ارزش فعلی خالص جریانهای نقدی در مسائل زمان‌بندی تک ماشین و جریان کارگاهی

قاسم مصلحی* و مهدی مهنام**
دانشکدهٔ مهندسی صنایع و سیستمها، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۵/۱۰/۲- دریافت نسخه نهایی: ۸۷/۴/۱۲)

چکیده – درحالی که حجم بسیاری از ادبیات زمان‌بندی بر روی معیارهای مبتنی بر زمان متمرکز شده‌اند، مهمترین هدف مدیریت بیشینه کردن سوددهی بنگاه است. در این مقاله، معیار ارزش فعلی خالص با درنظرگرفتن جریانهای نقدی خطی وابسته به زمان در دو مسئله زمان‌بندی تک‌ماشین وجریان کارگاهی بررسی شده است. ابتدا یک روش ابتکاری برای مسئله زمان‌بندی تک ماشین با این معیار ارائه شده است. سپس مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی جایگشتی با درنظرگرفتن ارزش فعلی خالص بررسی شده است. بدین منظور با استفاده از حدود بالا و پایین و اصول غلبه مناسبی که برای مسئله توسعه داده شده یک رویه شاخه‌وکران کارآ ارائه شده است. سپس سه روش ابتکاری با هدف یافتن جوابهای مناسب در مدت زمان کوتاه ارائه شده و مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. با تولید مسائل تصادفی در اندازه‌های متفاوت نشان داده شده است که روش شاخه‌وکران در ابعاد کوچک و متوسط کارآ بوده و همچنین الگوریتم ابتکاری ارائه شده، برای تمام مسائل، دارای کارآیی بالایی است.

واژگان کلیدی : زمان‌بندی، ارزش فعلی خالص، جریان نقدی، روش شاخه‌وکران، روش ابتکاری

Net Present Value of Cash Flows in Single Machine and Flow Shop Scheduling Problems

G. Moslehi and M. Mahnam
Department of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology

Abstract: ***While a great portion of the scheduling literature focuses on time-based criteria, the most important goal of management is maximizing the profitability of the firm. In this paper, the net preset value criterion is studied taking account of linear time-dependent cash flows in single machine and flow shop scheduling problems. First, a heuristic method is presented for the single machine scheduling problem with NPV criterion. Second, the permutation flow shop scheduling problem is studied with NPV criterion. An efficient Branch & Bound algorithm is accordingly presented using strong lower and upper bounds and dominace rules which are expanded for this problem. Finally, three heuristic methods are presented and compared to find***

* – دانشیار
** – کارشناس ارشد

appropriate solutions over short periods. By generating random problems of different sizes, it has been shown that the Branch & Bound method is efficient in solving small and medium sized problems, and also that the presented heuristic algorithm is efficient in tackling problems of any size.

Keywords: *Scheduling, Net Present Value, Cash Flow, Branch & Bound, Heuristic method.*

فهرست علائم

ARE	میانگین درصد خطای نسبی بین جواب روش ابتکاری و جواب بهینه	$t_{i,1k}$	مدت زمان فرایند کار i در حالت تک ماشین براساس ماشینهای ۱ تا k در حالت جریان کارگاهی
c_{ik}	زمان تکمیل کار i روی ماشین k	E_k	زودترین زمان ممکن برای انجام فرایند یکی از کارهای باقیمانده بر روی ماشین k
HNPV	مقدار ارزش فعلی خالص حاصل از روش ابتکاری	T_k	دیرترین زمان ممکن اتمام عملیات بر روی ماشین k
J_i	کار i ام	w_{ik}	دریافتی (پاداش) اولیه کار i روی ماشین k
m	تعداد ماشینها	$w_{i,1k}$	میزان دریافتی کار i در حالت تک‌ماشین در زمان صفر براساس ماشینهای ۱ تا k در حالت جریان کارگاهی
n	تعداد کارها	$W_{ik(t)}$	دریافتی کار i روی ماشین k در زمان t
NPV	ارزش فعلی خالص دریافتیها (پاداشها)	UB_{ik}	حد بالای کار i روی ماشین k
ONPV	مقدار ارزش فعلی خالص حاصل از روش شاخه‌وکران	β	ضریب ارزکاست
R_k	اولین زمان در دسترس بر روی ماشین k ام براساس آخرین کار زمان‌بندی شده	μ_{ik}	نرخ جریمه دیرکرد کار i روی ماشین k
t_{ik}	مدت زمان پردازش کار i بر روی ماشین k ام	$\mu_{i,1k}$	نرخ جریمه دیرکرد کار i در حالت تک‌ماشین براساس ماشینهای ۱تا k درحالت جریان‌کارگاهی
t'_{ik}	مجموع زمان پردازش کار i روی ماشینهای ۱ تا k		

۱- مقدمه

امروزه، زمان‌بندی یکی از مهمترین مراحل برنامه‌ریزی تولید در صنایع تولیدی و خدماتی است که به عنوان یک مزیت رقابتی در کاهش هزینه‌ها و افزایش رضایت مشتریان مطرح است. در محیطهای تولیدی انجام عملیات کارها، مستلزم دریافتها و پرداختهایی است که هدف مدیران، کمینه‌کردن هزینه‌ها و بیشینه نمودن سود این جریان نقدی است. بنابراین محققان هر روز بیشتر به این نتیجه می‌رسند که باید در زمان‌بندی تولید از معیارهای مالی و اقتصادی به جای معیارهایی مانند کمینه کردن محدوده زمانی انجام کار استفاده کنند [۱].

در سالهای اخیر، مدلهای زمان‌بندی با درنظرگرفتن اهداف مالی توجه زیادی را به خود معطوف داشته است. مسئله زمان‌بندی با تابع هدف مالی اولین بار توسط راسل [۲] به عنوان مسئله زمان‌بندی پرداخت (PSP[1]) مطرح شد. در مسئله PSP زمان‌بندی فعالیتهای پروژه به نحوی مشخص می‌شود که ارزش فعلی خالص (NPV[2]) در آن ماکزیمم شود. نتایج نشان داده‌اند که وقتی هدف مالی در مسئله زمان بندی پروژه در نظر گرفته می‌شود، مسیر بحرانی که بر مبنای هزینه به‌دست می‌آید متفاوت از مسیر بحرانی است که بر مبنای کمینه کردن زمان به‌دست می‌آید. گرینولد [۳] این مسئله را به یک برنامه خطی تبدیل و دو رویه قطعی برای آن پیشنهاد کرد. وانهوک و همکاران [۴] نیز روش حل دقیقی موسوم به جستجوی برگشتی برای این مسئله ارائه کردند. این روش پس از زمان بندی اولیه همه گره‌ها در زودترین زمان، با استفاده از یک تابع برگشتی مجموعه

گره‌هایی که قابلیت انتقال به جلو دارند را پیدا می‌کند و به اندازه‌ای که مجاز باشند انتقال می‌دهد.

برای حل این مسئله روشهای ابتکاری مختلفی نیز ارایه شده است که می‌توان به طور نمونه به روش درون‌یافتی المغربی و همکاران [۵] و روش شبیه سازی بازپخت (SA[۳]) اتگار و همکاران [۶] اشاره نمود. اتگار و همکاران [۷] فرض جریانهای نقدی خطی غیر فزاینده را به مسئله اضافه کرده و برای حل آن نیز روش المغربی را توسعه داده و از آن استفاده کردند. همچنین وانهوک و همکاران [۸] فرض جریان نقدی خطی غیر فزاینده را درنظرگرفته و برای حل آن نیز روش جستجوی برگشتی را توسعه دادند. اخیراً نیز مصلحی و قهار [۹] یک الگوریتم ابتکاری برای این مسئله ارائه و کارایی آن را نشان داده‌اند.

هدف بیشینه کردنNPV در مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود (RCPSP[۴]) نیز به کارگرفته شده است که با عنوان مسئله زمان‌بندی با منابع محدود با جریانهای نقدی تنزیل یافته (RCPSPDC[۵]) شناخته می‌شود. این مسئله شامل زمان‌بندی فعالیتهای پروژه با درنظرگرفتن جریانهای نقدی ورودی و خروجی با شرط محدودیتهای منابع و پیش‌نیازی و بیشینه‌کردن ارزش فعلی خالص است. دورش و پاترسون [۱۰] با ارائه یک رویه برنامه‌ریزی عدد صحیح صفر و یک، بیشینه کردن NPV خالص جریانهای نقدی را وارد مسائل RCPSP کردند. ایسملی و ایرینگاک [۱۱] نیز یک رویه شاخه‌وکران برای این مسئله با درنظرگرفتن جریانهای نقدی ثابت و مستقل از زمان ارائه کردند. همچنین روشهای ابتکاری و فرا ابتکاری متعددی برای این مسئله ارائه شده است. ایسملی و ایرینگاک [۱۲] از دو روش جستجوی ممنوع (TS[۶]) برای تولید جواب امکانپذیر اولیه استفاده و بهره‌گیری از حافظه بلند مدت در داخل TS برای بهبود بیشتر نتایج را بررسی شد. همچنین لی و کیم [۱۳] نیز نتایج کار خود را در استفاده از روشهای فرا ابتکاری SA، TS و GA[۷] بر روی مسئله RCPSP گزارش داده‌اند. اخیراً، بهرامی و مصلحی [۱۴] نیز مسئله RCPSP با هدف بیشینه کردن ارزش فعلی خالص پروژه از دید پیمانکار مورد بررسی قرار داده و از الگوریتم جامعه مورچگان (ACO[۸]) برای حل آن استفاده کرده‌اند.

اگر چه بیشینه کردن ارزش فعلی خالص، معیاری است که در زمان‌بندی پروژه بسیار مورد بررسی قرار گرفته ولی در زمان‌بندی کلاسیک مانند زمان‌بندی تک ماشین، جریان کارگاهی و کارگاهی چندان مورد توجه نبوده است. از دیدگاه متخصصان زمان‌بندی معمولاً زمان فرایندها کوتاه است و ارزش زمانی پول در آن چندان مطرح به نظر نمی‌رسد؛ ولی باید توجه داشت که بسیاری از فرایندها در یک محیط کلاسیک انجام نمی‌شوند، به‌طوری‌که در مواردی قطعات می‌توانند نماینده یک گروه از قطعات مشابه بوده یا در یک مدت زمان فرایند طولانی آماده شوند و از طرف دیگر فرایندها ممکن است توسط چند تیم، سازمان، ارگان یا یک زنجیره واحدهای تولیدی انجام شوند. در مورد صنایعی مانند کشتی‌سازی، هواپیماسازی، هلیکوپترسازی و ... که دارای حجم سرمایه در گردش زیاد بوده و زمان اجرای عملیات نیز طولانی است، کاربرد این مسئله بیشتر مشخص می‌شود. به هر حال با توجه به این که زمان‌بندی تک ماشین و جریان کارگاهی از پرکاربردترین موضوعات در صنعت هستند، کاربرد این معیاردر این مسائل مهم بوده و باید بررسی شود.

