p+q \quad (17)$$

مراحل روش اریمای فازي مطابق زیر است:

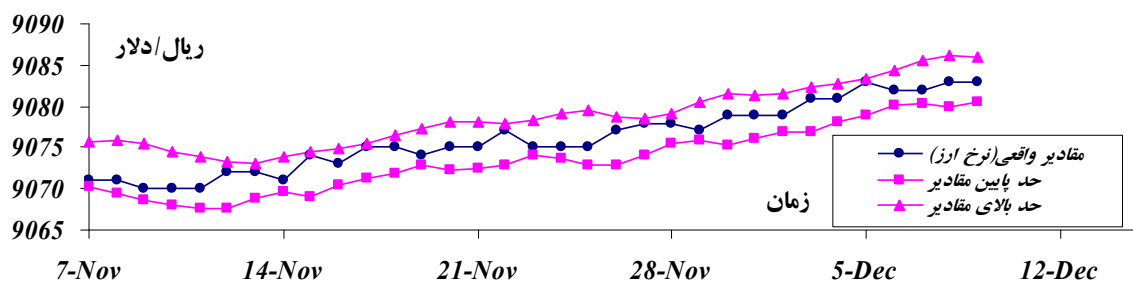
**فاز یک:** برازش مدل اریما با استفاده از اطلاعات موجود در مشاهدات (که به صورت غیرفازی‌اند). نتیجه فاز یک جواب بهینه پارامترها  $\alpha^* = (\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_{p+q}^*)$  خطای خالص‌اند که به عنوان یکی از مجموعه داده‌های ورودی در فاز دوم مورد



شکل ۱- داده روزانه نرخ ارز از ۵ نوامبر تا ۱۶ دسامبر ۲۰۰۵ مطابق با ۱۴ آبان ماه تا ۲۵ آذر ماه ۱۳۸۴



شکل ۲- نتایج حاصله از برازش مدل میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته



شکل ۳- مقادیر واقعی و حد بالا و پایین آنها

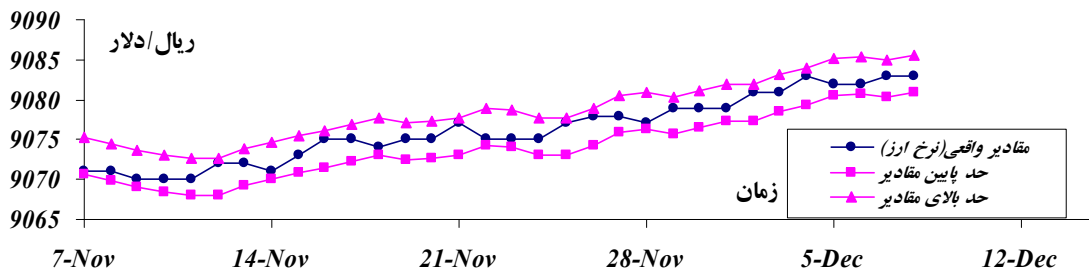
شده و مدل اریمای فازی فواصل مناسبی را به دست نمی دهد. فاز سه: از نتایج فوق مشخص می شود که مشاهده مربوط به بیست و چهارم آبان ماه (پانزدهم نوامبر) در مرز بالایی قرار گرفته است، بنابراین محدودیت خطی که توسط این مشاهده تولید شده است را حذف و سپس فاز دوم مجدداً تکرار می شود ( $h=0$ ). نتایج در شکل (۴) آورده شده است.

در انتها نیز با استفاده از مدل اریمای فازی بازبینی شده مقادیر آینده متغیر وابسته پیش بینی شده اند. نتایج مقادیر

فاز دو (تعیین حداقل ابهام): با قراردادن پارامترهای فازی  $(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2) = (9060.05, 0.607, 0.421)$  مدل با استفاده از معادله (۱۷) به دست آورده شده اند ( $h=0$ ). نتایج حاصله در شکل (۳) ارائه شده است.

$$\tilde{Z}_t = 9060.5 + \langle 0.607, 0.00028 \rangle Z_{t-1} + \langle 0.421, 0.0 \rangle Z_{t-2} + a_t \quad (20)$$

