

# یک مدل رفتاری برای خاکهای ماسه‌ای

محمد ملکی \*

دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا همدان

(دریافت مقاله: ۸۴/۱۲/۲۱ - دریافت نسخه نهایی: ۸۶/۱۱/۲۳)

**چکیده** - در این مقاله یک مدل رفتاری کشسانی خمیری برای پیش بینی رفتار خاکهای ماسه‌ای زیر اثر بارگذاریهای یک طرفه<sup>۱</sup> و سیکلی ارائه شده است. این مدل توسعه‌ای از یک مدل موجود (CJS3) است. مدل CJS3 دارای یک مکانیزم کشسانی و دو مکانیزم خمیری همسان و انحرافی است. قانون جریان در مکانیزم خمیری انحرافی غیر متحد در نظر گرفته شده و حرکت سطح تسلیم با یک قانون سخت شوندهگی سینماتیک انجام می‌گیرد. علاوه بر سطوح تسلیم، مشخصه (جدا کننده حالات اتساع و انقباض) و گسیختگی، در این تحقیق سطوح حالت بحرانی و تاریخچه (جدا کننده رژیمهای بکر و سیکلی) نیز تعریف شده‌اند و مدول سخت شوندهگی و قانون اتساع در بارگذاریهای یک طرفه و سیکلی بر اساس نتایج و مشاهدات تجربی به طور موثری اصلاح شده‌اند. مدول سخت شوندهگی در رژیم سیکلی تابعی از تغییر شکل‌های خمیری انحرافی و حجمی تغییر می‌کند و با توجه به تعریف سطح تاریخچه و برگشت تنش مدل را قادر به بیان رفتار سیکلی خاکها کرده است. کلیه پارامترهای مدل دارای مفهوم فیزیکی مشخص و قابل بیان بر حسب پارامترهای فیزیکی و مکانیکی مشهور و مشخصات منحنیهای آزمایش سه محوری هستند. برای اعتبار بخشی مدل نتایج آزمایشهای موجود روی ماسه هوستون تحت مسیرهای زهکشی و غیر زهکشی به کار گرفته شده است. نتایج حاصله نشان دهنده قابلیت خوب مدل در بیان رفتار خاکهای ماسه‌ای تحت اثر بارگذاریهای یک طرفه و سیکلی است.

واژگان کلیدی: مدل رفتاری، رفتار سیکلی، سخت شوندهگی سینماتیک

## A Constitutive Model for Sands

M. Maleki

Faculty of Engineering, Bu-Ali Sina University of Hamedan

**Abstract:** In this paper, an elastoplastic constitutive model is presented for predicting sandy soil behavior under monotonic and cyclic loadings. The model is based on the CJS3 model that takes into account deviatoric and isotropic mechanisms of plasticity. The flow rule in deviatoric mechanism is non-associated and a kinematic hardening law controls the evolution of the

\* - استادیار

yield surface. In the present study, the critical state surface and history surface separating the virgin and cyclic states in the stress space are defined. Hardening modulus and stress-dilatancy law for monotonic and cyclic loadings are effectively modified. Taking the hardening modulus as a function of deviatoric and volumetric plastic strain, the model will be capable of predicting sand behavior once the history surface and stress reversal are defined. All model parameters have clear physical meanings and can be determined simply from laboratory tests. The results of homogeneous tests on Hostun sand are used to validate the model. The results of validation indicate the capability of the proposed model.

**Keywords:** Constitutive model, Cyclic behavior, Kinematic hardening.

## ۱- مقدمه

سطح تسلیم در مکانیزم خمیری انحرافی دارای شکلی همانند سطح خرابی مدل بوده و حرکت آن توسط یک قانون سخت شوندهگی سینماتیک کنترل می‌شود. هدف از این تحقیق ایجاد اصلاحاتی در مدل فوق است که بتواند علاوه بر بیان دقیقتر رفتار خاکها در بارگذاریهای یک طرفه، رفتار سیکیلی خاکها را نیز پیش بینی کند. برای حصول این کار تغییراتی اساسی در مدول سخت شوندهگی مکانیزم خمیری انحرافی و قانون اتساع مدل داده شده است. برای اعتبار بخشی مدل از نتایج آزمایشهای انجام شده توسط محکم [۸] روی ماسه هوستون استفاده شده است. بدین منظور ابتدا پارامترهای مدل با استفاده از نتایج آزمایشهای سه محوری یک طرفه زهکشی شده و یک آزمایش سیکیلی تعیین شده و سپس اعتبار بخشی مدل با توجه به نتایج سایر آزمایشهای یک طرفه و سیکیلی زهکشی شده و نشده انجام گرفته است.

## ۲- مکانیزم کشسانی

قانون کشسانی در این مدل از نوع فرموله نویسی هیپوالاستیک است:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{\dot{s}_{ij}}{2G} + \frac{\dot{I}_1}{9K} \delta_{ij} \quad (1)$$

که در آن:  $\dot{I}_1 = \dot{\sigma}_{kk}$ ،  $\dot{s}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\dot{\sigma}_{kk}}{3} \delta_{ij}$ ،  $K$  مدول حجمی و  $G$  مدول برشی است. این دو مدول توسط معادلات زیر به نامتغیر اول تانسورتنش ( $I_1$ ) مربوط هستند:

$$K = K_0 \left( \frac{I_1}{3P_a} \right)^n \quad (2)$$

$$G = G_0 \left( \frac{I_1}{3P_a} \right)^n \quad (3)$$

$P_a$ : فشار اتمسفر (برابر  $100 \text{ kPa}$ )

کاربرد کدهای محاسباتی اجزای محدود در تحلیل سازه ها در مهندسی ژئوتکنیک روز به روز در حال توسعه و گسترش است. در این زمینه انتخاب مدل رفتاری و نحوه تعیین پارامترهای آنها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. انتخاب مدل رفتاری به نوع سازه، طبیعت بارگذاری و اطلاعات لازم برای تعیین پارامترهای مدل بستگی دارد [۹]. خاکها در حالت کلی به‌عنوان مصالح سه فازه شامل ذرات جامد آب و هوا مطرح هستند و رفتار آنها به عوامل متعددی چون تاریخچه، مسیر و سرعت بارگذاری دارد [۳]. اصولاً منظور کردن تمامی جنبه‌های رفتاری خاکها در فرموله نویسی روابط تنش- تغییر شکل با توجه به پیچیده شدن معادلات و افزایش تعداد پارامترها مشکل است. به همین علت مدل‌های رفتاری گوناگونی توسط محققان ارائه شده است. میزان پیچیدگی این مدلها بستگی به تعداد جنبه‌های رفتاری لحاظ شده در مدل دارد. رفتار خاکها تحت اثر بارگذاریهای سیکیلی و پیچیده توجه بسیاری از محققان را از دو دهه گذشته به خود جلب کرده است و کارهای در خور توجهی در این زمینه ارائه شده است. اکثریت این مدلها بر پایه مفاهیم سخت شوندهگی سینماتیک [۷]، میدان مدول خمیری [۱۰ و ۱۱] و سطح مرزی [۳ و ۵] پایه گذاری شده اند.

در همین راستا در این مقاله یک مدل کشسانی خمیری بر پایه مفهوم سخت شوندهگی ارائه می‌شود. این مدل توسعه مدل CJS3 از زیرمدلهای مدل CJS است که در مدرسه مرکزی لیون فرانسه ارایه گردیده است [۲ و ۹]. مدل CJS3 یک مدل کشسانی خمیری با دو مکانیزم خمیری همسان و انحرافی است. سطح تسلیم در مکانیزم خمیری همسان یک صفحه عمود بر محور هیدروستاتیک و توسط سخت شوندهگی همسان حرکت می‌کند.