لورنس [۱] بیشینه NPV در زمان‌بندی تک ماشین را براساس هزینه‌های زودکرد (هزینه نگهداری، هزینه فرصت) و هزینه‌های دیرکرد (جریمه دیرکرد و فروش از دست رفته) با استفاده از قاعده توزیع [۹] و رهاسازی[۱۰] کار بررسی کرده است. اخیراً، زمرکوسکی [۱۵] مسئله زمان‌بندی تک ماشین را با زمانهای فرایند معلوم و قطعی در شرایطی در نظرگرفته که پاداش تکمیل کار در هر عملیات بر اساس زمان و به صورت تصادفی بر طبق حرکت براونی تغییر می‌کند. او مسئله را برای سه معیار ارزش فعلی خالص، واریانس ارزش فعلی و احتمال دستیابی به *NPV* مورد نظر به طور جداگانه بررسی و حدود بالا و پایین مناسبی را برای به کارگیری روش شاخه و کران توسعه داده است.

در مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی، فرایند مورد نیاز برای

تکمیل کارها روی کلیه ماشینها یکسان است. در مدل پایه زمان‌بندی جریان کارگاهی هر کار در هر لحظه از زمان تنها بر روی یک ماشین می‌تواند انجام شود و هر ماشین در هر لحظه تنها قادر به انجام فرایند بر روی یک کار است. همچنین عملیات قابل انقطاع نبوده و زمانهای راه‌اندازی عملیات هر کار مستقل از ترتیب درنظرگرفته می‌شود [۱۶]. در این مسئله معیارهای متفاوت با فرضهای مختلف و با استفاده از روشهای بهینه‌سازی گوناگون مورد مطالعه قرار گرفته است. بیشینه محدودهٔ زمانی C_{max} از مشهورترین معیارهای مورد بررسی و یک معیار منظم و *NP-Hard* است [۱۷]. حجازی و ثقفیان [۱۸] مرور کاملی بر این معیار در مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی داشته‌اند. معمولاً فرض می‌شود که ترتیب انجام عملیات روی کلیه ماشینها یکسان بوده و بنابراین جواب بهینه در مجموعه برنامه‌های ترتیب است که این مسئله به جریان کارگاهی جایگشتی موسوم است. مدل مرتبط با زمان‌بندی کارگاهی جایگشتی یک مدل مختلط عدد صحیح است [۱۹]. بنابراین جواب بهینه مسئله با استفاده از روشهای محاسباتی مانند برنامه‌ریزی پویا یا روش شاخه‌وکران به دست می‌آید. روشهای ابتکاری بسیاری برای مسئله جریان کارگاهی توسعه داده شده است تا بتوانند در مدت زمان قابل قبولی جوابهای مناسبی تولید کنند. یکی از روشهای ابتکاری، روش کمپل و همکارانش با نام *CDS* است [۲۰]. در این روش اگر تعداد ماشینها برابر *m* باشد، *m*-۱ مقایسه بر اساس دو ماشین صورت می‌گیرد و در مقایسه‌های دو ماشینی از روش جانسون استفاده می‌شود. نواز و همکارانش [۲۱] روشی براساس پیداکردن موقعیت نسبی هر کار ارائه دادند. می‌توان گفت روش ایشان در میان روشهای ارائه شده بیشترین کارایی را دارد [۲۲] و به الگوریتم *NEH* مشهور است. اسکودر و دانیلز [۲۳] نیز معیار NPV را در زمان‌بندی جریان کارگاهی با درنظرگرفتن هزینه‌های نیروی انسانی، مواد، راه‌اندازی و نگهداری با استفاده از قواعد توزیع بررسی کرده‌اند.

در این مقاله، معیار ارزش فعلی خالص با درنظرگرفتن جریانهای نقدی خطی وابسته به زمان در مسئله زمان‌بندی تک ماشین (۱||NPV) وجریان کارگاهی جایگشتی (Fm|*prmu*|NPV) مورد بررسی قرار گرفته است، به‌طوری‌که در آن عملیات مربوط به کارها همراه با جریانهای نقدی درنظرگرفته شده است و هدف، زمان‌بندی کارها برای بیشینه کردن NPV است. بنابراین، مسئله از نظر مالی واقع‌گرایانه‌تر می‌شود. در این مطالعه، زمان تحقق دریافتها (مثبت و منفی) همزمان با تکمیل فعالیت الگوی جریان نقدی به صورت غیرفزآینده خطی درنظرگرفته شده است. این الگو برای پروژه‌هایی مناسب است که تابع دریافتیها و پرداختهای آنها به صورت پیوسته است.

در ادامه در بخش دوم مفاهیم اولیه و روابط مرتبط با جریانهای نقدی بیان‌شده است. در بخش سوم یک الگوریتم ابتکاری برای مسئله ۱||NPV به‌دست‌می‌آید. بخش چهارم یک رویه شاخه‌وکران را برای به‌دست‌آوردن یک زمان‌بندی بهینه برای مسئله Fm|*prmu*|NPV ارائه می‌دهد. کارایی روشهای ابتکاری و شاخه‌وکران ارائه شده با تولید تصادفی مجموعه داده‌ها بررسی و نتایج آن در بخش پنجم آورده شده است. آخرین بخش شامل نتیجه گیری و زمینه‌های مناسب تحقیق در آینده است.

۲- معرفی مسئله زمان‌بندی با جریانهای نقدی

مسئله زمان‌بندی n کار $J_1, J_2, ..., J_n$ را روی m ماشین در نظر بگیرید. همه کارها در زمان صفر در دسترس‌اند و ماشین برای انجام فرایند بر روی قطعات بدون انقطاع در دسترس است. معمولاً متناسب با هر کار J_i روی ماشین k، مدت زمان فرایند t_{ik} و دریافتی اولیه w_{ik} و نرخ جریمه دیرکرد μ_{ik} در نظر گرفته شده و $\{W_{ik}(t): t \geq 0\}$ بیان کننده دریافتی در زمان t است [۱۵]. در این مقاله میزان دریافتی $W_{ik}(t)$ با الهام از کارهای گذشته به صورت رابطه (۱) محاسبه شده است.

$$W_{ik}(t) = w_{ik} + \mu_{ik} t \qquad (۱)$$

در این مطالعه موعد تحویل کلیه کارها در زمان صفر در نظر

گرفته شده است. این فرض به گونه‌ای است که اگر کار J_i بر روی ماشین k در زمان صفر تکمیل شده باشد پاداش w_{ik} دریافت می‌شود و به ازای هر دوره که تکمیل کار J_i به تأخیر بیفتد مقدار پاداش با یک نرخ μ_{ik} تغییر می‌کند. مقدار μ_{ik} با توجه به الگوی غیر فزاینده و عدم پرداخت اضافی به خاطر دیر تکمیل شدن یک عمل، منفی درنظرگرفته شده است. مقدار دریافتی پایان هر کار نیز می‌تواند مثبت یا منفی باشد که بیان‌کننده منافع حاصل از تکمیل هر کار است. همچنین برای محاسبه ارزش فعلی خالص، نرخ تنزیل r به صورت قطعی به کارگرفته شده است. با داشتن ضریب ارزکاست $\beta = ۱/(۱+r)$ که بیان کننده ارزش زمانی پول است؛ تابع هدف به صورت ماکزیمم کردن ارزش فعلی پرداختیهای مثبت و منفی کارها مطابق رابطه (۲) به دست می‌آید.

$$\max \quad NPV = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}(w_{ik} + \mu_{ik}c_{ik})\beta^{c_{ik}} \qquad (۲)$$

به طوری که c_{ik} زمان تکمیل کار i روی ماشین k است. همان طور که پیش از این اشاره شد این هدف نامنظم بوده و بنابراین بیکاری عمدی ممکن است موجب بهبود جوابها شود. البته حالات کاربردی مختلفی از مسئله با فروض خاصی وجود دارد که زمان‌بندی بدون تأخیر در آنها بهینه است. به عنوان نمونه اگر دریافتی اولیه و نرخ جریمه دیرکرد عملیات یک کار منفی باشد، مقدار ارزش فعلی خالص با افزایش میزان تاخیر به سمت صفر میل می‌کند. بنابراین در این مقاله تنها زمان‌بندیهای نیمه فعال[۱۱] بررسی می‌شود.

۳- بررسی مسئله 1||NPV

مسئله زمان‌بندی تک ماشین با جریانهای نقدی خطی وابسته به زمان، منطبق بر معیار NPV مورد انتظار ارائه شده توسط زمرکوسکی [۱۵] است که در آن یک رویه شاخه‌وکران برای این مسئله طراحی شده است. در این روش حجم محاسبات بالا بوده و در مسائل با اندازه بزرگ ناکاراست. بنابراین در این مقاله یک الگوریتم ابتکاری برای حل این مسئله ارائه شده که پایه و اساس الگوریتم ابتکاری در مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی نیز خواهد بود.

بدین منظور، ابتدا مسئله در شرایطی بررسی می‌شود که جریان نقدی در طول زمان بدون تغییر است؛ به عبارت دیگر، نرخ جریمه دیرکرد هر عمل برابر صفر در نظرگرفته می‌شود. در این شرایط جواب بهینه با استفاده از ترتیب حاصل از قضیه ۱ به دست می‌آید.

