

تحلیل خطی و غیرخطی پلهای کابلی ایستا به کمک سریهای فوریه

مجتبی ازهري - رسول میرقا دري

خلاصه

پلهای کابلی ایستایی ارسیستم‌های سازه‌های متداول برای پوشانیدن دهانه‌های ۲۰۰-۴۰۰ مترمی باشند. کابلها در این پلهای که نقش عمدۀ در ظرفیت با ربری آنها در ندما دیر عده‌ای از بارقائم را از روی عرش پل گرفته و به برج انتقال می‌دهند. سختی کابلها در طول مسیر با رگذاری متغیر بوده و با نیروی محوری و طول آن بطور غیرخطی متناسب می‌باشد و باعث رفتار غیرخطی سیستم خواهد گردید. در این مقاله با استفاده از سریهای فوریه و می‌نیمم کردن انرژی پتانسیل کل تحلیل خطی و غیرخطی این پلهای انجام گرفته و آنالیز کامپیوترا به صورت دوروش "همکرایی تکراری" و "سختی نرمی" انجام گرفته و نتایج و سرعت همکرایی دو روش با یکدیگر مقایسه گردیده است. همچین نحوه قرار گرفتن کابلها که تفاوت‌های فاحش در رفتار خطی و غیرخطی ایجاد گردد و نتیجتاً "تا ثیرقا بل ملاحظه‌ای روی با ربری پل خواهد گذاشت مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

مقدمه

در پلهای کابلی ایستا و پلهای معلق که هردو برای پوشانیدن دهانه‌های بیش از ۲۰۰ متر کاربرد دارند [۱] و نقش اصلی انتقال با رهای ناشی از وزن مرده و با رترافیک را کابلها بعهده دارند. کابلها

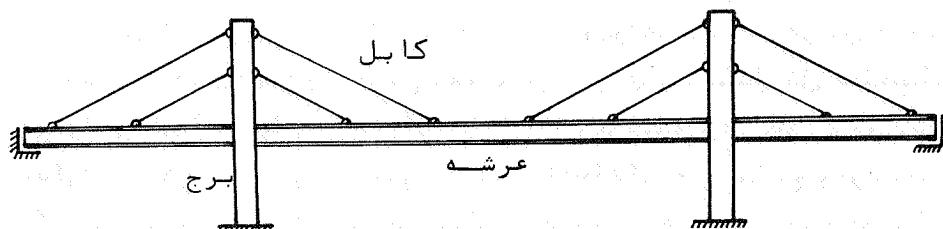
* مربی دانشکده عمران دانشگاه صنعتی اصفهان

** استادیار دانشکده عمران دانشگاه صنعتی اصفهان

استقلال

در سیستم پل‌های معلق نقریباً "عمده با رقاشم به نحو موثری از روی عرشه پل برداشته و به برجها و تکیه‌گاههای انتهایی طرفین پل انتقال می‌دهد، در صورتی که در پل‌های کابلی ایستا بعلت توربکابلهای، مولفه قائم نیروی کابل‌ها سبب خنثی کردن با رقاشم روی پل می‌شود و مولفه افقی آن عرشه‌پل را تحت نیروی محوری فشاری قرارخواهد داد که مسائل ناپایداری عرشه را به همراه خواهد داشت [۲].

اجزاء اصلی سیستم پل کابلی ایستا مطابق شکل عبارتند از :



شکل (۱)