تغییرات  $X_{ij}$  توسط یک قانون سخت شوندگی سینماتیک بیان می‌شود:

$$\dot{X}_{ij} = \frac{\lambda^d}{b} I_1 (Q_{ij} - \phi X_{ij}) \chi \quad (12)$$

در معادله فوق  $Q_{ij}$  نرمال بر سطح تسلیم در نقطه وضعیت تنش است با بیان زیر:

$$Q_{ij} = \text{dev} \left( \frac{\partial f^d}{\partial q_{ij}} \right) = \text{dev} \frac{\partial (q_{II} h(\theta_q))}{\partial q_{ij}} \quad (13)$$

$\text{dev}$  بیانگر قسمت انحرافی است.  $\phi$  تابعی است که تغییرات  $X_{ij}$  را محدود می‌کند.  $\lambda^d$  ضریب خمیری در مکانیزم انحرافی که با توجه به شرط سازگاری به دست می‌آید. پارامتر  $b$  بیان کننده شدت تغییرات  $\dot{X}_{ij}$  است. ضریب  $\chi$  برای بیان مناسب تاثیر نامتغیر اول تانسور تنش اعمال شده است و برابر است با:

$$\left( \frac{I_1}{3P_a} \right)^{-1.2}$$

شرایط خرابی وقتی حادث می‌شود که  $\dot{X}_{ij}$  به سمت صفر میل کند، در این صورت طبق معادله (12)،  $Q_{ij} = \phi X_{ij}$ .  
 با در نظر گرفتن  $Q_{II} = \phi X_{II \text{lim}}$  و با تعریف:  
 $\phi = \phi_0 h(\theta_s) Q_{II}$  موقعیت مرکز سطح تسلیم در مرحله خرابی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$X_{II \text{lim}} = \frac{1}{h(\theta_s) \phi_0} \quad (14)$$

تغییرات نامتغیران  $Q_{II} = \sqrt{Q_{ij} Q_{ij}}$  و  $Q_{ij}$  نامتغیران را به دست می‌دهد،  $\theta_s$  زاویه لود بار نسبت به محورهای  $s_i$  و نهایتاً  $\phi_0$  که با توجه به خصوصیات مصالح در خرابی به دست می‌آید. با استفاده از معادله (9) و به فرض هم امتدادی  $s_i$  و در  $X_{ij}$  در مرحله خرابی:  $q_{II} = s_{II} - I_1 X_{II}$ ، که با جاگذاری آن در معادله سطح تسلیم، معادله (8)، سطح خرابی به شرح زیر بیان می‌شود:

$$(s_{II} - I_1 X_{II \text{lim}}) h(\theta_q) - R_m I_1 = 0 \quad (15)$$

$$(s_{II} h(\theta_q) - \frac{I_1 h(\theta_q)}{\phi_0 h(\theta_s)}) - R_m I_1 = 0 \quad (16)$$

$G_0$  و  $K_0^e$  و  $n$  پارامترهای مکانیزم کشسانی هستند که از نتایج آزمایشها تعیین می‌شوند.

### ۳- مکانیزم خمیری همسان

سطح تسلیم در این مکانیزم یک صفحه عمود بر محور هیدروستاتیک در فضای تنشهای اصلی است:

$$f^i(I_1, Q) = \frac{I_1}{3} - Q \leq 0 \quad (4)$$

قانون جریان برای این مکانیزم متحد فرض شده است:

$$\varepsilon_{ij}^{Pi} = \lambda^i \frac{\partial f^i}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\lambda^i}{3} \delta_{ij} \quad (5)$$

تحول سطح تسلیم توسط قانون سخت شوندگی همسان زیر صورت می‌گیرد:

$$\dot{Q} = K_p \dot{q} = K_s \left( \frac{Q}{P_a} \right)^n \dot{q} \quad (6)$$

$q$  متغیر سخت شوندگی است و تغییرات آن طبق معادله زیر انجام می‌گیرد:

$$\dot{q} = -\lambda \frac{\partial f^i}{\partial Q} = \lambda^i = \varepsilon_{ij}^{Pi} \quad (7)$$

$Q$  نیروی ترمودینامیکی متحد با متغیر  $q$  و  $K_0^p$  پارامتر مدل است.

### ۴- مکانیزم خمیری انحرافی

سطح تسلیم در این مکانیزم به صورت زیر است:

$$f^d(\sigma_{ij}, X_{kl}) = q_{II} h(\theta_q) - R_m I_1 = 0 \quad (8)$$

که در آن:

$$q_{ij} = s_{ij} - I_1 X_{ij} \quad (9)$$

$$q_{II} = \sqrt{q_{ij} q_{ij}} = |s_{ij} - I_1 X_{ij}| \quad (10)$$

$$h(\theta_q) = (1 - \gamma \cos 3\theta_q)^{1/6} \quad (11)$$

$X_{ij}$  موقعیت مرکز سطح تسلیم را نشان می‌دهد و پارامتر  $R_m$  بیان کننده شعاع متوسط سطح تسلیم است.  $\gamma$  یک پارامتر مدل است که شکل نامتقارن سطح تسلیم را کنترل می‌کند و  $\theta$  زاویه لود است. در شکل (1) سطح تسلیم مدل در پلان انحرافی نشان داده شده است.

که در آن  $R_{cr}$  شعاع متوسط این سطح به عنوان یک پارامتر مدل در نظر گرفته می شود.

برای تنش های متوسط کم مقادیر داده شده از معادله (۱۹) متناسب با نتایج تجربی نیست، لذا برای تنش های متوسط کم ( $P < P_m$ ) معادله زیر پیشنهاد شده است [۹]:

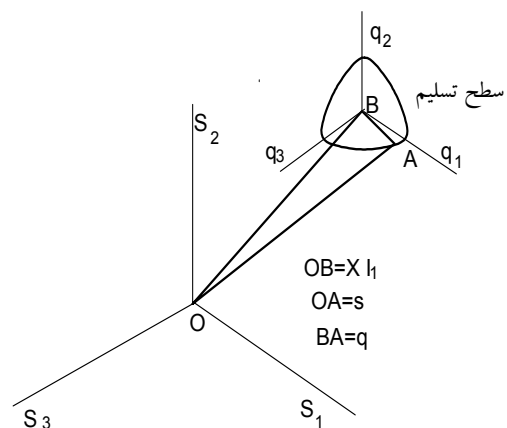
$$R_r = R_{cr} + \mu \text{Ln} \left( \frac{P_f}{P_m} \right) \frac{\text{Ln} \left( \frac{P_{cr}}{P} \right)}{\text{Ln} \left( \frac{P_f}{P} \right)} \quad (22)$$

که در آن:  $P_m = P_a \text{Ln} \left( \frac{P_{cr} + P_a}{P_a} \right)$  و  $P_f = m P_{cr}$  پارامتر  $m$  برابر ۵ به عنوان پیش فرض مدل در نظر گرفته شده است.

## ۵- اصلاح قانون سخت شوندگی در مکانیزم خمیری انحرافی

نتایج اعتبار بخشی مدل CJS3 نشان می دهد که این مدل رفتار خاکها در خرابی را مناسب پیش بینی می کند ولی به دلیل فرم نسبتا خطی قانون سخت شوندگی، معادله (۱۲)، مدل حتی در بارگذاریهای یک طرفه رفتار غیرخطی را به درستی بیان نمی کند. در رژیم سیکلی علاوه بر مشکل ناشی از شکل نسبتا خطی قانون سخت شوندگی، با توجه به آنکه مدول سختی را در بارگذاری یک طرفه و بارگذاری سیکلی، حدودا یکسان ارائه می دهد، عملادر پیش بینی رفتار سیکلی خاکها موفق عمل نخواهد کرد [۹]. به طور کلی قانون سخت شوندگی علاوه بر بیان رفتار غیر خطی، خرابی و تاثیر تنش متوسط در بارگذاریهای یک طرفه، لازم است در بارگذاریهای سیکلی نیز توانایی بیان رفتار خاک را داشته باشد. نتایج تجربی تحت مسیرهای سه محوری سیکلی زهکشی شده نکات اساسی زیر را نشان می دهند.