قضیه ۱- *در مسئله یک ماشین و n کار، بدون پرداخت جریمه دیرکرد و درصورتی که پرداختها در پایان هر کار قطعی و β نشان‌دهنده ضریب ارزکاست باشد، شرط لازم و کافی برای تعیین توالی بهینه، مرتب کردن کارها بر اساس معیار $W_i\beta^{t_i}/(1-\beta^{t_i})$ است به طوری که W_i میزان پرداختی در پایان کار i و t_i مدت زمان عملیات کار i است.*

اثبات: دو کار متوالی i و j با پاداشهای W_i و W_j در یک ترتیب مانند S درنظربگیرید. درصورت تعویض جفتی دو کار در ترتیب S' مطابق شکل (۱) خواهیم داشت:

$$NPV_S = NPV_A + W_i\beta^{t_i} + W_j\beta^{t_i+t_j} + NPV_B$$

$$NPV_{S'} = NPV_A + W_j\beta^{t_j} + W_i\beta^{t_j+t_i} + NPV_B$$

با توجه به این که تعویض دو کار i و j تاثیری بر زمان تکمیل کارهای مجموعه A و B ندارد، ارزش فعلی خالص کارهای این دو مجموعه در هر دو حالت با یکدیگر برابر است. بنابراین

$$\delta_{NPV} > 0 \Leftrightarrow \quad NPV_S - NPV_{S'}$$
$$= W_i\beta^{t_i}(1-\beta^{t_j}) - W_j\beta^{t_j}(1-\beta^{t_i}) > 0$$

$$\Leftrightarrow W_i\beta^{t_i}(1-\beta^{t_j}) > W_j\beta^{t_j}(1-\beta^{t_i}) \Leftrightarrow \frac{W_i\beta^{t_i}}{(1-\beta^{t_i})} > \frac{W_j\beta^{t_j}}{(1-\beta^{t_j})}$$

با توجه به اینکه مقادیر به دست آمده برای کارها مستقل از یکدیگر هستند خاصیت عبورپذیری کارها به راحتی قابل اثبات است. بر اساس این قاعده در صورتی که دریافتی کار منفی باشد به آخرین زمان در دسترس منتقل می‌شود. □

اکنون به بررسی مسئله با وجود نرخ جریمه دیرکرد می‌پردازیم.

قضیه ۲- *در مسئله یک ماشین و n کار، در حالتی که پرداختها وابسته به زمان و غیرفزاینده خطی باشد، در صورتی که رابطه*

S:	کارهای مجموعه A	i	j	کارهای مجموعه B

S':	کارهای مجموعه A	j	i	کارهای مجموعه B

شکل ۱- تعویض جفتی دو کار i و j

(۳) *برقرار باشد، ترتیب بهینه‌ای وجود دارد که کار i بلافاصله پیش از کار j قرار گیرد.*

$$(w_i+\mu_i t_i)\beta^{t_i}(1-\beta^{t_j})-(w_j+\mu_j t_j)\beta^{t_j}(1-\beta^{t_i})+\mu_j t_i\beta^{t_i+t_j}-\mu_i t_j\beta^{t_i+t_j}>0 \qquad (۳)$$

اثبات: با درنظرگرفتن تعویض جفتی دو کار i و j به همان‌گونه که در قضیه ۱ به کارگرفته شد،خواهیم داشت:

$$NPV_S = NPV_A + (w_i+\mu_i t_i)\beta^{t_i} + (w_j+\mu_j(t_i+t_j))\beta^{t_i+t_j} + NPV_B$$

$$NPV_{S'} = NPV_A + (w_j+\mu_j t_j)\beta^{t_j} + (w_i+\mu_i(t_i+t_j))\beta^{t_i+t_j} + NPV_B$$

$$NPV_S - NPV_{S'} = (w_i+\mu_i t_i)\beta^{t_i}(1-\beta^{t_j}) - (w_j+\mu_j t_j)\beta^{t_j}(1-\beta^{t_i}) + \mu_j t_i\beta^{t_i+t_j} - \mu_i t_j\beta^{t_i+t_j} > 0$$

□

نتیجه ۱- این قاعده گذار نیست بدین‌معنی‌که با وجود سه کار i و j وk، اگر NPV_{ij}-NPV_{ji}>0 و NPV_{jk}-NPV_{kj}>0 باشد نمی‌توان نتیجه گرفت که NPV_{ik}-NPV_{ki}>0 باشد.

$$\delta_{ij} = (w_i+\mu_i t_i)\beta^{t_i}(1-\beta^{t_j}) - (w_j+\mu_j t_j)\beta^{t_j}(1-\beta^{t_i}) + \mu_i t_j\beta^{t_i+t_j} > 0 \qquad (۴)$$

$$\delta_{jk} = (w_j+\mu_j t_j)\beta^{t_j}(1-\beta^{t_k}) - (w_k+\mu_k t_k)\beta^{t_k}(1-\beta^{t_j}) + \mu_j t_k\beta^{t_j+t_k} > 0 \qquad (۵)$$

$$\delta_{ik} = (w_i+\mu_i t_i)\beta^{t_i}(1-\beta^{t_k}) - (w_k+\mu_k t_k)\beta^{t_k}(1-\beta^{t_i}) + \mu_i t_k\beta^{t_i+t_k} > 0 \qquad (۶)$$

عبارت حاوی j قابل حذف نیست و ممکن است هر دو رابطه (۴) و (۵) همزمان برقرار باشد ولی رابطه (۶) برقرار نباشد. به عبارت دیگر این قاعده شرط لازم است ولی کافی نیست و نمی‌تواند به عنوان قاعده توزیع بهینه مورد استفاده قرار گیرد.

نتیجه ۲- در صورتی که دو رابطه (۷) و (۸) برقرار باشند لزوماً رابطه (۳) برقرار خواهد بود.

$$\frac{(w_i+\mu_i t_i)\beta^{t_i}}{(1-\beta^{t_i})} > \frac{(w_j+\mu_j t_i)\beta^{t_j}}{(1-\beta^{t_j})} \qquad (۷)$$

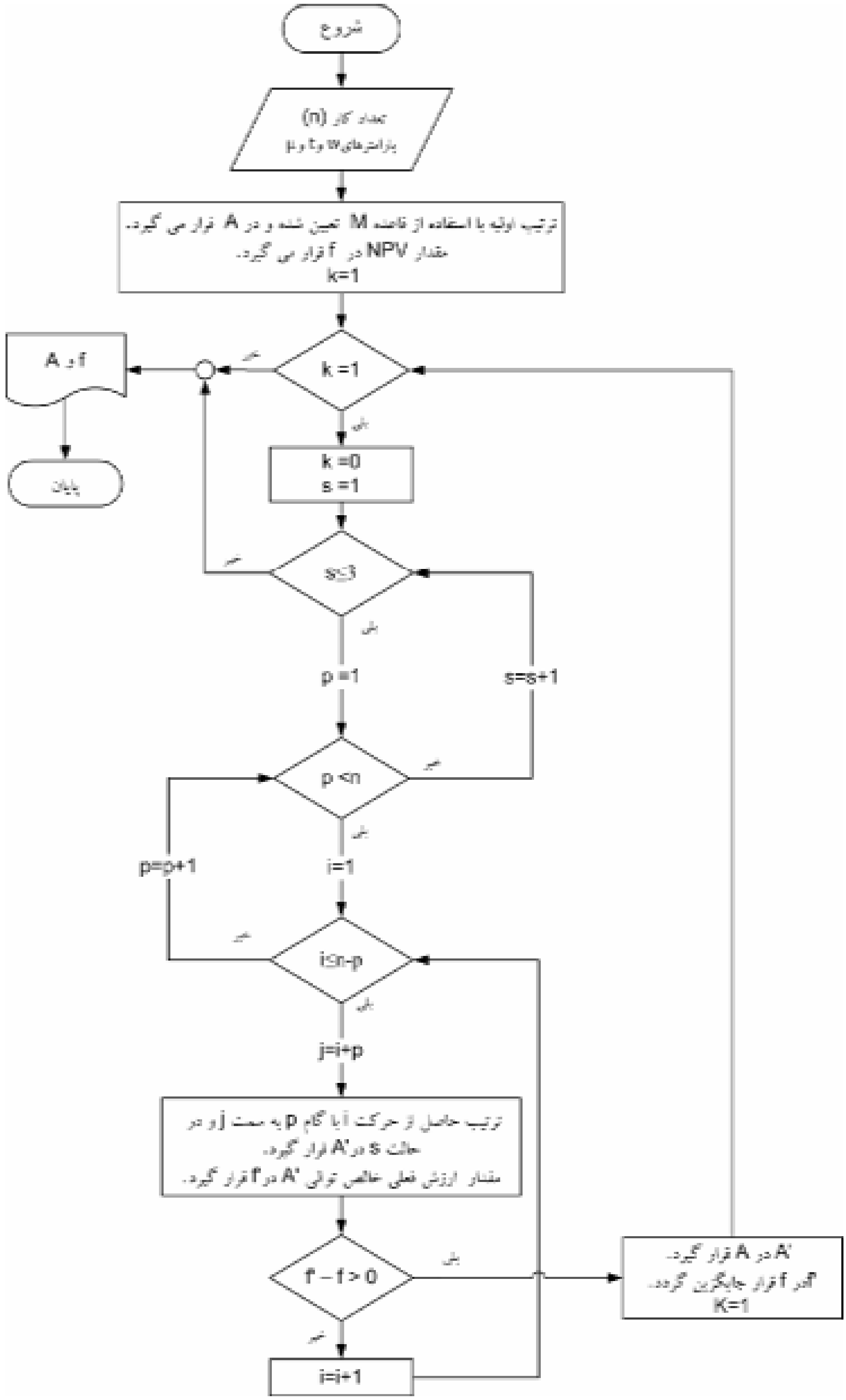
$$\frac{\mu_j}{\mu_i} > \frac{t_j}{t_i} \qquad (۸)$$

نتیجه ۳- از نتیجه ۲ می‌توان به عنوان قاعده غلبه در روش شاخه‌وکران استفاده کرد.

با استفاده از رابطه (۳) می‌توان به یک روش ابتکاری دست یافت که در ادامه آن را M^* می‌نامیم. در این روش ابتدا کارها بر اساس قاعده رابطه (۹) که از آن به توالی M یاد می‌کنیم، مرتب می‌شوند:

$$\frac{(w_i+\mu_i t_i)\beta^{t_i}}{(1-\beta^{t_i})} - \frac{\mu_i}{t_i} \qquad (۹)$$

سپس از یک جستجوی محلی برای یافتن همسایگیها و جوابهای بهتر استفاده می‌شود. بدین منظور، ابتدا جابه‌جایی کارها در یک قدمی به سمت راست، چپ و تعوض جفتی آنها بررسی و درصورتی‌که میزان NPV بهبود یابد، جابه‌جایی انجام شده و الگوریتم مجدداً به نقطه آغاز برمی‌گردد. به همین صورت جابه‌جایی کارها در دو، سه و ... (n-۱) قدمی نیز بررسی می‌شود. الگوریتم تا زمانی ادامه می‌یابد که هیچ همسایگی بهتری وجود نداشته باشد. روندنمای کلی الگوریتم در شکل (۲) نشان داده شده است. در این ساختار، p بیانگر میزان جابه‌جایی و s نشان‌دهنده جهت حرکت است به‌طوری‌که سمت راست و چپ به ترتیب با مقادیر ۱ و ۲ و تعویض دو کار با مقدار ۳ بیان می‌شود.