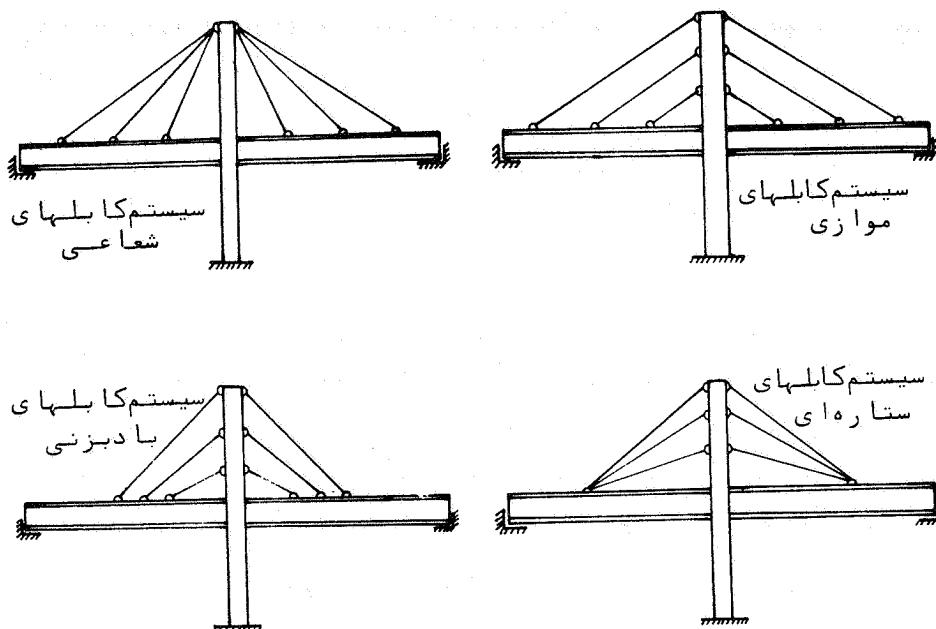
- عرشه تقویت شده‌پل (Stiffened Girder) که معمولاً "از تیرهای فولادی ساخته شده از ورق با مقاطع به شکل I و T و یا مقطع قوطی شکل بسته، تیرهای فولادی خربایی شکل، تیرهای بتونی مسلح معمولی و یا تیرهای بتونی مسلح پیش‌تنیده ساخته می‌شوند. بارهای مرده وزنده از روی این عرشه توسط عملکرد خمی آن به کابلهای و برجها منتقل می‌گردد. اتصال عرشه به برجها بصورت ساده بوده و مستقیماً "لنگرخمی" عرشه وارد برجها نمی‌شود.

- کابلهای مورب (Inclined cables) که در فواصل مشخصی بار تراویک مرده روی عرشه‌پل را با عملکرد کششی خود گرفته و به برجها منتقل

تحلیل خطی و غیرخطی ...

۶۳

می نماید. ترتیب قرار گرفتن کابلها نسبت به برج و عرشه به رو شهای مختلفی در شکل زیر نشان داده شده است [۱] و [۲].



شکل (۲)

- برجها (Towers or Pilons) که بارهای منتقل شده توسط کابلها و عرشه را به صورت عملکرد فشاری به زمین انتقال می‌دهد. برجها از بتن مسلح و یا فولاد A شکل، H شکل و یا برجهای تکی با ساختی محوری نسبتاً زیاد ساخته می‌شود [۱] و [۲].

رفتا رغیرخطی کابلها :

استقلال

در کابلهای ، چنانچه در وضعیتی بجز وضعیت قائم تحت بارگذاری قرار گیرند مقداری خیز بعلت وزن کابل خواهیم داشت و مقداری از نیروی کششی محوری داخل کابل ، صرف جبرا ن خیز موجود می‌گردد . بدیهی است که هر اندازه‌گه توربکابلهای کمتر باشد کابلهای به نحو موثرتری درباربری سازه شرکت خواهند کرد . چنانچه مدول الاستیسته کابلهای E_i باشد در وضعیت مورب مدول الاستیسته کابلهای E_e ، به صورت رابطه زیر خواهد بود [۳] و [۴] :

$$E_i = \frac{E_e}{1 + \frac{(\gamma_1 \cos \alpha)^2}{12 \sigma^3} E_e} \quad (1)$$