- متراکم شدن خاک طی اعمال سیکلهای بارگذاری
- تغییر شکلهای خمیری ناشی از اعمال سیکلهای بارگذاری حتی در دامنه بارگذاری خیلی کوچک



شکل ۱- نمایش سطح تسلیم مکانیزم انحرافی در فضای تنشهای انحرافی

با فرض  $\theta_q = \theta_s$  در مرحله خرابی:

$$s_{II} h(\theta_s) - \left( \frac{1}{\phi_0} + R_m \right) I_1 = 0 \quad (17)$$

با در نظر گیری  $\frac{1}{\phi_0} + R_m = R_r$  معادله ای برای سطح خرابی به صورت زیر به دست خواهد آمد، شکل (۲):

$$f^r = s_{II} h(\theta_s) - R_r I_1 = 0 \quad (18)$$

که در آن  $R_r$  شعاع متوسط سطح خرابی است. برای یک مقدار  $R_r$  داده شده مقدار  $\phi_0$  از معادله  $\frac{1}{\phi_0} - R_m = R_r$  مشخص خواهد شد.

$R_r$  بر اساس نتایج آزمایشگاهی به صورت زیر قابل بیان است:

$$R_r = R_{cr} + \mu \text{Ln} \left( \frac{P_{cr}}{P} \right) \quad (19)$$

که در آن:

$$P_{cr} = P_{cr_0} \exp(c \varepsilon_v^p) \quad (20)$$

$P_{cr_0}$  فشار بحرانی اولیه و  $\frac{1}{c}$  شیب خط حالت بحرانی در پلان  $\varepsilon_v^p - \text{Ln} P$  است. بدین ترتیب مفهوم حالت بحرانی در مدل وارد شده است و سطحی به نام سطح حالت بحرانی را در فضای تنشهای انحرافی می توان به صورت زیر تعریف کرد، شکل (۲):

$$f^{cr} = s_{II} h(\theta_s) - R_{cr} I_1 = 0 \quad (21)$$

با توجه به شعاع متوسط سطح تاریخچه و شعاع متوسط حاصله از وضعیت فعلی تنش، متغیر  $z$  به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$z = \frac{R_{his} - R}{R_{his} - R_{cyc}} \quad (24)$$

$R$  شعاع متوسط سطحی که بر اساس وضعیت تنش فعلی مشخص می‌شود:

$$R = \frac{s_{II} h(\theta_s)}{\ln(P_c / P) I_1} \quad (25)$$

$R_{his}$  شعاع متوسط سطح تاریخچه که بزرگترین مقدار  $R$  را به خود می‌گیرد.

$R_{cyc}$  شعاع متوسط سطحی که در آن  $z=1$  است و برابر  $R_{his}$  ۰/۹۵ منظور شده است. در واقع  $z$  متغیری است که امکان گذر پیوسته از ناحیه سیکلی به ناحیه بکر را فراهم می‌آورد و بین ۰ و ۱ تغییر می‌کند. وقتی وضعیت تنش در ناحیه بکر است ( $R_{his} = R$ )،  $z = 0$  است. در واقع بزرگترین مقدار  $R$  را خواهد داشت و وقتی وضعیت فعلی تنش در ناحیه سیکلی است مقدار  $R_{his}$  در حافظه می‌ماند و تغییر در آن زمانی صورت می‌گیرد که وضعیت فعلی تنش در ناحیه بکر قرار بگیرد.

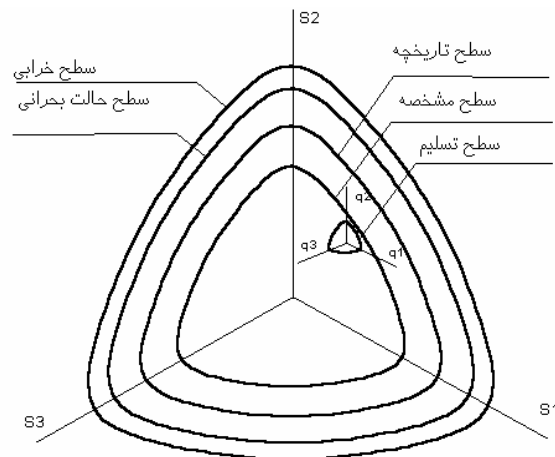
برای جدا کردن مدول سخت شوندگی در رژیمهای سیکلی و بکر پارامتر  $b$  در قانون سخت شوندگی، معادله (۱۲)، به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$b = b_{mon} + z(b_{cyc} - b_{mon}) \quad (26)$$

$b_{mon}$  مقدار  $b$  در بارگذاری اولیه یا یک طرفه (رژیم بکر)، و  $b_{cyc}$  مقدار  $b$  در رژیم سیکلی است. برای ارتقای مدل با توجه به انجام تعداد زیادی شبیه سازی نتایج تجربی، نهایتاً نحوه تغییرات پارامترهای  $b_{mon}$  و  $b_{cyc}$  به صورت زیر تعریف شد. این پارامترها متناسب با میزان نسبت تنش انحرافی  $\frac{S_{II}}{I_1}$  و یا تغییر شکل انحرافی خمیری از یک مقدار حداقل تا یک مقدار حداکثر تغییر می‌کنند:

$$b_{mon} = b_{1m} - (b_{1m} - b_{2m})\alpha_m \quad (27)$$

$\alpha_m$  از معادله زیر به دست می‌آید.



شکل ۲- سطوح تسلیم، خرابی، مشخصه، بحرانی و تاریخچه در فضای تنشهای انحرافی

- تغییر شکلهای خمیری خیلی کم در یک سیکل بارگذاری در مقایسه با تغییر شکلهای حاصله در بارگذاری اولیه
- کاهش دامنه تغییر شکل خمیری برای سیکلهای بار برداری - بارگذاری مجدد.
- در شرایط زهکشی نشده برای مصالح سست فشار آب حفره‌ای افزایش می‌یابد که این باعث کاهش مقاومت و نهایتاً روانگرایی مصالح خواهد شد. همچنین افزایش پیوسته تغییر شکلهای تحت بسیج سیکلی<sup>۲</sup> از جنبه های رفتاری خاکها محسوب می‌شوند.

با عنایت به نتایج تجربی در اولین قدم لازم است مرز بین دو ناحیه سیکلی و بکر را تعریف کرد. ناحیه بکر ناحیه‌ای است که در آن مصالح وضعیت تنش اعمال شده را برای اولین بار تجربه می‌کنند. بنابراین مرز ناحیه بکر با حداکثر تنش تجربه شده در طول تاریخچه مصالح مشخص خواهد شد. در فضای تنشها می‌توان سطحی متناسب با تاریخچه حداکثر تنش اعمالی به مصالح تعیین کرد. چگونگی وابسته بودن این سطح به تنش متوسط برای داشتن عملکردی مناسب در شرایط زهکشی نشده به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$f^{his} = s_{II} h(\theta_s) - R_{his} \ln(P_c / P) I_1 = 0 \quad (23)$$

که در آن:  $P_c = P_{cr} \exp(R_{cr} / \mu)$ .