شکل۲- روندنمای الگوریتم ابتکاری M^*

۴- بررسی مسئله $Fm \mid prmu \mid NPV$

مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی با معیار NPV به جهت افزایش ماشینها و وجود محدودیت پیش نیازی بین عملیات کارها دارای پیچیدگی بیشتری نسبت به مسئله تک ماشین است. در این بخش ابتدا روشهای ابتکاری و در ادامه الگوریتم شاخه‌وکران بررسی می‌شود.

۴-۱- الگوریتم ابتکاری سریع

در این قسمت با هدف به‌دست‌آوردن جوابهای مناسب در کوتاهترین مدت زمان ممکن، روشهای ابتکاری سریع برای حل مسئله $Fm \mid prmu \mid NPV$ ارائه می‌شود.

۴-۱-۱- الگوریتم ابتکاری Mp^*

این الگوریتم توسعه روش ابتکاری M^* در محیط جریان کارگاهی است. بدین منظور پارامترهای مسئله جریان کارگاهی به پارامترهای مسئله تک‌ماشین تبدیل شده و الگوریتم M^* با درنظرگرفتن جابه‌جاییهای یک تا p قدمی (Mp^*) اجرا می‌شود. این رویه برای m مرتبه تکرار شده به‌طوری‌که در تکرار k، ترتیب کارها تنها براساس k ماشین اول به دست می‌آید. روابط (۱۰) تا (۱۲) برای تبدیل پارامترها از محیط جریان کارگاهی به مسئله تک ماشین به کار می‌روند. $w_{i,1k}$ بیان‌کننده میزان دریافتی کار i در زمان صفر براساس ماشینهای ۱ تا k است که براساس رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود.

$$w_{i,1k} = \sum_{l=1}^{k} (w_{il} + \mu_{il} t'_{ik}) \beta^{t'_{ik}} \qquad (۱۰)$$

که در آن t'_{ik} مجموع زمانهای کار i روی ماشینهای ۱ تا k به صورت $t'_{ik} = \sum_{l=1}^{k} t_{il}$ است. همچنین نرخ جریمه دیرکرد (هزینه دیرکرد به ازای هر واحد زمان) برای کار i در این حالت ($\mu_{i,1k}$) طبق رابطه (۱۱) برابر میانگین نرخ جریمه دیرکرد ماشینهای ۱ تا k و زمان کار i ($t_{i,1k}$) نیز براساس رابطه (۱۲) برابر میانگین زمان عملیات کار i در ماشینهای ۱ تا k درنظرگرفته می‌شود.

$$\mu_{i,1k} = (\sum_{l=1}^{k} \mu_{il}) / k \qquad (۱۱)$$

$$t_{i,1k} = (\sum_{l=1}^{k} t_{il}) / k \qquad (۱۲)$$

در پایان بیشینه تابع هدف به دست آمده از m توالی حاصل به عنوان نتیجه ارائه می‌شود.

۴-۱-۲- الگوریتم $M۱^*$+NEH و Mp^*+NEH

چنانچه پیش از این اشاره شد، الگوریتم NEH یکی از معروفترین روشهای ابتکاری در مسئله حداقل کردن دامنه عملیات در زمان‌بندی جریان کارگاهی است. در این مطالعه به‌جای مسئله کمینه‌سازی C_{max} برای بیشینه کردن NPV مورد استفاده قرار می‌گیرد. علاوه بر مبنای مقایسه دو کار، ترتیب اولیه نیز بسیار تاثیرگذار است. لذا در قدم ۱ الگوریتم، کارها می‌توانند براساس روش ابتکاری $M۱^*$ (درنظرگرفتن جابه‌جایی‌های یک قدمی) و Mp^* (درنظرگرفتن کلیه فواصل) مرتب شود. بنابراین قدمهای دیگر الگوریتم بر روی لیستی که از ترتیب فوق به دست می‌آید برداشته می‌شوند. به‌طورکلی در این الگوریتمها ترتیب نهایی از طریق یک روش سازنده با اضافه‌کردن کارها در هر بار تکرار به صورت زیر به دست می‌آید:

گام ۱: n کار بر اساس ترتیب Mp^* ($M۱^*$) بر روی ماشینها مرتب می‌شوند.

گام ۲: دو کار اول را درنظرگرفته و آنها را بر اساس بیشترین مقدار NPV زمان‌بندی کنید.

گام ۳: برای کارهای k =۳ تا n، گام ۴ را انجام دهید.

گام ۴: ترتیب جزیی جاری شامل (k-۱) کار است. کار k از بین k موقعیت در مکانی قرار می‌گیرد که مقدار NPV آن بیشینه شود.

۴-۲- الگوریتم شاخه‌وکران

در این بخش، یک الگوریتم شاخه‌وکران ارائه شده که در آن کلیه ترتیب کارها به صورت ضمنی بررسی می‌شود. ازآنجایی که تنها برنامه‌های زمانی نیمه فعال درنظرگرفته می‌شوند، یک زمان‌بندی می‌تواند به صورت یک ترتیب از کارها درنظرگرفته

شود. در این رویه σ نشان‌دهنده یک زمان‌بندی جزیی و σ' مجموعه کارهای زمان‌بندی نشده است. k ، تعدادکارهای زمان‌بندی شده (سطح گره)، g، نشان‌دهنده مقدار NPV حاصل از کارهای زمان‌بندی شده، h حد بالای حاصل از کارهای زمان‌بندی نشده و f برابر مجموع g و h است. در این الگوریتم از استراتژی عمقی[۱۲] به منظور انتخاب گره برای شاخه‌زدن استفاده شده است. در هر مرحله با داشتن یک زمان‌بندی جزیی از کارها $\sigma = J_{[1]} J_{[2]} \ldots J_{[K]}$، با اضافه کردن کارهای زمان‌بندی نشده به انتهای مجموعه σ' که شرایط به کار رفته در اصول غلبه را ارضا می‌کنند شاخه‌های جدید زده می‌شود. در نتیجه k یک واحد افزایش یافته و یک کار از مجموعه کارهای زمان‌بندی نشده σ' به مجموعه σ منتقل می‌شود. هنگامی‌که $\sigma'=\phi$ شود، σ یک زمان‌بندی کامل است و گره بسته می‌شود. در طول رویه جستجو، مقدار ارزش خالص فعلی مربوط به بهترین زمان‌بندی یافت شده با حد پایین مقایسه و بهنگام می‌شود. رویه الگوریتم شاخه‌وکران به صورت زیر است:

ورودی: پارامترهای نمونه (n , m) و ماتریسهای (w , t , μ)

خروجی: زمان‌بندی بهینه NPV_S, S

[۰] ایجاد گره اولیه با $\sigma = \varphi$ و Best NPV=LB

تکرار حلقه

[۱] گره A در لیست که k=۰ را قطع کن و اگر f_A> Best NPV است مقدار Best NPV بهنگام شود.

[۲] گره‌هایی در لیست که $UB_{NPV}(A)$ <Best NPV را قطع کن.

[۳] در صورتی که لیست خالی نیست، با استفاده از قاعده شاخه زدن و درنظرگرفتن اصول غلبه، شاخه‌های جدید زده شود. در این گره‌ها f=g+h قرار گیرد.

تا زمانی که لیست خالی شود.

۴-۲-۱ حدود Fm | *prmu* | NPV

الگوریتم شاخه‌وکران مبتنی بر حدود بالا و پایین کارایی است که برای آن توسعه داده شده و این حدود تاثیر زیادی در کاهش حجم محاسبات دارند.

حد پایین: در مسئله بیشینه‌سازی NPV، حد پایین بیشترین مقدار ارزش فعلی خالص حاصل از مجموعه توالیهای شناخته شده است. در این مطالعه برای یافتن حد پایین مناسب، سه الگوریتم ابتکاری Mp^* و $M۱^*$+NEH و Mp^*+NEH بررسی شده و بیشینه مقدار NPV حاصل از آنها به عنوان حد پایین مورد استفاده قرار می‌گیرد.

حد بالا: در مسئله بیشینه‌سازی NPV حد بالا کمترین مقدار NPV حاصل از یک ترتیب جزیی مشخص است. بدین منظور بیشترین میزان ارزش فعلی خالص هر یک از کارهای باقیمانده بر روی هر ماشین بدون درنظرگرفتن محدودیت منابع و پیش‌نیازی محاسبه و مجموع مقادیر حاصل به عنوان حد بالای ترتیب جزیی درنظرگرفته می‌شود. بنابراین هدف به دست آوردن حد بالای ارزش فعلی عملیات مربوط به کار i بر روی ماشین k است که به صورت $g_{ik}(c_{ik}) = (w_{ik} + \mu_{ik} c_{ik})\beta^{c_{ik}}$ محاسبه می‌شود. توابع به شکل $g(c)$ در زمان‌بندی پروژه با جریانهای نقدی وابسته به زمان توسط هروئلن و وانهوک[۸] مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. زودترین زمان ممکن برای انجام کار i بر روی ماشین k با توجه به کمترین زمان ممکن برای عملیات پیش‌نیاز برابر مقدار E_k و به صورت رابطه زیر به دست می‌آید.

$$E_k = \max\{R_1 + \min_{i\in\sigma'}(t_{i1} + t_{i2} + \ldots + t_{i,(k-1)}), R_2 + \min_{i\in\sigma'}(t_{i2} + \ldots + t_{i,(k-1)}), \ldots, R_k\} \qquad (۱۳)$$

به طوری که R_k اولین زمان در دسترس از آخرین کار توالی جزیی σ بر روی ماشین k ام است. اگر $(w_{ik} + \mu_{ik}(E_k + t_{ik})) \geq 0$ باشد بهترین موقعیت کار i روی ماشین k در زودترین زمان ممکن است و $UB_{ik} = (w_{ik} + \mu_{ik}(E_k + t_{ik}))\beta^{(E_k + t_{ik})}$ خواهد بود. در غیر این‌صورت مقدار ارزش فعلی، تابع یک مده بوده و دارای کمینه جهانی در $\theta = (\mu_{ik} - w_{ik} \ln\beta) / (\mu_{ik} \ln\beta)$ است. بنابراین میزان NPV این کار در دو حالت $g_۱$ و $g_۲$ بررسی شده و بیشینه آنها درنظرگرفته می‌شود. این مقادیر در روابط (۱۴)، (۱۵) و (۱۶) نشان داده شده‌اند.