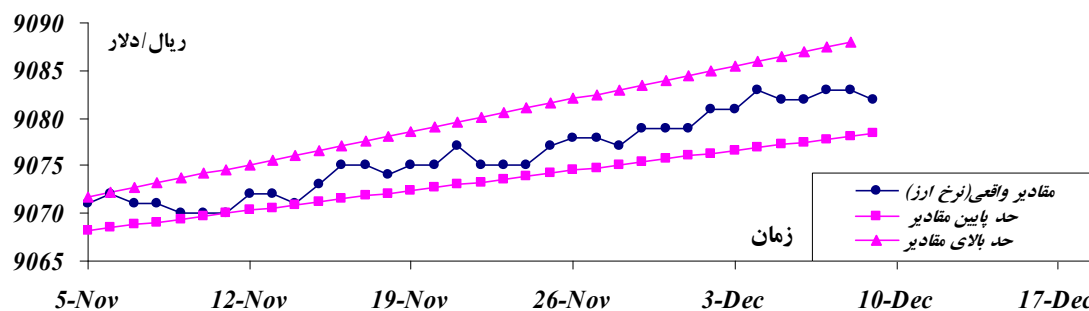
همان طور که در شکل (۳) مشاهده می شود مقادیر واقعی در فواصل فازی قرار گرفته اند اما طول فواصل فازی بسیار وسیع



شکل ۴- مقادیر واقعی و حد بالا و پایین آنها (بعد از حذف)

جدول ۱- حدود بالا و پایین و مقادیر اصلی (بعد از حذف)

حد بالای مقادیر		حد پایین مقادیر		مقادیر واقعی	تاریخ
بعد از حذف	قبل از حذف	بعد از حذف	قبل از حذف		
۹۰۸۵	۹۰۸۵	۹۰۸۱	۹۰۸۰	۹۰۸۲	شنبه (۱۹- آذر)
۹۰۸۴	۹۰۸۵	۹۰۸۰	۹۰۸۰	۹۰۸۳	یکشنبه (۲۰- آذر)
۹۰۸۵	۹۰۸۵	۹۰۸۱	۹۰۸۰	۹۰۸۳	دوشنبه (۲۱- آذر)
۹۰۸۵	۹۰۸۵	۹۰۸۱	۹۰۸۰	۹۰۸۲	سه‌شنبه (۲۲- آذر)
۹۰۸۴	۹۰۸۵	۹۰۸۰	۹۰۸۰	۹۰۸۱	چهارشنبه (۲۳- آذر)
۹۰۸۳	۹۰۸۴	۹۰۷۹	۹۰۷۹	۹۰۸۲	پنج‌شنبه (۲۴- آذر)
۹۰۸۴	۹۰۸۴	۹۰۸۰	۹۰۷۹	۹۰۸۲	جمعه (۲۵- آذر)



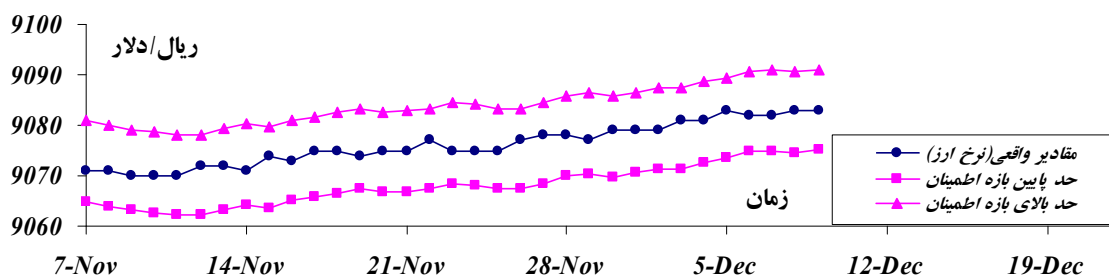
شکل ۵- مقادیر واقعی و حد بالا و پایین آنها (مدل واتادا)

سایر روشها مقایسه شده است. روش سری زمانی ارائه شده توسط چن [۱۷] روشی نقطه‌ای است، لذا نمی‌تواند عملکرد بهتری نسبت به روش پیشنهادی داشته باشد. چراکه روش ترکیبی به دلیل استفاده از متدولوژی بوکس جنکینز، مدل بهینه‌ی نقطه‌ای را ارائه می‌کند. بازه حاصله از روش واتادا [۱۸] نیز همان طوری که در شکل (۵) مشاهده می‌شود به دلیل نوسانات موجود در داده‌ها واگرا شده و بازه مناسبی را به دست نمی‌دهد. همچنین با

پیش‌بینی شده در جدول (۱) آورده شده است. همان طوری که مشاهده می‌شود نتایج حاصله و فواصل فازی نسبت به مدل قبلی بسیار مطلوبتر است.