$b_{cyc}$  تابعی از نامتغیر دوم تانسور تغییر شکل انحرافی مطابق زیر در نظر گرفته شد.

$$b_{cyc} = (b_{2c} - (b_{2c} - b_{1c})\alpha_c) \quad (32)$$

که در آن  $\alpha_c$  از معادله زیر تعیین می‌شود.

$$\alpha_c = \exp(-d_1 k) \exp(-d_2 \left| \varepsilon_V^p \right|) \quad (33)$$

متغیر  $k$  برای هر بار عوض شدن جهت بارگذاری از صفر شروع می‌شود و تغییرات آن به صورت زیر است:

$$k = \frac{1}{(1 + \omega)} \left( 1 - \omega \frac{q_{ij} X_{ij}}{|q_{kl} X_{kl}|} \right) \dot{\varepsilon}_{II}^p \quad (34)$$

که در آن  $\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \sqrt{\dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p}$  نامتغیر دوم جزء تانسور تغییر شکل انحرافی است. و پارامتر  $\omega$  امکان بیان مناسب حلقه هیستریسیس را به دست می‌دهد. پارامترهای  $b_{1c}$  و  $b_{2c}$  مقادیر حداقل و حداکثر  $b_{cyc}$  هستند که بر اساس نتایج تجربی تعیین می‌شوند. مطابق آنچه برای  $b_{mon}$  گفته شد  $b_{cyc}$  را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$b_{cyc} = b_{1c} (\zeta_c - (\zeta_c - 1)\alpha_c) \quad (35)$$

که در آن  $\zeta_c = \frac{b_{2c}}{b_{1c}}$  به عنوان یک پارامتر مستقل از دانسیته مطرح بوده و می‌توان آن را در مدل ثابت در نظر گرفت. پارامتر  $d_1$  شدت تغییرات  $b_{cyc}$  و پارامتر  $d_2$  شدت افزایش مدول سخت شونده برای مدل کردن پدیده متراکم شدن خاک تحت اثر سیکلهای بارگذاری را بیان می‌کند.

## ۶- قانون جریان در مکانیزم خمیری انحرافی

قانون جریان در مکانیزم خمیری انحرافی غیر متحد است:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{dp} = \lambda^d G_{ij} \quad (36)$$

که در آن تابع پتانسیل  $G_{ij}$  در مدل پایه با توجه به قانون اتساع زیر تعیین شده است:

$$\dot{\varepsilon}_V^{dp} = \beta \left( \frac{s_{II}}{s_{II}^c} - 1 \right) \frac{s_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{dp}}{s_{II}} \quad (37)$$

شرط  $\dot{\varepsilon}_{ij}^{dp} n_{ij} = 0$  امکان تعیین  $G_{ij}$  را به دست می‌دهد که در آن  $n_{ij}$  یک تانسور مماس بر سطح پتانسیل خمیری است. با

$$\alpha_m = \left( \frac{R_{me}}{R_r} \right)^2 \quad (28)$$

که در آن  $R_{me}$  برابر مقدار  $R$  در رژیم بکریا بیان زیر است:

$$R = \frac{s_{II} h(\theta_s)}{I_1} \quad (29)$$

همان طور که مشاهده می‌شود  $\alpha_m$  بین صفر و یک تغییر کرده و سبب بهبود عملکرد مدول سخت شونده در بیان رفتار خاکها در بارگذاریهای یک طرفه می‌شود. وجود  $h(\theta_s)$  باعث می‌شود که متناسب با مقدار زاویه لود  $\theta_s$  نیز،  $b_{mon}$  به طور پیوسته تغییر کند. برای  $\theta_s = 0$  مقدار  $h(\theta_s)$  برابر  $(1-\gamma)^{1/6}$  خواهد شد که در واقع مسیر سه محوری تقارن محوری در فشار است. برای  $\theta_s = \pi/3$  مقدار  $h(\theta_s)$  برابر  $(1+\gamma)^{1/6}$  می‌شود که مسیر سه محوری در کشش<sup>۳</sup> است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مطابق نتایج تجربی مدول سخت شونده در حالت کشش کمتر از حالت فشار است. پارامترهای  $b_{1m}$  و  $b_{2m}$  در واقع مقادیر حداقل و حداکثر  $b_{mon}$  و با توجه به نتایج آزمایشات سه محوری قابل تعیین هستند. اگر نسبت  $b_{2m}$  به  $b_{1m}$  را با  $\zeta_m$  نشان دهیم در این صورت خواهیم داشت:

$$b_{mon} = b_{1m} (1 - (1 - \zeta_m)\alpha_m) \quad (30)$$

چنین بیانی برای  $b_{mon}$  این امکان را در اختیار می‌گذارد که  $\zeta_m$  را حداقل برای یک خاک داده شده مستقل از دانسیته در نظر گرفت و یا در جهت کاهش تعداد پارامترمدل آن را ثابت گرفت. شبیه سازی تعداد زیادی آزمایش سه محوری نشان داد که می‌توان پارامتر فوق را به عنوان پیش فرض برابر  $10^\circ$  در نظر گرفت. نهایتاً معادله  $b_{mon}$  به صورت زیر در خواهد آمد:

$$b_{mon} = b_m (1 + 9\alpha_m) \quad (31)$$

پارامتر  $b_m$  مربوط به شیب اولیه در منحنی  $q - \varepsilon_1$  آزمایش سه محوری است و به طور مستقیم از معادله مدول سخت شونده در شرایط آزمایش سه محوری به دست می‌آید.

همان گونه که در معادله  $b_{mon}$  دیده می‌شود، تغییرات  $b$  در رژیم بکریا ناشی از تغییرات همسان  $R$  است. در رژیم سیکلی کاربرد چنین بیانی در توافق با رفتار خاکها نیست، بدین جهت

$$\beta = \beta_{\text{mon}} + z(\beta_{\text{cyc}} - \beta_{\text{mon}}) \quad (42)$$

که در آن:

$$\beta_{\text{mon}} = -\beta_{1m} + (\beta_{1m} - \beta_{2m})\varphi_m \quad (43)$$

$$\beta_{\text{cyc}} = -\beta_{1c} + (\beta_{1c} - \beta_{2c})\varphi_c \quad (44)$$

علامت منفی به خاطر این است که تغییر حجم انقباضی مثبت در نظر گرفته شده است.

شبهه آنچه در خصوص مدول سخت شوندهگی گفته شد،  $\beta_{\text{mon}}$  نیز تابعی غیر خطی از وضعیت تنش است. بدین منظور تعریف زیر برای  $\varphi_m$  لحاظ شد:

$$\varphi_m = \left( \frac{R_{me}}{R_c} \right)^2 \quad (45)$$

این نحوه تغییر در  $\beta$  که ناشی از تغییرات همسان  $R_{me}$  است در رژیم سیکلی متناسب با رفتار خاکها نیست، لذا در رژیم سیکلی بستگی  $\beta_{\text{cyc}}$  به وضعیت تنش از طریق عبارت زیر انجام می شود:

$$\varphi_c = \left( \frac{X_{II}^m}{X_{II}^{me}} \right)^2 \quad (46)$$

که در آن  $X_{II}^m = \sqrt{(X_{ij} - X_{ij}^m)(X_{ij} - X_{ij}^e)}$  می باشد.  $X_{ij}^m$  برابر  $X_{ij}$  در موقعیت برگشت تنش، که تا برگشت تنش بعدی ثابت می ماند و  $X_{II}^{me}$  بزرگترین مقدار  $X_{II}^m$  است. هر دو متغیر  $\varphi_m$  و  $\varphi_c$  بین صفر و یک تغییر می کند و امکان تغییر پارامتر اتساع را به طور پیوسته فراهم می آورند. همان گونه که در مورد مدول سخت شوندهگی گفته شد، می توان از نسبتهای  $\xi_m = \frac{\beta_{2m}}{\beta_{1m}}$  و  $\xi_c = \frac{\beta_{2c}}{\beta_{1c}}$  استفاده کرده و با ثابت گرفتن  $\xi_m$  و  $\xi_c$  تعداد پارامترهای مدل را کاهش داد بنابراین:

$$\beta_{\text{mon}} = \beta_{1m}((1 - \xi_m)\varphi_m - 1) \quad (47)$$

$$\beta_{\text{cyc}} = \beta_{1c}((1 - \xi_c)\varphi_c - 1) \quad (48)$$

در این تحقیق با توجه به تعداد زیادی شبهه سازی آزمایشهای سه محوری مقدار  $\xi_m$  و  $\xi_c$  برابر ۳ در نظر گرفته شده است.