$$g_1 = (w_{ik} + \mu_{ik}(E_k + t_{ik}))\beta^{E_k + t_{ik}} \qquad (۱۴)$$

$$g_2 = (w_{ik} + \mu_{ik} T_k)\beta^{T_k} \qquad (۱۵)$$

$$UB_{ik} = \max(g_1, g_2) \qquad (۱۶)$$

g_1 براساس زودترین زمان ممکن اجرای عملیات بر روی ماشین k (E_k) و g_2 براساس دیرترین زمان ممکن اتمام عملیات روی ماشین k (T_k) است. شرایط و زمانهای مرتبط با g_1 و g_2 برای سه ماشین به طور نمونه در شکل (۳) نشان داده شده است. با قرار دادن UB_{ik} به عنوان حد بالای مناسب کار i بر روی ماشین k و G_{NPV} به عنوان NPV کارهای زمان‌بندی شده در σ، حد بالای هر زمان‌بندی منتج از σ به صورت S می‌تواند به صورت رابطه (۱۷) نمایش داده شود.

$$UB_{NPV}(S) = G_{NPV} + \sum_{i\in\sigma'}\sum_{k=1}^{m} UB_{ik} \qquad (۱۷)$$

۴-۲-۲- قواعد غلبه در Fm|*prmu*|NPV

برای به دست آوردن اصول غلبه‌ای که موجب کاهش تعداد گره‌های رویه شاخه وکران شوند، از دو قضیه زیر بهره گرفته شده است.

قضیه ۳- اگر زمان خاتمه کارهای i و j روی هر ماشین به ماشینهای پیشین ارتباط نداشته به‌طوری‌که در هر ماشین رابطه (۱۸) برقرار باشد.

$$R_k + t_{ik} + t_{jk} \le R_{k+1} \qquad \forall k = 1,2,\dots,m-1 \qquad (۱۸)$$

در صورت برقراری رابطه (۱۹)

$$\sum_{k=1}^{m}\{(w_{ik} + \mu_{ik}T_{ik})(1-\beta^{t_{jk}}) - \mu_{ik}t_{jk}\beta^{t_{jk}}\}\beta^{T_{ik}} - \{(w_{jk} + \mu_{jk}T_{jk})(1-\beta^{t_{ik}}) - \mu_{jk}t_{ik}\beta^{t_{ik}}\}\beta^{T_{jk}} > 0 \qquad (۱۹)$$

زمان‌بندی بهینه‌ای وجود دارد که کار i پیش از کار j قرار گیرد.

اثبات: شرط اول مطابق شکل (۴)، عدم تاثیر ماشینها بر زمان عملیات کارهای i و j را در تعیین زمان اختتام عملیات تضمین می‌کند. در صورتی که $T_{ik} = R_k + t_{ik}$ و $T_{jk} = R_k + t_{jk}$ تعریف شود خواهیم داشت.

$$NPV_{ij} = \sum_{k=1}^{m}(w_{ik} + \mu_{ik}T_{ik})\beta^{T_{ik}} + (w_{jk} + \mu_{jk}(T_{jk} + t_{ik}))\beta^{T_{jk}+t_{ik}}$$

$$NPV_{ji} = \sum_{k=1}^{m}(w_{jk} + \mu_{jk}T_{jk})\beta^{T_{jk}} + (w_{ik} + \mu_{ik}(T_{ik} + t_{jk}))\beta^{T_{ik}+t_{jk}}$$

$$NPV_{ij} - NPV_{ji} > 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{m}\{[&w_{ik}\beta^{R_K+t_{ik}} + \mu_{ik}R_K\beta^{R_K+t_{ik}} + \mu_{ik}t_{ik}\beta^{R_K+t_{ik}} \\ &- w_{ik}\beta^{R_K+t_{ik}+t_{jk}} - \mu_{ik}\beta^{R_K+t_{ik}+t_{jk}} - \mu_{ik}t_{ik}\beta^{R_K+t_{ik}+t_{jk}} \\ &- \mu_{ik}t_{jk}\beta^{R_K+t_{ik}+t_{jk}}] - [w_{jk}\beta^{R_K+t_{jk}} + \mu_{jk}R_K\beta^{R_K+t_{jk}} \\ &+ \mu_{jk}t_{jk}\beta^{R_K+t_{jk}} - w_{jk}\beta^{R_K+t_{jk}+t_{ik}} - \mu_{jk}\beta^{R_K+t_{jk}+t_{ik}} \\ &- \mu_{jk}t_{ik}\beta^{R_K+t_{jk}+t_{ik}} - \mu_{jk}t_{ik}\beta^{R_K+t_{jk}+t_{ik}}]\}\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \sum_{k=1}^{m}\{(w_{ik} + \mu_{ik}T_{ik})(1-\beta^{t_{jk}}) - \mu_{ik}t_{jk}\beta^{t_{jk}}\}\beta^{T_{ik}} - \{(w_{jk} + \mu_{jk}T_{jk})(1-\beta^{t_{ik}}) - \mu_{jk}t_{ik}\beta^{t_{ik}}\}\beta^{T_{jk}} > 0$$

□

قضیه ۴- اگر بر روی هر ماشین k روابط (۲۰) و (۲۱) برقرار باشند:

$$\min(t_{ik}, t_{jk}) \ge (R_{k+1} - R_k) \quad \forall k = 1,2,\dots,m-1 \qquad (۲۰)$$

$$\max(t_{ik}, t_{jk}) \le \min(t_{i,(k+1)}, t_{j,(k+1)}) \quad \forall k = 1,2,\dots,m-1 \qquad (۲۱)$$

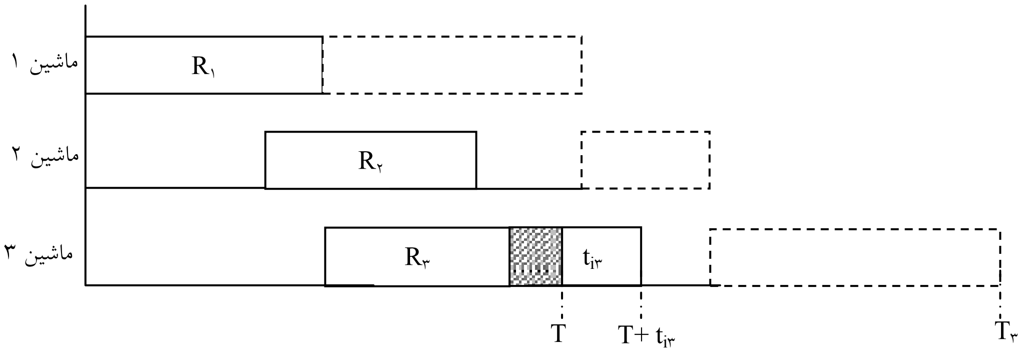
با درنظرگرفتن مجموع زمان پردازش کارهای i و j روی ماشینهای ۱ تا k به صورت t'_{ik} و t'_{jk} ، در صورت برقراری رابطه (۲۲) به صورت زیر

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{m}\{&(w_{ik} + \mu_{ik}R_1)(\beta^{t'_{ik}} - \beta^{t'_{jk}+t_{ik}}) \\ &+ \mu_{ik}(t'_{ik}\beta^{t'_{ik}} - (t'_{jk} + t_{ik})\beta^{t'_{jk}+t_{ik}}) \\ &- (w_{jk} + \mu_{jk}R_1)(\beta^{t'_{jk}} - \beta^{t'_{ik}+t_{jk}}) \\ &- \mu_{jk}(t'_{jk}\beta^{t'_{jk}} - (t'_{ik} + t_{jk})\beta^{t'_{ik}+t_{jk}})\} > 0\end{aligned} \qquad (۲۲)$$

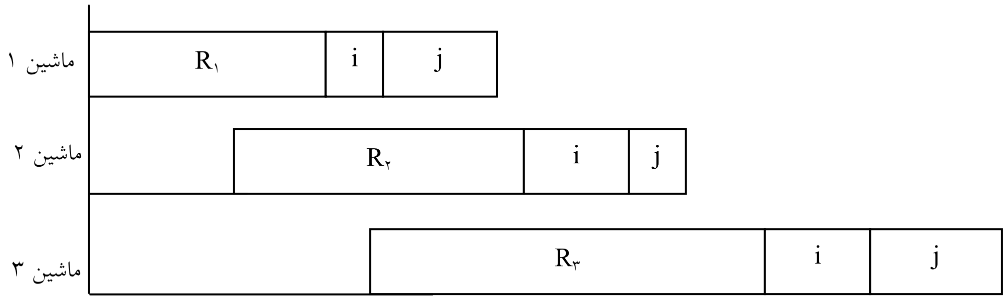
کار i بر کار j مقدم است.