#### ۴-۲- مقایسه عملکرد روش پیشنهادی

در این قسمت، با توجه به بازه به دست آمده از به‌کارگیری روش پیشنهادی در پیش‌بینی نرخ ارز، عملکرد روش مذکور با



شکل ۶- بازه ۹۵٪ اطمینان مربوط به روش اریمای معمولی

انجام یک پیش‌بینی مناسب را داشته بلکه برای تصمیم‌گیرندگان بهترین و بدترین حالت ممکن را نیز فراهم می‌سازد. همچنین مدل پیشنهادی با فازی در نظر گرفتن خروجیها اولاً از فروض مربوط به جمله خطا رهایی می‌یابد ثانیاً به داده‌های کمتری نسبت به مدل اریمای معمولی نیاز داشته و مدل مناسبی به منظور پیش‌بینی در شرایط داده‌های قابل حصول کم خواهد بود. البته این نکته قابل ذکر است که منظور از داده‌های قابل حصول کم تنها کمبود کمی داده‌ها نیست، چراکه در یک سیستم ممکن است داده‌ها به تعداد کافی موجود باشند اما داده‌ها از کیفیت لازم برخوردار نباشند. به عبارت دیگر داده‌های موجود در سیستم به دلیل تغییرات سریع محیط، توانایی توضیح حال و یا آینده سیستم را نداشته و امکان پیش‌بینی دقیق سیستم با داده‌های گذشته وجود ندارد.

### قدردانی

در اینجا جا دارد از همکاریها و حمایت‌های جناب آقای مهندس مجید رفیعی برای ارائه اطلاعات و آمار مورد نیاز و همچنین جناب آقای مهندس سید اسماعیل حسینی کمال تشکر و قدردانی را داشته باشیم.

مقایسه عرض بازه حاصله از روش ترکیبی می‌توان مشاهده کرد که بازه حاصله از روش پیشنهادی کم عرض‌تر از بازه ۹۵٪ اطمینان در روش اریمای معمولی شکل (۶) بوده و نتایج مطلوبتری را نسبت به این مدل ارائه کرده است.

### ۵- نتیجه‌گیری

تغییرات تکنولوژیکی و جهانی‌شدن تجارت و بازارهای مالی باعث شده است تا توانایی در پیش‌بینی دقیقتر و سریعتر الگوهای موجود در حفظ توان رقابتی اهمیت بیشتری پیدا کند. اما تغییرات سریع این‌گونه از محیط‌های ناشناخته و به‌ویژه بازارهای مالی، پیش‌بینی‌کنندگان را از لحاظ تأمین تعداد داده‌های لازم به منظور حصول نتایج مطلوب دچار مشکل کرده است. لذا در این مقاله بر اساس مضامین و اصول پایه‌ای مدل میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته (ARIMA) و رگرسیون فازی تاناکا، مدل میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته فازی (Fuzzy ARIMA) به منظور پیش‌بینی بازه تغییرات نرخ ارز (دلار آمریکا در مقابل ریال) پیشنهاد شده است. نتایج حاصله بیانگر آن است که مدل میانگین متحرک خود رگرسیون انباشته فازی نه تنها توانایی

### مراجع

- Balkin, S., "On Forecasting Exchange Rates Using Neural Networks: P.H. Franses and P.V. Homelen, Applied Financial Economics," *International Journal of Forecasting*, Vol. 17, Issue 1, pp. 139-140, 2001.
- Martens, M., "Forecasting daily Exchange Rate Volatility Using Intraday Returns," *Journal of International Money and Finance*, Vol. 20, Issue 1, pp. 1-23, 2001.
- Ince, H., and Trafalis Theodore, B, "A Hybrid Model for Exchange Rate Prediction," *Decision Support Systems*, In Press, Corrected Proof, Available online 20, October 2005.