استفاده از معادله  $\dot{\epsilon}_{ij}^{dp} = \dot{\epsilon}_{ij}^{dp} + \frac{\dot{\epsilon}_v^{dp}}{3}\delta_{ij}$  و جاگذاری از معادله (۳۷)، بیان زیر را پیدا می کند:

$$n_{ij} = \frac{\beta' \frac{s_{ij}}{s_{II}} - \delta_{ij}}{\sqrt{\beta'^2 + 3}} \quad (38)$$

$$\beta' = \beta \left( \frac{s_{II}}{s_{II}^c} - 1 \right) \text{sign}(s_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}^{dp}) \quad (39)$$

با استفاده از تانسور عمود بر سطح تسلیم  $\frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{ij}}$  و ضرب داخلی

این تانسور در  $n_{ij}$ ، تانسور  $G_{ij}$  به صورت زیر بیان می شود:

$$G_{ij} = \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{ij}} - \left( \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{kl}} n_{kl} \right) n_{ij} \quad (40)$$

در معادلات فوق  $s_{II}^c$  وضعیت تنش مشخصه است که یک سطح به نام سطح مشخصه به صورت زیر تعریف می کند.

$$s_{II}^c h(\theta_s) - R_c I_1 = 0 \quad (41)$$

$R_c$  شعاع متوسط سطح مشخصه که یک پارامتر ثابت مدل است. این سطح جدا کننده وضعیت اتساع و انقباض مصالح است، شکل (۲). و نهایتاً عبارت  $\text{sign}(s_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}^{dp})$  از ظهور اتساع در وضعیت باربرداری خمیری جلوگیری می کند.

## ۷- ارتقای قانون اتساع مدل

نتایج تجربی اخیر که از آن جمله می توان به کارهای شاه نظری و توواتا [۱۲] اشاره کرد، نشان می دهند که رابطه اتساع- تنش طبیعت غیرخطی داشته و برای هر سیکل کامل بعد از بارگذاری اولیه منحنی آن از دو قسمت غیرخطی تقریباً موازی با شیب ملایم مثبت، و از دو قسمت غیرخطی تقریباً موازی با شیب تند (نسبتاً قائم) که بلافاصله بعد از برگشت تنش شروع می شود، تشکیل شده است. ضمن آنکه این نتایج تفاوت قابل ملاحظه رابطه اتساع - تنش، در رژیم سیکلی و در اولین بارگذاری را نیز نشان می دهند. بر این اساس در این تحقیق مطابق آنچه در مورد مدول سخت شوندهگی گفته شد پارامتر قانون اتساع به صورت زیر در نظر گرفته شد.

نهایتا معادلات فوق به صورت زیر در می‌آیند:

$$\beta_{\text{mon}} = -\beta_m(1 + 2\varphi_m) \quad (49)$$

$$\beta_{\text{cyc}} = -\beta_c(1 + 2\varphi_c) \quad (50)$$

تعیین پارامترهای مدول حجمی کشسانی و مدول حجمی خمیری یک آزمایش سه محوری تحت تنشهای همه جانبه در بارگذاری و بار برداری، پیشنهاد می‌شود. استراتژی تعیین پارامترهای مدل در جدول (۱) داده شده است.

### ۹- اعتبار بخشی مدل

در این تحقیق از نتایج آزمایشهای سه محوری یک طرفه و سیکلی انجام گرفته روی ماسه سست هوستون (بادانسیته نسبی اولیه حدود ۲۰ درصد) توسط محکم [۸] برای اعتبار بخشی مدل استفاده شده است. برای این منظور با انطباق منحنیهای حاصل از مدل و منحنیهای انحرافی یک طرفه حاصل از آزمایشگاه برای تنشهای همه جانبه ۱۰۰، ۲۰۰، ۴۰۰ و ۶۰۰ کیلوپاسکال پارامترهای استاتیکی، شکل (۳)، و با استفاده از نتایج یک آزمایش سه محوری سیکلی زهکشی شده با کنترل کرنش، شکل (۴)، پارامترهای سیکلی تعیین شدند. پارامترهای  $n, K_0^e$  از کارهای الوانی [۱] گرفته شده اند. مقادیر پارامترهای حاصله برای مدل به شرح زیر هستند:

$$\begin{aligned} n &= 0.6, K_0^e = 35.0 \text{MPa}, G_0 \\ &= 30.0 \text{MPa}, K_0^p = 40.0 \text{MPa}, R_m \\ &= 0.01, R_c = R_{cr} = 0.275 \\ \gamma &= .75, P_{c0} = 1 \text{MPa}, c = 25, \beta_m = 0.25, b_m = 3.5e3 \text{kPa}, \\ \beta_c &= 0.15, b_c = 1.0e3 \text{kPa}, \omega = 0.7, d_1 = 250, d_2 \\ &= 15, \zeta_c = 35 \end{aligned}$$

با توجه به مقادیر پارامترهای به دست آمده و با به کارگیری نتایج آزمایشها تحت سایر مسیرهای تنش مدل اعتبار بخشی می‌شود. شبیه سازی آزمایش های سه محوری در کشش در شکل (۵) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که مدل هم از نظر سختی و هم از نظر خرابی به خوبی رفتار خاک را بیان می‌کند. در شکل (۶) آزمایش سه محوری سیکلی زهکشی شده در حالت تنش کنترل شده شبیه سازی شده است. در مقایسه با شکل (۷) مشاهده می‌شود که هم از نظر میزان تغییر شکلهای خمیری و هم از نظر تولید حلقه‌های هیسترسیس

با استفاده از منحنی  $\varepsilon_v - \varepsilon_1$  آزمایش سه محوری به راحتی می‌توان  $\beta_m$  را به دست آورد. در ناحیه اتساعی  $\varphi_m$  برابر ۱ بوده لذا با توجه به شیب متوسط منحنی در ابتدای ناحیه فوق و استفاده از معادله (۳۷) در شرایط آزمایش سه محوری مستقیما  $\beta_m$  به دست می‌آید. برای تعیین  $\beta_c$  در صورتی که هدف تحلیل دینامیکی است نیاز به یک آزمایش سیکلی است. در غیر این صورت می‌توان آن را معادل  $\beta_m$  در نظر گرفت.

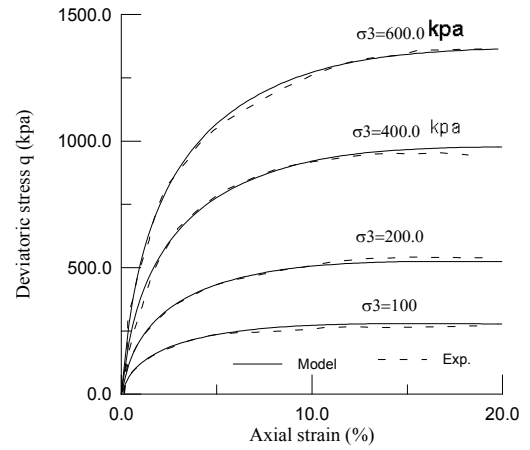
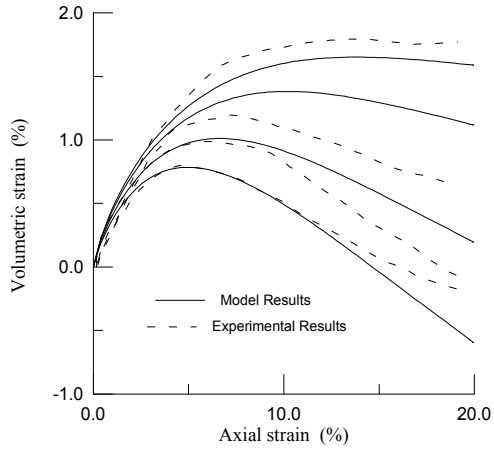
### ۸- تعیین پارامترهای مدل