اثبات: با توجه به روابط (۲۰) و (۲۱) مطابق شکل (۵)، زمان اختتام هر عملیات تنها به عمل پیش‌نیاز آن بستگی دارد. بنابراین با درنظرگرفتن تعویض جفتی دو کار i و j خواهیم داشت:

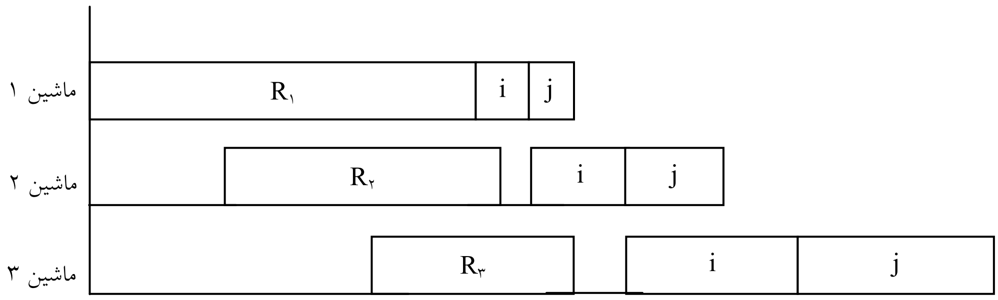
$$NPV_{ij} = \sum_{k=1}^{m}(w_{ik} + \mu_{ik}(R_1 + t'_{ik}))\beta^{R_1+t'_{ik}} + (w_{jk} + \mu_{jk}(R_1 + t'_{ik} + t_{jk}))\beta^{R_1+t'_{ik}+t_{jk}}$$



شکل۳- شرایط و زمانهای مرتبط با g۱ و g۲ برای ۳ ماشین



شکل ۴- عدم تاثیر محدودیت پیش‌نیازی بر زمان عملیات کارهای i و j (قضیه ۳)



شکل ۵- عدم تاثیر محدودیت منابع بر زمان عملیات کارهای i و j (قضیه ۴)

$$NPV_{ji} = \sum_{k=1}^{m} (w_{jk} + \mu_{jk}(R_1 + t'_{jk}))\beta^{R_1 + t'_{jk}} + (w_{ik} + \mu_{ik}(R_1 + t'_{jk} + t_{ik}))\beta^{R_1 + t'_{jk} + t_{ik}}$$

و در نتیجه

$$NPV_{ij} - NPV_{ji} > 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{k=1}^{m} \{(w_{ik} + \mu_{ik} R_1)\beta^{R_1}(\beta^{t'_{ik}} - \beta^{t'_{jk} + t_{ik}}) + \mu_{ik}\beta^{R_1}(t'_{ik}\beta^{t'_{ik}} - (t'_{jk} + t_{ik})\beta^{t'_{jk} + t_{ik}}) - (w_{jk} + \mu_{jk} R_1)\beta^{R_1}(\beta^{t'_{jk}} - \beta^{t'_{ik} + t_{jk}}) + \mu_{jk}\beta^{R_1}(t'_{jk}\beta^{t'_{jk}} - (t'_{ik} + t_{jk})\beta^{t'_{ik} + t_{jk}})\} > 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{k=1}^{m} \{(w_{ik} + \mu_{ik} R_1)(\beta^{t'_{ik}} - \beta^{t'_{jk} + t_{ik}}) + \mu_{ik}(t'_{ik}\beta^{t'_{ik}} - (t'_{jk} + t_{ik})\beta^{t'_{jk} + t_{ik}}) - (w_{jk} + \mu_{jk} R_1)(\beta^{t'_{jk}} - \beta^{t'_{ik} + t_{jk}}) + \mu_{jk}(t'_{jk}\beta^{t'_{jk}} - (t'_{ik} + t_{jk})\beta^{t'_{ik} + t_{jk}})\} > 0$$

$$\Leftrightarrow i > j \Leftrightarrow$$

□

کار i پیش از کار j انجام می‌شود.

۵- نتایج محاسباتی

برای تحلیل کارآیی الگوریتم، مسائل تصادفی بر اساس مطالعه زیمرکوسکی [۱۵] تولید شده است. در این مسائل مدت زمان فرایند هر کار بر روی هر ماشین با توزیع یکنواخت گسسته در دامنه [۳۰ , ۱]، دریافتی زمان صفر (w) با یک توزیع یکنواخت گسسته در دامنه [۱۰۰ ,۱] و نرخ جریمه دیرکرد (μ) با یک توزیع یکنواخت در دامنه [۰٫۰۰۱w- , ۰٫۰۱w-] تولید شده است. میزان نرخ جریمه دیرکرد برای نزدیکی به واقعیت، نسبتی از دریافتی اولیه درنظرگرفته شد؛ به طوری‌که با افزایش دریافتی اولیه، نرخ جریمه بیشتری تجربه می‌شود. همچنین نرخ تنزیل برای همه نمونه‌ها برابر β =۰٫۹۵ استفاده شده است. کلیه رویه‌ها در نرم‌افزار ویژوال C++ کدنویسی شده و بر روی یک رایانه پنتیوم IV با پردازشگر ۳٫۴ گیگا هرتز و ۵۱۲ مگابایت RAM و سیستم عامل ویندوز XP اجرا شد. برای مقایسه کیفیت جواب روشهای ابتکاری، دو معیار درنظرگرفته شده است. معیار اول، تعداد جواب معادل با روش شاخه‌وکران است که توسط روش ابتکاری به‌دست‌آمده و معیار دوم درصد خطا (ARE[۱۳]) است که در آن فاصله جواب روش ابتکاری با جواب روش شاخه‌وکران به‌صورت رابطه (۲۳) محاسبه می‌شود.

$$ARE = \frac{\sum_{j=1}^{p} \frac{ONPV_j - HNPV_j}{ONPV_j}}{p} \times ۱۰۰ \qquad (۲۳)$$

که در آن ARE میانگین درصد خطای نسبی بین جواب روش ابتکاری و جواب بهینه، p تعداد مسئله در دسته و $ONPV_j$ و $HNPV_j$ به ترتیب مقدار NPV حاصل از روش شاخه‌وکران و روش ابتکاری هستند.

۵-۱- تفاوت معیار NPV و C_{max}

هدف مسئله Fm|*prmu*|NPV، بیشینه کردن مقدار تنزیل‌یافته جریان نقدی کارهای مختلف است. هر چند معیارهای C_{max} و NPV معمولاً دارای همبستگی مثبت‌اند ولی زمان‌بندی زودتر ضرورتاً NPV جریانهای نقدی را افزایش نمی‌دهد و این معیار تنها به مقادیر جریان نقدی مرتبط با هر عمل بستگی دارد. برای بررسی میزان اختلاف دو معیار، توالی بهینه مسئله با معیارهای C_{max} و NPV با استفاده از روش شاخه‌وکران به دست آمده و درصد اختلاف NPV دو توالی، محاسبه و در جدول (۱) نشان داده شده است. برای این منظور ۱۲ دسته مسئله با n برابر ۵، ۱۰ و ۱۵ و m برابر ۵، ۸، ۱۰ و ۱۲ ایجاد و در هر دسته ۳۰ مسئله تصادفی تولید و مقایسه صورت گرفته است. جدول (۱) نشان می‌دهد که حداقل اختلاف بین دو روش برابر ۱۶٫۲۸٪ بوده و تفاوت دو معیار کاملاً مشخص است.

۵-۲- الگوریتم ابتکاری M^* در مسئله ۱||NPV

برای بررسی الگوریتم ابتکاری M^* در مسئله تک ماشین، مسائل تصادفی در ۹ دسته با ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰ کار بررسی شد. در هر دسته، ۳۰ نمونه به طور تصادفی تولید و هر یک با الگوریتم ابتکاری M^* و روش شاخه‌وکران حل شدند. میانگین مدت زمان حل به همراه معیارهای ارزیابی در جدول (۲) نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که روش شاخه‌وکران توانسته است که کلیه مسائل تا ۵۰ کار را به صورت بهینه و در مدت زمان معقول حل کند و در ابعاد بزرگتر به دلیل این که از ۴۰۰۰ ثانیه بیشتر شده الگوریتم متوقف شده است. ستون "میانگین مدت زمان روش M^*" نشان می‌دهد که روش ابتکاری M^* در مدت زمان بسیار کم به جواب رسیده است. علاوه بر زمان کم، با توجه به ستون "تعداد جواب بهینه" این روش دارای کیفیت بسیار بالایی است به‌طوری‌که در ۹۶٫۶۶٪ موارد جواب بهینه به دست آمده است.

۵-۳- نتایج مسئله Fm|*prmu*|NPV

در این بخش رویه شاخه‌وکران به همراه سه روش ابتکاری Mp^* و $M1^*$+NEH و Mp^*+NEH مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. بدین منظور مجموعه داده‌ها با درنظرگرفتن مقادیر n برابر ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰ و m برابر ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰ و ۵۰، تعداد ۳۰ مسئله نمونه در هر دسته به صورت تصادفی تولید

جدول ۱- مقایسه درصد اختلاف ارزش فعلی خالص در دو مدل Fm|*prmu*|NPV و Fm|*prmu*|C_{max}

تعداد ماشین (m)	تعداد کار (n)		
	۵	۱۰	۱۵
۵	۱۶٫۲۸	۱۸٫۱	۲۰٫۵۴
۸	۲۴٫۷۱	۲۲٫۷	۲۷٫۸۲
۱۰	۲۷٫۴	۲۵٫۶۸	۲۸٫۴۳
۱۲	۳۱٫۵۳	۳۴٫۷۷	۲۴٫۵۹

جدول ۲- نتایج عملکرد الگوریتم ابتکاری M^* در مسئله تک ماشین

تعداد کار (n)	تعداد مسائل	میانگین زمان روش B&B (ثانیه)	تعداد جواب بهینه روش M^*	درصد اختلاف روش M^* با B&B	میانگین زمان روش M^* (ثانیه)
۵	۳۰	۰٫۰۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۰
۱۰	۳۰	۰٫۰۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۰
۱۵	۳۰	۰٫۰۲	۲۹	۰٫۰۰۴	۰٫۰۰
۲۰	۳۰	۰٫۰۸	۲۸	۰٫۰۱۵	۰٫۰۱
۲۵	۳۰	۰٫۲۳	۲۵	۰٫۰۱۶	۰٫۰۲
۳۰	۳۰	۱٫۲۴	۲۶	۰٫۰۰۱	۰٫۰۴
۵۰	۳۰	۱۳۳٫۲۹	۲۰	۰٫۰۱۹	۰٫۳۵
۷۵	۳۰	–	–	–	۲٫۸۰
۱۰۰	۳۰	–	–	–	۸٫۹۷
جمع	۱۸۰		۱۷۴		

شده است. به منظور بررسی پیچیدگی و زمان حل روش شاخه‌وکران در ابعاد مختلف، این روش با حداکثر مدت زمان ۴۰۰۰ ثانیه اجرا شد. تعداد مسائل به‌همراه میانگین، کمینه و بیشینه زمان حل مسائلی که در محدوده زمانی مشخص شده به جواب بهینه رسیده‌اند، در جدول (۳) نشان داده شده است. با توجه به ستون "تعداد جواب بهینه" و "میانگین زمان حل"، مشخص می‌شود که رویه شاخه‌وکران در حل مسائل با ابعاد کوچک و متوسط دارای کارایی و مدت زمان حل مناسب است ولی برای اندازه‌های بزرگ دارای کارایی کمتر است. از سوی دیگر تعداد ماشین (m) در زمان حل تاثیر بسیار کمتری در مقایسه با تعداد کارها (n) دارد. همچنین مشخص می‌شود که کمینه و بیشینه زمان حل بهینه نیز فاصله زیادی با میانگین زمان حل ندارد. نتایج عملکرد روشهای ابتکاری نیز در جدول (۴) مورد ارزیابی قرار گرفته است. در این مقایسه، متوسط درصد اختلاف جواب حاصل از الگوریتمها با روش شاخه‌وکران برای ۳۰ مسئله محاسبه و در مواردی که جواب بهینه با استفاده از الگوریتم شاخه‌وکران حاصل نشده، بهترین جواب به‌دست آمده تا آن مرحله درنظرگرفته شده است. در جدول (۴) مشخص است که روش Mp^*+NEH توانسته که به طور میانگین تعداد ۱۲۱۳ از ۱۲۶۰ مسئله را به صورت بهینه حل کرده است. به