4. Chen, A., Leung, and Mark T., "Regression Neural Network for Error Correction in Foreign Exchange Forecasting and Trading," *Computers & Operations Research*, Vol. 31, Issue 7, pp. 1049-1068, 2004.
5. Chen, A., and Leung, M T., "A Bayesian Vector Error Correction Model for Forecasting Exchange Rates," *Computers & Operations Research*, Vol. 30, Issue 6, pp. 887-900, 2003.
6. Meade, N., "A Comparison of the Accuracy of Short Term Foreign Exchange Forecasting Methods," *International Journal of Forecasting*, Vol. 18, Issue 1, pp. 67-83, 2002.
7. Balaban, E., "Comparative Forecasting Performance of Symmetric and Asymmetric Conditional Volatility Models of an Exchange Rate", *Economics Letters*, Vol. 83, Issue 1, pp. 99-105, 2004.
8. Shin, T., and Han, I., "Optimal Signal Multi-Resolution by Genetic Algorithms to Support Artificial Neural Networks for Exchange-Rate Forecasting", *Expert Systems with Applications*, Vol. 18, Issue 4, pp. 257-269, 2000.
9. Wang, Sh., Yu, L., and Lai, K.K., "A Novel Nonlinear Ensemble Forecasting Model Incorporating GLAR and ANN for Foreign Exchange Rates", *Computers & Operations Research*, Vol. 32, Issue 10, pp. 2523-2541, 2005.
10. Box, P., and Jenkins, G.M., *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden-day Inc, San Francisco, CA, 1976.
11. Tanaka, H., "Fuzzy Data Analysis by Possibility Linear Models," *Fuzzy Sets and Systems* Vol. 24, No. 3, pp. 363- 375, 1987.
12. Tanaka, H., and Ishibuchi, H., "Possibility Regression Analysis Based on Linear Programming," in: J. Kacprzyk, M. Fedrizzi (Eds.), *FuzzyRegression Analysis*, Omnitech Press, Warsaw and Physica-Verlag, Heidelberg, pp. 47 -60, 1992.
13. Tanaka, S., and Uejima, K., "Linear Regression Analysis with Fuzzy Model," *IEEE Trans. Systems, Man Cybernet*, Vol. 12, No. 6, pp. 903-907, 1987.
14. Song, Q., and Chissom, B.S., "Fuzzy Time Series and its Models", *Fuzzy Sets and Systems* Vol. 54, No. 3, pp. 269- 277, 1993.
15. Song, Q., and Chissom, B.S., "Forecasting Enrollments with Fuzzy Time Series", parts I, *Fuzzy Sets and Systems* Vol. 54, No. 1, pp.1- 9, 1993.
16. Song, Q., Chissom, B.S., "Forecasting Enrollments with Fuzzy Time Series", part II, *Fuzzy Sets and Systems* Vol. 62, No. 1, pp. 1- 8, 1994.
17. Chen, S.M., "Forecasting Enrollments Based on Fuzzy Time Series", *Fuzzy Sets and Systems* Vol. 81, No. 3, pp. 311-319, 1996.
18. Watada, "Fuzzy Time Series Analysis and Forecasting of Sales Volume," in: J. Kacprzyk, M. Fedrizzi (Eds.), *Fuzzy Regression Analysis*, Omnitech Press, Warsaw and Physica-Verlag, Heidelberg, pp. 211- 227, 1992.
۱۹. گجراتی، د، *مبانی اقتصاد سنجی*، دانشگاه تهران، موسسه انتشارات و چاپ تهران، ویرایش دوم، ۱۳۷۷.
۲۰. شیوا، ر، *پیش‌بینی سریهای زمانی*، موسسه مطالعات و پژوهشهای بازرگانی، شرکت چاپ و نشر بازرگانی، ۱۳۷۵.
21. Dubois, D., and Prade, H., "Theory and Application," *Fuzzy Sets and Systems*, Academic Press, New York, 1980.
22. Ishibuchi, H., Tanaka, H., "Interval regression Analysis Based on Mixed 0-1 Integer Programming Problem," *J. Japan Soc. Ind. Eng*, Vol. 40, No. 5, pp. 312-319, 1988.