کلیه پارامترهای مدل از نتایج آزمایشهای معمول آزمایشگاهی به سادگی قابل تعیین هستند. تعدادی از پارامترها مستقل از دانسیته و تعدادی تابعی از دانسیته هستند. اگر دسته اخیر در قالب روابط همبستگی که با نسبت تخلخل و یا دانسیته نسبی دارند در فرموله نویسی مدل وارد شوند می‌توان ادعا کرد که مدل برای یک خاک داده شده فقط نیاز به تعیین یک مجموعه پارامتر خواهد بود. پارامترهای مدل به خصوصیات منحنیهای تنش انحرافی - کرنش محوری و کرنش حجمی - کرنش انحرافی در آزمایش سه محوری مربوط هستند که برای تخمین اولیه می‌توان از این روابط استفاده کرد. برای تعیین دقیق پارامترها، با استفاده از نرم‌افزار مدل، که برای شرایط مرزی آزمایش سه محوری نوشته شده است با سعی و خطا و یا انجام یک فرایند اتوماتیک، و با هدف بیشترین پوشش منحنیهای آزمایشگاهی و شبیه‌سازی اقدام صورت می‌گیرد. برای تعیین پارامترهای استاتیکی مدل، سه آزمایش سه محوری با تنشهای همه جانبه متفاوت در شرایط زهکشی شده (با اندازه گیری تغییر حجم) و یا زهکشی نشده (با اندازه گیری فشار آب حفره‌ای)، با اعمال تغییر شکل زیاد، و برای پارامترهای سیکلی یک آزمایش سیکلی زهکشی یا غیر زهکشی و نهایتا برای

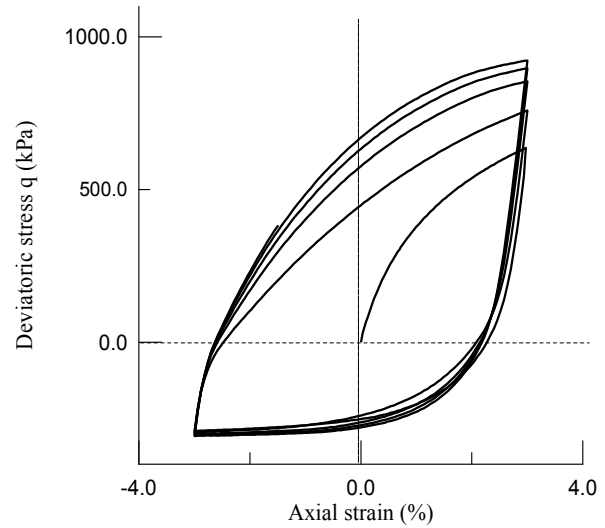
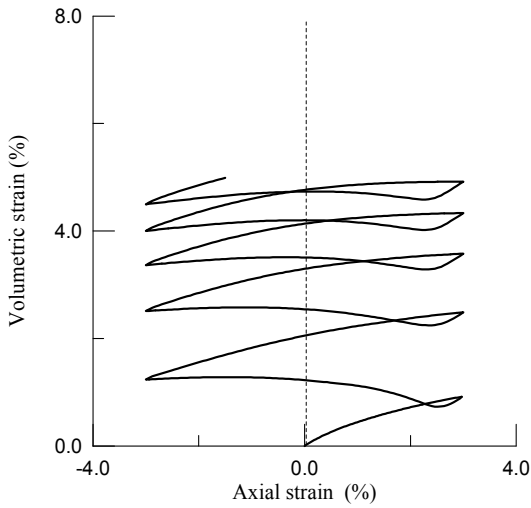


جدول ۱ - نحوه تعیین پارامترهای مدل

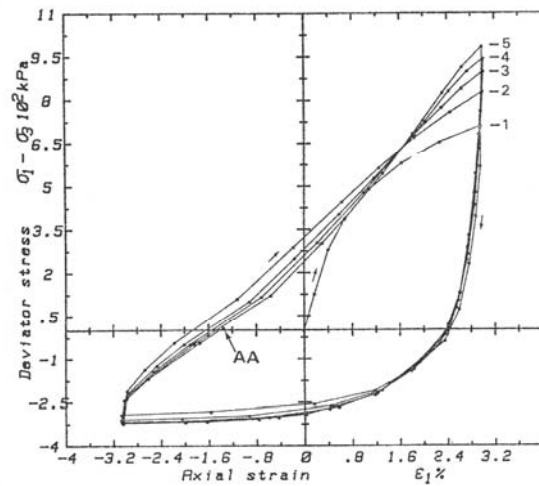
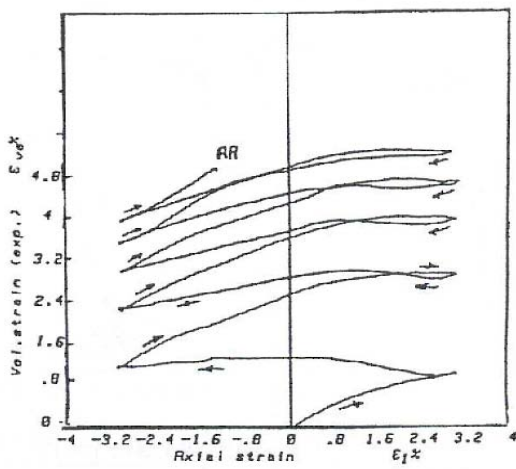
پارامتر	مفهوم فیزیکی	نحوه تعیین
$n$	کنترل کننده وابستگی پارامترهای کشسانی به تنش متوسط	انطباق بر منحنی بارگذاری - باربرداری همه جانبه سه محوری و یا تغییرات شیب اولیه در آزمایشهای سه محوری با $\sigma_3$ های مختلف
$G_0$	کنترل کننده جواب کشسانی مدل تحت تنشهای انحرافی	تغییرات شیب اولیه (در بارگذاری یا باربرداری) در آزمایشهای سه محوری با $\sigma_3$ های مختلف
$K_0^e$	کنترل کننده جواب کشسانی مدل تحت تنشهای همه جانبه	انطباق بر منحنی بارگذاری - باربرداری حاصله از آزمایش سه محوری تحت تنشهای همه جانبه.
$K_0^p$	کنترل کننده جواب خمیری مدل تحت تنشهای همه جانبه	انطباق بر منحنی بارگذاری حاصله از آزمایش سه محوری تحت تنشهای همه جانبه
$R_m$	مشخص کننده دامنه کشسانی (شعاع متوسط سطح تسلیم)	با استفاده از منحنی $q - \epsilon_1$ و با در نظرگیری تغییر شکل محوری حدود $10^{-4}$ وضعیت تنش را محاسبه و نهایتاً از معادله سطح تسلیم $R_m$ به دست می آید.
$\mu$	کنترل کننده وضعیت خرابی در مدل	با استفاده از نقاط حداکثر در منحنیهای $q - \epsilon_1$ به طور مستقیم با به کارگیری فرمول $R_f$ که در شرایط آزمایش سه محوری نوشته می شود به دست می آید
$\gamma$	تعیین کننده شکل نامتقارن سطح خرابی	با استفاده از نقاط بحرانی در منحنیهای $q - \epsilon_1$ در فشار و کشش، به طور مستقیم با به کارگیری معادله سطح خرابی به دست می آید. یا با انطباق با سطح خرابی لد [۶]
$R_{cr}$	مشخص کننده سطح حالت بحرانی	با استفاده از وضعیت تنش بحرانی در منحنیهای $q - \epsilon_1$ که در آنها $\delta \epsilon_v = 0$ است و به کارگیری معادله سطح حالت بحرانی $R_{cr}$ به طور مستقیم به دست می آید
$R_c$	مشخص کننده سطح حالت مشخصه (جداکننده حالت اتساع و انقباض)	با استفاده از وضعیت تنش مشخصه در منحنیهای $q - \epsilon_1$ که در آنها $\delta \epsilon_v = 0$ است و به کارگیری معادله سطح حالت مشخصه $R_c$ به طور مستقیم به دست می آید
$\beta_m$	کنترل کننده شدت تغییرات حجم خمیری تحت اثر برش در رژیم بکر	با استفاده از شیب متوسط در ابتدای ناحیه اتساعی در منحنی $\epsilon_v - \epsilon_1$ و به کارگیری قانون اتساع مدل در شرایط سه محوری $\beta_m$ به طور مستقیم به دست می آید
$P_{co}$	پارامتر حالت بحرانی بیان کننده وضعیت اولیه مصالح	با استفاده از منحنی $\epsilon_v - \ln(P_c)$ برای نسبت تخلخل اولیه می توان به راحتی $P_{co}$ را به دست آورد
$c$	پارامتر حالت بحرانی کنترل کننده شدت تغییرات فشار بحرانی ( $P_c$ )	$\frac{1}{c}$ شیب خط حالت بحرانی در فضای $\epsilon_v - \ln(P_c)$ است
$b_c, \omega, d_1, d_2, \beta_c$	پارامترهای سیکلی مدل	با انطباق بر نتایج یک آزمایش سه محوری سیکلی در شرایط زهکشی یا غیر زهکشی تعیین می شوند