جدول ۳- نتایج عملکرد روش شاخه‌وکران مسئله Fm|*prmu*|NPV

اندازه مسئله		تعداد مسائل	تعداد جواب بهینه	مدت زمان روش B&B (ثانیه)		
n	m			میانگین	کمینه	بیشینه
۵	۵	۳۰	۳۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۲
	۱۰	۳۰	۳۰	۰/۰۱	۰/۰۰	۰/۰۲
	۱۵	۳۰	۳۰	۰/۰۲	۰/۰۱	۰/۰۳
	۲۰	۳۰	۳۰	۰/۰۵	۰/۰۳	۰/۰۶
	۲۵	۳۰	۳۰	۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۱۲
	۳۰	۳۰	۳۰	۰/۱۰	۰/۰۶	۰/۱۴
	۵۰	۳۰	۳۰	۰/۲۸	۰/۲۲	۰/۳۶
۱۰	۵	۳۰	۳۰	۰/۰۴	۰/۰۳	۰/۰۸
	۱۰	۳۰	۳۰	۰/۱۷	۰/۱۴	۰/۲۲
	۱۵	۳۰	۳۰	۰/۳۵	۰/۲۸	۰/۴۸
	۲۰	۳۰	۳۰	۰/۶۴	۰/۴۷	۰/۹۰
	۲۵	۳۰	۳۰	۰/۸۹	۰/۷۰	۱/۱۴
	۳۰	۳۰	۳۰	۱/۴۵	۱/۱۱	۲/۱۹
	۵۰	۳۰	۳۰	۳/۷۵	۲/۸۶	۶/۲۱
۱۵	۵	۳۰	۳۰	۰/۴۱	۰/۲۲	۰/۹۲
	۱۰	۳۰	۳۰	۱/۳۴	۰/۷۸	۲/۷۳
	۱۵	۳۰	۳۰	۲/۳۵	۱/۶۹	۳/۵۱
	۲۰	۳۰	۳۰	۴/۸۲	۲/۵۸	۹/۳۰
	۲۵	۳۰	۳۰	۶/۳۵	۴/۳۴	۱۱/۶۷
	۳۰	۳۰	۳۰	۹/۷۱	۵/۶۷	۲۳/۴۱
	۵۰	۳۰	۳۰	۲۶/۷۹	۱۹/۸۱	۵۹/۹۵
۲۰	۵	۳۰	۳۰	۴/۵۴	۰/۹۸	۲۰/۸۶
	۱۰	۳۰	۳۰	۱۲/۹۰	۳/۳۳	۳۸/۳۱
	۱۵	۳۰	۳۰	۱۳/۵۱	۵/۵۶	۳۱/۹۸
	۲۰	۳۰	۳۰	۴۱/۸۷	۱۴/۱۷	۳۵۶/۰۸
	۲۵	۳۰	۳۰	۸۲/۵۶	۱۸/۷۷	۵۱۴/۷۵
	۳۰	۳۰	۳۰	۷۱/۹۱	۲۶/۴۷	۲۸۰/۳۷
	۵۰	۳۰	۳۰	۲۳۱/۰۶	۶۷/۰۸	۱۴۵۸/۴۷
۲۵	۵	۳۰	۳۰	۴۵/۶۹	۲/۹۵	۱۸۹/۵۵
	۱۰	۳۰	۳۰	۱۳۲/۹۴	۱۰/۷۵	۹۹۰/۱۷
	۱۵	۳۰	۳۰	۱۳۷/۰۸	۲۵/۸۷	۱۰۳۳/۵۱
	۲۰	۳۰	۳۰	۲۸۲/۳۵	۶۴/۱۷	۱۵۰۷/۰۶
	۲۵	۳۰	۲۹	۴۵۳/۷۱	۶۲/۵۵	۲۵۵۹/۹۹
	۳۰	۳۰	۳۰	۵۵۶/۸۳	۹۷/۹۵	۲۴۲۲/۹۹
	۵۰	۳۰	۲۷	۱۲۱۷/۳۷	۳۲۱/۰۳	۳۴۹۷/۶۴
۳۰	۵	۳۰	۳۰	۳۷۹/۰۱	۶/۳۴	۲۳۳۱/۶۲
	۱۰	۳۰	۲۷	۴۲۴/۰۴	۴۳/۲۷	۲۲۲۵/۲۶
	۱۵	۳۰	۲۷	۸۲۷/۹۹	۹۷/۸۰	۳۸۸۸/۶۶
	۲۰	۳۰	۲۴	۱۰۱۸/۲۹	۲۶۵/۱۲	۳۷۹۴/۸۹
	۲۵	۳۰	۱۹	۱۶۶۷/۶۸	۲۹۷/۴۷	۳۹۵۳/۳۰
	۳۰	۳۰	۱۹	۱۶۱۹/۸۷	۲۹۵/۷۳	۳۹۲۱/۲۷
	۵۰	۳۰	۸	۱۷۴۰/۸۵	۹۰۰/۴۹	۳۳۸۲/۸۲

جدول ۴- نتایج عملکرد الگوریتم‌های ابتکاری مسئله Fm|*prmu*|NPV

اندازه مسئله			روش Mp^{*}			روش $M1^{*}$+NEH			روش Mp^{*}+NEH		
n	m	تعداد مسائل	تعداد جواب معادل با B&B	درصد اختلاف با B&B	میانگین مدت زمان (ثانیه)	تعداد جواب معادل با B&B	درصد اختلاف با B&B	میانگین مدت زمان (ثانیه)	تعداد جواب معادل با B&B	درصد اختلاف با B&B	میانگین مدت زمان (ثانیه)
۵	۵	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۰
	۱۰	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۱
	۱۵	۳۰	۲۹	۰٫۱۸۶	۰٫۰۱	۲۹	۰٫۰۰۶	۰٫۰۱	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۲
	۲۰	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۲	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۱	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۳
	۲۵	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۲	۲۹	۰٫۱۸۰	۰٫۰۲	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۴
	۳۰	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۳	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۵	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۱۳
	۵۰	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۸	۲۸	۰٫۰۱۱	۰٫۰۲	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۲
۱۰	۵	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۱	۲۴	۰٫۰۶۲	۰٫۰۳	۲۹	۰٫۰۰۱	۰٫۰۷
	۱۰	۳۰	۲۸	۰٫۰۰۰	۰٫۰۵	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۶	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۱۵
	۱۵	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۱۰	۲۸	۰٫۰۰۱	۰٫۱۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۲۸
	۲۰	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۲۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۱۴	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۴۰
	۲۵	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۲۶	۲۷	۰٫۰۱۰	۰٫۲۱	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۶۳
	۳۰	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۴۲	۲۸	۰٫۰۲۸	۰٫۵۵	۳۰	۰٫۰۰۰	۱٫۶۱
	۵۰	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۱٫۰۷	۱۱	۰٫۳۸۰	۰٫۰۳	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۱۰
۱۵	۵	۳۰	۲۹	۰٫۰۰۰	۰٫۰۷	۲۲	۰٫۰۲۰	۰٫۱۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۳۹
	۱۰	۳۰	۲۹	۰٫۰۳۰	۰٫۲۹	۲۸	۰٫۰۰۰	۰٫۲۵	۲۹	۰٫۰۰۰	۰٫۸۱
	۱۵	۳۰	۲۹	۰٫۰۰۵	۰٫۵۶	۲۳	۰٫۰۷۹	۰٫۴۳	۳۰	۰٫۰۰۰	۱٫۴۳
	۲۰	۳۰	۲۹	۰٫۰۰۳	۰٫۹۹	۲۱	۰٫۰۰۱	۰٫۶۴	۲۹	۰٫۰۰۰	۲٫۱۴
	۲۵	۳۰	۲۹	۰٫۰۰۰	۱٫۴۸	۲۱	۰٫۱۶۶	۰٫۹۱	۳۰	۰٫۰۰۰	۳٫۰۴
	۳۰	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۲٫۱۴	۲۳	۰٫۰۰۴	۲٫۶۵	۲۹	۰٫۰۰۱	۸٫۹۶
	۵۰	۳۰	۲۹	۰٫۰۰۰	۶٫۳۲	۴	۰٫۲۲۵	۰٫۰۷	۲۷	۰٫۰۴۱	۰٫۳۶
۲۰	۵	۳۰	۲۵	۰٫۲۸۱	۰٫۲۹	۸	۰٫۱۱۳	۰٫۳۰	۲۸	۰٫۰۰۳	۱٫۴۱
	۱۰	۳۰	۲۸	۰٫۰۰۶	۱٫۰۹	۱۶	۰٫۰۵۸	۰٫۶۷	۲۸	۰٫۰۰۲	۲٫۷۳
	۱۵	۳۰	۲۸	۰٫۱۵۱	۲٫۰۳	۱۰	۰٫۱۱۷	۱٫۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۵٫۲۲
	۲۰	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۳٫۹۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۰٫۰۰
	۲۵	۳۰	۲۹	۰٫۰۰۰	۶٫۱۶	۱۱	۰٫۲۳۴	۱٫۷۰	۲۹	۰٫۰۰۱	۷٫۸۵
	۳۰	۳۰	۲۸	۰٫۰۰۷	۸٫۸۶	۱۳	۰٫۱۰۷	۳٫۰۵	۲۸	۰٫۰۰۶	۱۱٫۹۳
	۵۰	۳۰	۲۹	۰٫۰۰۴	۱۹٫۹۹	۱۹	۰٫۰۲۲	۷٫۵۱	۲۹	۰٫۰۰۴	۲۷٫۵۴
۲۵	۵	۳۰	۲۷	۰٫۰۱۰	۰٫۸۴	۲	۰٫۶۰۵	۰٫۱۶	۲۸	۰٫۰۱۰	۱٫۰۲
	۱۰	۳۰	۲۵	۰٫۰۱۸	۲٫۸۶	۲	۱٫۳۰۳	۰٫۶۸	۲۷	۰٫۰۰۰	۳٫۵۵
	۱۵	۳۰	۳۰	۰٫۰۰۰	۵٫۹۶	۳	۰٫۴۰۷	۱٫۵۲	۳۰	۰٫۰۰۰	۷٫۵۲
	۲۰	۳۰	۲۸	۰٫۰۰۰	۱۲٫۰۶	۱	۰٫۵۱۹	۳٫۰۱	۲۹	۰٫۰۰۰	۱۵٫۱۴
	۲۵	۳۰	۲۶	۰٫۰۱۱	۱۶٫۰۸	۴	۰٫۳۱۵	۴٫۱۲	۲۷	۰٫۰۰۱	۲۰٫۲۵
	۳۰	۳۰	۲۷	۰٫۰۰۲	۲۷٫۷۲	۸	۰٫۲۸۶	۷٫۹۷۸۰	۲۸	۰٫۰۰۱	۳۵٫۷۴
	۵۰	۳۰	۲۸	۰٫۰۰۰	۶۹٫۱۳	۶	۰٫۴۶۳	۱۷٫۸۰	۲۹	۰٫۰۰۰	۸۷٫۰۲
۳۰	۵	۳۰	۲۳	۰٫۳۵۹	۱٫۷۹	۰	۱٫۰۷۸	۰٫۲۸	۲۵	۰٫۰۰۰	۲٫۰۹
	۱۰	۳۰	۲۴	۰٫۰۰۲	۶٫۵۵	۲	۰٫۴۲۲	۱٫۲۱	۲۴	۰٫۰۰۱	۷٫۷۹
	۱۵	۳۰	۲۸	۰٫۰۰۲	۱۴٫۲۹	۳	۰٫۲۰۸	۲٫۹۱	۲۸	۰٫۰۰۱	۱۷٫۲۴
	۲۰	۳۰	۲۷	۰٫۰۰۴	۲۴٫۹۹	۳	۰٫۲۱۷	۵٫۶۰	۲۷	۰٫۰۰۱	۳۰٫۶۳
	۲۵	۳۰	۲۸	۰٫۰۰۶	۳۶٫۴۲	۳	۰٫۱۶۳	۸٫۴۹	۲۸	۰٫۰۰۰	۴۴٫۹۹
	۳۰	۳۰	۲۷	۰٫۰۰۱	۴۶٫۷۵	۳	۰٫۳۹۱	۱۱٫۸۴	۲۹	۰٫۰۰۱	۵۸٫۶۵
	۵۰	۳۰	۲۷	۰٫۰۰۰	۱۳۲٫۳۹	۹	۰٫۲۹۵	۳۴٫۸۱	۲۹	۰٫۰۰۰	۱۶۷٫۴۱
میانگین			۲۸٫۴۰۵	۰٫۰۲۶	۱۰٫۸۱	۱۶٫۲۳۸	۰٫۲۰۳	۲٫۸۹	۲۸٫۸۸۱	۰٫۰۰۲	۱۳٫۷۲