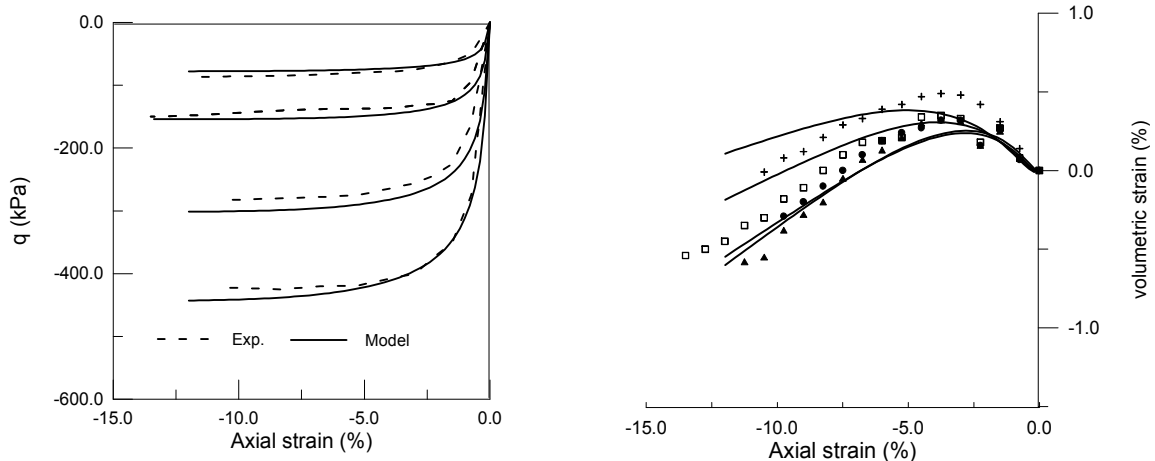
شکل ۳- شبیه سازی آزمایشهای سه محوری زهکشی شده برای تعیین پارامترهای استاتیکی مدل



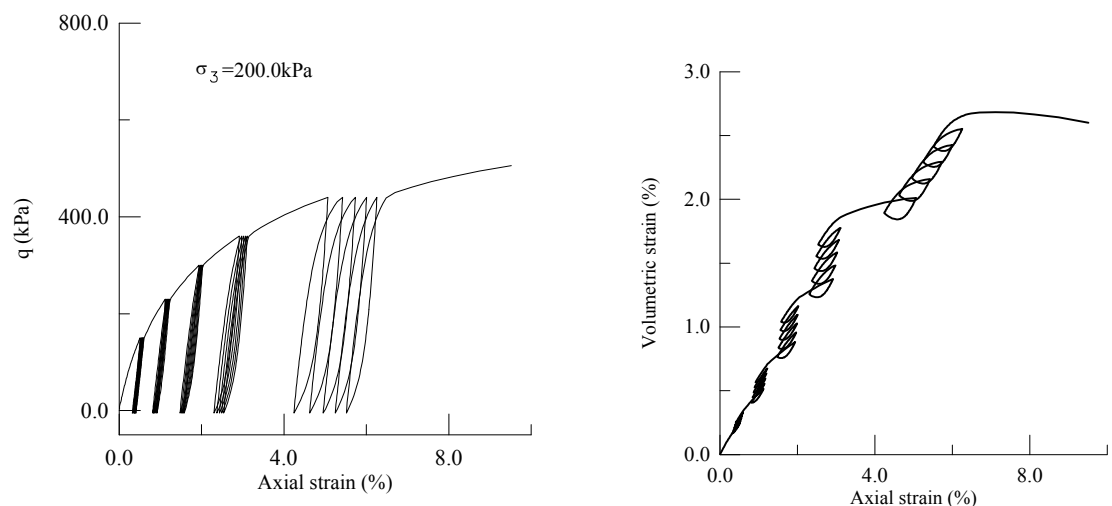
شکل ۴- شبیه سازی آزمایشهای سه محوری سیکلی زهکشی شده برای تعیین پارامترهای سیکلی مدل در مقایسه با شکل (۵)



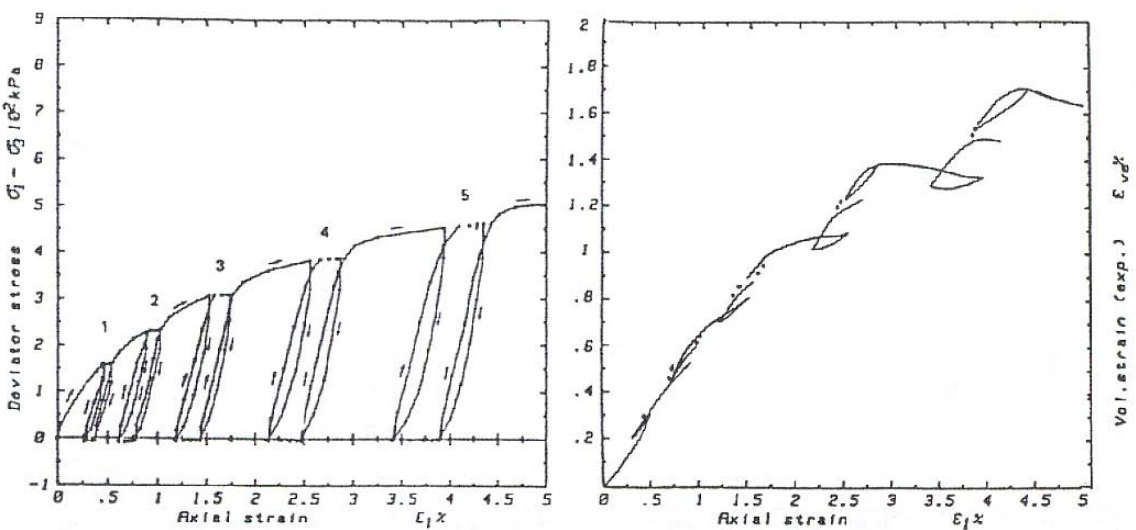
شکل ۵- نتایج آزمایشهای سه محوری سیکلی زهکشی شده، مورد استفاده برای تعیین پارامترهای سیکلی مدل [۸]



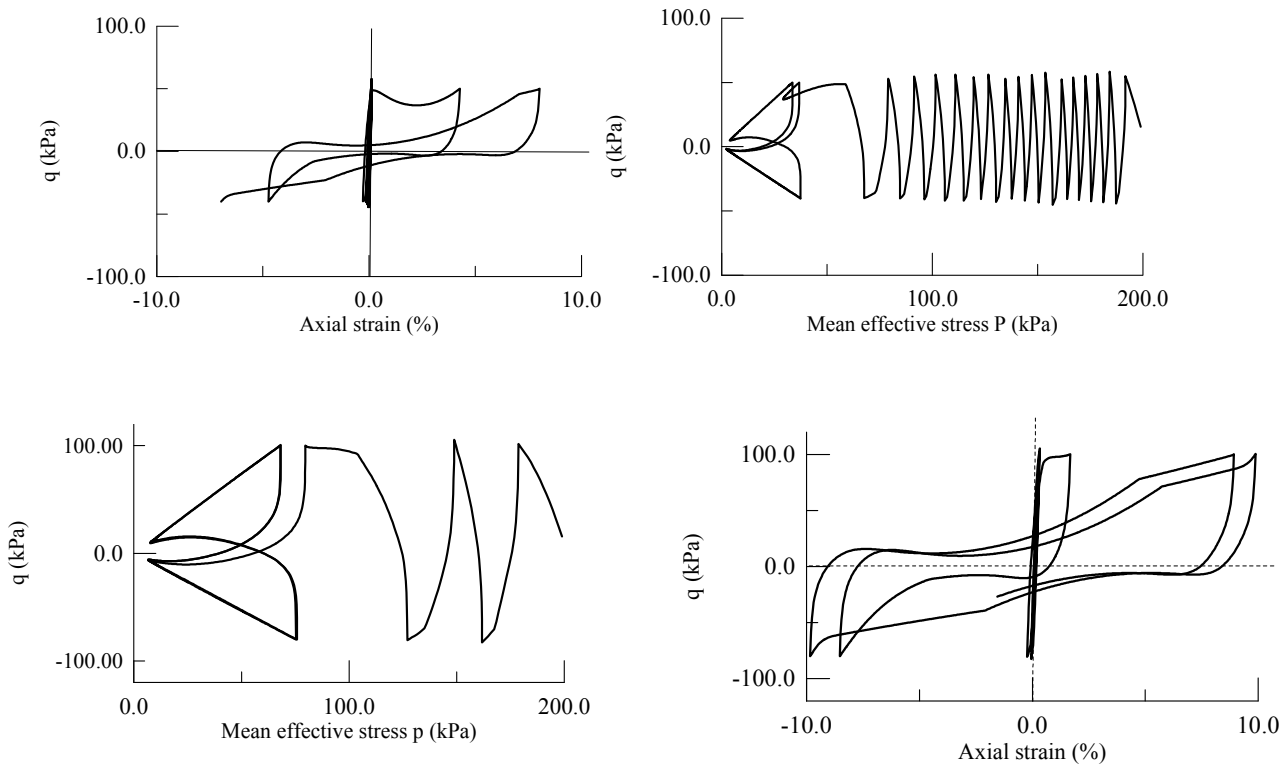
شکل ۶- اعتبار بخشی مدل روی آزمایشهای سه محوری در کشش



شکل ۷- اعتبار بخشی مدل روی نتایج آزمایشهای سه محوری سیکلی زهکشی شده در فشار در مقایسه با شکل (۸)



شکل ۸- نتایج آزمایشهای سه محوری سیکلی زهکشی شده در فشار، مورد استفاده برای اعتبار بخشی مدل [۸]



شکل ۹- شبیه سازی آزمایشهای سه محوری سیکلی در شرایط زهکشی نشده برای تنشهای انحرافی مختلف

- ایجاد یک رابطه غیرخطی مناسب در مکانیزم سخت شوندهگی سینماتیک امکان انتخاب دامنه کشسانی (ابعاد سطح تسلیم) بسیار کوچک متناسب با رفتار واقعی خاکها را به دست می دهد.
- اعمال ارتباط غیر خطی بین ضریب اتساع و نسبت تنش در قانون اتساع مدل، جواب مدل را به طور چشمگیری بهبود بخشید.
- برای بیان دقیق رفتار خاکها مدلهای رفتاری نا گزیر تعداد زیادی پارامتر را در خود جای می دهند. لازم است مفهوم فیزیکی و استراتژی شفاف تعیین آنها معلوم باشد تا کاربران به راحتی امکان استفاده از این نوع مدلها را پیدا کنند.
- با توجه به تعداد زیاد پارامتر در مدل ارائه شده، تحقیق در امکان ایجاد روابط همبستگی بین پارامترهای مدل و پارامترهای فیزیکی-مکانیکی خاکها ضروری به نظر می رسد.

مدل توانایی خوبی را داراست. همچنین در شکل (۹) شبیه سازی آزمایشهای سیکلی زهکشی نشده برای دو تراز تنش انحرافی نشان داده شده است که نشان دهنده قابلیت مدل در بیان توسعه فشار آب حفره‌ای در جریان اعمال سیکلهای بارگذاری است.

## ۱۰- نتیجه گیری

تحقیق حاضر در چارچوب مدلسازی رفتاری خاکهای ماسه‌ای تحت اثر بارهای سیکلی، با هدف افزایش دقت در بیان رفتار این گونه خاکها انجام گرفته است. نتایج مهم حاصله از این تحقیق به شرح زیر هستند.

- به کارگیری یک معیار ساده برای تفکیک نحوه و شدت تغییرات مدول سخت شوندهگی در رژیمهای سیکلی و بکر در مدلهای رفتاری با یک مکانیزم سخت شوندهگی سینماتیک ساده امکان بیان رفتار خاکها تحت بارگذاریهای سیکلی را فراهم می آورد.

1. monotonic
2. cyclic mobility
3. extension

## مراجع

1. Allouani, M., "Identification des Lois de Comportement des Sols, Définition de la Stratégie et de la Qualité de L'identification," Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1993.
2. Cambou, B., and Jafari, K., "A Constitutive Model for Granular Materials Based on Two Plasticity Mechanisms," Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini, Balkema, Rotterdam, PP. 149-167, 1989.
3. Chen, W. F., and Mizuno, E., *Nonlinear Analysis in Soil Mechanics*, Elsevier Science Publishing Co, Inc, 1990.
4. Dafalias, Y. F., "Bounding Plasticity: Mathematical Foundation and Hypo-Plasticity," *ASCE J. Eng. Mech.*, Vol. 112, PP. 466-987, 1986.
5. Dafalias, Y. F., and Popov, E. P., "Plastic Internal Variables Formalism of Cyclic Plasticity," *J. Appl. Mech.*, Vol. 95, No. 4, PP. 645-650, 1976.
6. Lade, P. V., "Double Hardening Constitutive Model for Soils, Parameter Determination and Predictions for Two Sands," Constitutive Equation for Granular Non-cohesive Soils, Cleveland, PP. 367-378, 1987.
7. Lemaitre, J., and Chaboche, J.L., *Mécanique des Matériaux Solides*, Dunod, Paris, 1988.
8. Mohkam, M., "Contribution a L'étude Expérimentale et Théorique du Comportement des Sables sous Chargement Cycliques," Thèse de Doctorat, Inc. National Polytechnique de Grenoble, 1983.
9. Maleki, M. Dubujet, Ph., and Cambou, B., "Modélisation Hiérarchisée du Comportement des Sols", *Revue Française de Génie Civil*, Vol. 4, No. 7-8 pp: 895-928, 2000.
10. Mroz, Z., and Pietruszczak, S., "A Constitutive Model for Clay and Sands with Account of Anisotropic Hardening," International Workshop on Constitutive Relations for Soils, A.A. Balkema, PP. 331-345, 1984.
11. Mroz Z. "On the Description of Anisotropic Hardening," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 15. PP. 163-175, 1967.
12. Shahnazari, H., and Towhata, I., "Tortion Shear Tests on Cyclic Stress-Dilatancy Relationship of Sand," *Soils and Foundations*, Vol. 42, No.1, PP. 105-121, 2002.