عبارت دیگر این روش در ٪۹۶٫۳ مسائل به جواب بهینه دست یافته است. این در حالی است که با توجه به ستون "درصد اختلاف با B&B" این روش دارای کمترین فاصله با جواب بهینه با ٪۰٫۰۰۲ اختلاف است. مدت زمان حل روش از Mp*+NEH در مقایسه با دو الگوریتم دیگر بیشتر است اما مقدار متوسط آن برابر ۱۳٫۷۲ ثانیه است که از نظر عملی قابل اجرا و معقول است.

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این مطالعه زمان‌بندی تک ماشین و جریان کارگاهی با جریانهای نقدی خطی وابسته به زمان با معیار ارزش فعلی خالص (NPV) برای کلیه کارها در نظر گرفته شد. در ابتدا یک الگوریتم ابتکاری برای مسئله تک ماشین ارائه و کارایی آن نشان داده شد. همچنین رویه شاخه‌وکران برای مسئله جریان کارگاهی با تعیین حدود بالا و پایین مناسب و قواعد غلبه توسعه داده شد. آزمایشهای تجربی بر روی یک مجموعه داده تولید شده به صورت تصادفی نشان داد که الگوریتم شاخه‌وکران در مسائل کوچک و متوسط دارای کارایی بالاست. در ادامه با الهام از الگوریتم ابتکاری در حالت تک ماشین و الگوریتم NEH، سه الگوریتم Mp* و M۱*+NEH و Mp*+NEH توسعه داده شد. همچنین نشان داده شد که الگوریتم Mp*+NEH از کارایی بیشتری نسبت به سایر الگوریتمها برخوردار است.

به‌دست آوردن مدلهای جدید برای محیطهای پیچیده‌تر زمان‌بندی با فرض قطع عملیات، ورود غیرهمزمان و بیکاری عمدی و همچنین در محیطهایی با عدم قطعیت فرایند یا پرداخت می‌تواند برای تحقیقات آتی درنظرگرفته شود. همچنین مناسب است که بر روی پارامترهای مسئله، تحلیل حساسیت صورت گیرد تا تاثیر هر یک از پارامترها در شرایط بهینگی مشخص شود.

قدردانی

از داوران محترم که با ارائه نقطه نظرات مناسب، موجب غنای هر چه بیشتر مطالب علمی مقاله شدند، تشکر می‌شود.

واژه نامه

1. payment scheduling problem
2. net present value
3. simulated annealing
4. resource constrained project scheduling problem
5. resource constrained project scheduling problem with discounted cash flows
6. tabu search
7. genetic algorithm
8. ant colony optimization
9. job dispatch rule
10. job release rule
11. semi-active
12. depth first
13. average relative error

مراجع

1. Lawrence, S.R., “Scheduling A Single Machine to Maximize Net Present Value,” *International Journal of Production Research*, Vol. 29, No. 6, pp. 1141-1160, 1991.
2. Russell, A.H., “Cash Flows in Networks,” *Management Science*, Vol. 16, No. 5, pp. 357–373, 1970.
3. Grinold R.C., “The Payment Scheduling Problem,” *Naval Research Logistics*, Vol. 19, pp. 123–136, 1972.
4. Vanhoucke, M., Demulemeester, E., and Herroelen, W.S., "A Validation Of Procedures For Maximizing The Net Present Value Of A Project," Research Report. No. 0030, 2000, Department of Applied Economics, Katolike University Leuven.
5. Elmaghraby, S.E., and Herroelen, W., “The Scheduling of Activities to Maximize the Net Present Value of Projects,” *European Journal of Operational Research*, Vol. 49, pp. 35–49, 1990.
6. Etgar, R., Shtub, A., and Leblance, J.L., ”Scheduling Project to Maximize Net Present Value The Case of Time-Dependent, Contingent Cash Flows,” *European Journal of Operational* Research Vol. 96, No. 1, pp. 90-96, 1997.
7. Etgar, R., and Shtub, A., “Scheduling Project Activities to Maximize the Net Present Value – The Case of Linear Time-Dependent Cash flows,” *International Journal Of Production Research,* Vol. 37, No. 2, pp. 329-339, 1999.

8. Vanhoucke, M., and Demulemeester, E., and Herroelen, W. S., "Maximizing the Net Present Value of A Project with Linear Time-Dependent Cash Flows," *International Journal of Production Research*, Vol. 39, No 14, pp 3159-3181, 2001.

۹. مصلحی، ق و قهار، هـ، ارایه یـک الگـوریتم ابتکـاری بـرای مسئله زمان بندی پـروژه بـا هـدف حـداکثر کـردن خـالص ارزش فعلی، نـشریه علمـی-پژوهـشی اسـتقلال، سـال ۲۵، شمارۀ۲ ص ۱۱-۳۰ ، اسفند ۱۳۸۵.

10. Doersch R.H., and Patterson J.H., "Scheduling a Project to Maximize its Present Value: a Zero–One Programming Approach," *Management Sciences*, Vol. 23, No. 8, pp. 882–889, 1977.

11. Icmeli, O., and Erenguc, S.S.,"A Branch and Bound Procedure for the Resource Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash flows," *Management Science*, Vol. 42, No. 10, pp. 1395-1407, 1996.

12. Icmeli, O., and Erenguc, S.S., "A Tabu Search Procedure for Resource Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash flows," *Computers and Operations Research*, Vol. 21, No. 8, pp. 841-853, 1994.

13. Lee, J.-K., and Kim, Y.-D., "Search Heuristics For Resource-Constrained Project Scheduling," *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 47, pp. 678–689, 1996.

۱۴. بهرامی، ف و مصلحی، ق.، "بیشینه‌سازی NPV پیمانکـار در مسائل زمان‌بندی پروژه بـا محـدودیت منـابع بـا اسـتفاده از الگوریتم جامعـه مورچگـان،" مجموعـه مقـالات چهـارمین کنفرانس بین‌المللی مدیریت، آذر ۱۳۸۵.

15. Szmerekovsky, J.G., "Single Machine Scheduling Under Market Uncertainty," *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 1, pp. 163-175, 2007.

16. Baker K.R., *Introduction to Sequencing and Scheduling*, Wiley, New York, 1974.

17. Gurey, M.R., Johnson D.S., and Sethi R., "The Complexity of Flow Shop and Job Shop Scheduling," *Mathematics of Operations Research*, Vol. 1, pp. 117-129, 1976.

18. Hejazi, S.R, and Saghafian, S., "Flow Shop Scheduling Problems with Makespan Criterion," *International Journal of Production Research*, Vol. 43, No. 14, pp. 2895 - 2929, 2005.

19. French, S., *Sequencing and Scheduling: An Introduction to the Mathematics of the Job Shop*, Ellis Horwood Limited, England, 1986.

20. Campbell, H.G., Dudek, K.A., Smith, M.L., "A Heuristic Algorithm for n Job, m Machine Sequencing Problem, " *Management Science*, Vol. 16, pp. B630-B637, 1970.

21. Nawaz, M., Emscore, Jr. E.E., and Ham, I., "A Heuristic on the m Machine, n Job flow shop Sequencing Problem, " *Omega*, Vol. 1, pp. 91-95, 1983.

22. Reeves, C.R., "A Genetic Algorithmm for Flow Shop Sequencing, " *Computers and Operations Research*, Vol. 22, No. 1, pp. 5-13,1995.

23. Scudder, G.D., and Smith-Daniels, D.E., Application of the Net Present Value Criterion in Random and Flow Shop Scheduling, *Decision Sciences*, Vol. 20, No. 3, pp. 602- 622, 1989.