در رابطه فوق ، γ وزن مخصوص کابلهای ، α زاویه کابل با افق و σ تنفس کششی موجود در کابل باشد . مشاهده می‌شود که صلابت کابلهای تنها تابع مشخصات هندسی آن نبوده بلکه بستگی به نیروی وارد بر آن آنهم بصورت غیرخطی می‌باشد . مطلب فوق باعث می‌گردد که رفتار پلهای کابلهای ایستا بصورت غیرخطی بوده و با توجه به اینکه سختی کابلهای ایستا $E_i A$ و تنفس موجود در آن $\frac{\Delta l}{l} = \frac{E_i}{E_e}$ بطور درهم بهم دیگر و باسته هستند بنا بر این روش حل تکراری مناسبی با ایستی بکار برده شود که در آن سختی کابلهای و نیروی داخل کابلهای همگرا گردند . از طرف دیگر با توجه به تغییر طول نسبتاً "زیاد کابلهای" ، می‌توان در حل دقیق آن طول واقعی بعد از تغییر شکل کابلهای در محاسبه مدول الاستیسته E_i ، سختی K و تنفس σ بکار برده شود .

روش تحلیل

روش‌های مختلفی جهت تحلیل پلهای کابلهای ایستا وجود دارد از جمله آنها از روش کلاسیک اجزاء محدود را می‌توان نام بردن [۵] و [۶] در

این روش سختی کل سازه با سوارکردن ما تریس سختی اعضای آن نظیر عرشه، برج و کابلها بدست آمده و با داشتن نیروهای ناشی از بازنده و مرده و یا سایر با رگذاری ها مجهولات تغییر مکان عمومی سیستم را می‌توان تعیین نمود. سپس با داشتن تغییر مکان های نیروهای داخلی کلیه اجراء سازه محاسبه می‌گردد. از آنجاکه هما نتورکه نشان داده شد سختی کابلهای فقط تابع مشخصات هندسی آن بوده و بطور نمائی با تنفس واردہ برآن مناسب می‌باشد، دستگاه معادلات بدست آمده غیرخطی بوده و ضرائب بردار مجهولات بطور ممزوحی با تغییر مکانها ارتباط دارد. بطور یکیکه یک روش حل تکراری که سختی کابلهای کابلهای در آن همگرا گردید باستی مورد استفاده قرار گیرد.

روشی که ذیلاً "مورد بررسی قرار می‌گیرد" کی از روش‌های عددی بوده و برآسا س می‌نیم کردن انحرافی پتانسیل کل سیستم می‌باشد. این روش برای تحلیل خطی کابلهای کابلی [۷] نشان داده شده است که بسیار مناسب بوده و بسادگی قابلیت تحلیل عددی بوسیله کامپیوتر را دارد. در کابلهای کابلی ایستا با توجه به اینکه شرایط انتها یی آنها بصورت مفصلی بوده و اتصال عرشه بر روی برج بصورت ساده می‌باشد ولنگری به برج منتقل نمی‌گردد، می‌توان تغییر شکل سیستم را بصورت یک مجموعه سینوسی در نظر گرفت. ضرایب جملات سینوسی با استفاده از می‌نیم کردن انحرافی پتانسیل کل سیستم بدست می‌آیند. در این مقاله اثرات غیرخطی سختی کابلهای نیروهای پیش‌تنیدگی بر روی آنها مورد مطالعه قرار گرفته و نشان داده خواهد شد که انتخاب شکل مناسبی برای کابلهای نیروهای پیش‌تنیدگی معینی در آنها می‌توان از اثرات غیرخطی آنها بکاهد [۸].

فرضیات

فرضیاتی که در تحلیل این نوع سازه‌ها می‌شوند گونه‌ای است که با نحوه ساخت و عملکرد آنها مطابقت دارد. این فرضیات عبارتند از:

- ۱ - عرشه تقویت شده از کنار برجها می‌گذرد و هیچگونه لنگری به برج

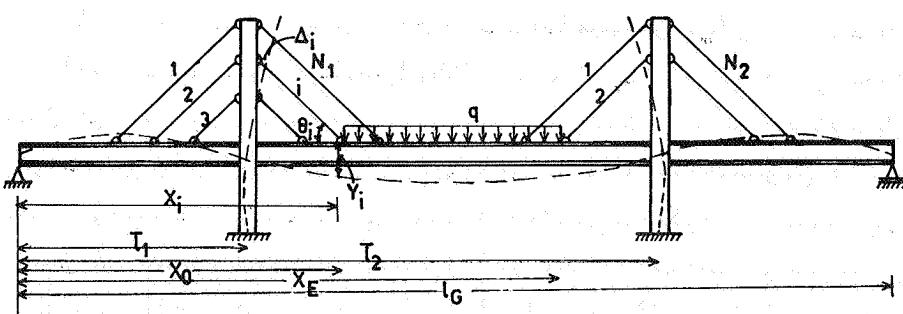
استقلال

منتقل نمی‌کند

- ۲ - تکیه‌گاه برج از پایه بصورت گیردا رمی‌باشد.
- ۳ - تما مکا بلها دارای اتصال ثابت به برج می‌باشد.
- ۴ - از اثرات نیروها محوری در عرشه‌پل و برج صرف نظر می‌گردد.
- ۵ - تکیه‌گاه‌ها عرضه بغيرا زیکی آنها که بصورت مفصلی می‌باشد بقیه به صورت غلطکی می‌باشند.

معادلات حاکم بر رفتار پل‌های کابلی ایستا :

شکل زیریک پل کابلی ایستا به طول L که دارای N_1 کابل متصل به برج سمت چپ و N_2 کابل متصل به برج سمت راست بوده تحت اثر بار قائم به شدت q در طولی از عرشه قرار گرفته است.



شکل (۳)

با توجه به فرضیات چنانچه عرشه‌پل تحت بارگذاری q ، مولفه‌های قائم نیروی کابلها، F_{iy} ، و نیروهای ناشی از عکس العمل برجها روی عرشه، R_1 و R_2 ، قرار گیرد در صورتی که سختی خمشی عرشه EI_G باشد تغییر مکان قائم عرشه را می‌توان شامل دو قسمت زیرنوشت:

قسمت اول برای وقتیکه تحت بار q و نیروهای F_{iy} قرار گیرد

تحليل خطی و غیرخطی ...

۶۷

در این صورت میتوان تغییرشکل قائم را بصورت یک مجموعه سینوسی که شرایط سرحدی را رضاء میکند در نظر گرفت و با مینیمم کردن انرژی پتانسیل کل دامنه جملات سینوسی زانعیین نمود:

$$y = \sum_{m=1}^{\infty} a_m \sin \frac{m\pi x}{l_G} \quad (2)$$

$$\pi = U + V_p = \int_0^{l_G} \frac{1}{2} EI_G (y'')^2 dx + \sum_{i=1}^{N=N_1+N_2} F_{iy} y_i \quad (3)$$

$$= \int_{x_0}^{x_E} q(x) y dx$$

که در آن y انرژی ارجاعی ذخیره شده در عرضه و V_p انرژی پتانسیل بارهای خارجی q و F_{iy} میباشد. برای تعادل لازم است که انرژی پتانسیل کل π مینیمم باشد که با قراردادن y از رابطه (2) در رابطه (3) و مینیمم کردن آن ضرائب a_m بصورت زیر بدست خواهد آمد.

$$a_m = \frac{\int_{x_0}^{x_E} q(x) \sin \frac{m\pi x}{l_G} dx - \sum_{i=1}^N F_{iy} \sin \frac{m\pi x_i}{l_G}}{EI_G \left(\frac{m\pi}{l_G} \right)^2 \cdot \frac{4}{2}} \quad (4)$$

$$a_m =$$

قسمت دوم وقتیکه عرضه پل تحت بارهای R و R^2 واقع شود که با اعمال بارهای واحد در محل عکس العمل ها و در نظر گرفتن تغییرشکل تیر بصورت سری های سینوسی با ضرائب b_m و c_m مقادیر آنها بطور مشابه عبارت خواهد بود با:

استقلال

$$b_m = \frac{\sin m\pi \frac{l_1}{l_G}}{EI_G \left(\frac{m\pi}{l_G}\right)^4 \cdot \frac{l_G}{2}} \quad \text{و} \quad c_m = \frac{\sin m\pi \frac{l_2}{l_G}}{EI_G \left(\frac{m\pi}{l_G}\right)^4 \cdot \frac{l_G}{2}} \quad (5)$$

ومقدار تغییر شکل کل عرضه پل عبارت خواهد بود با :

$$y = \sum_{m=1}^{\infty} a_m \sin \frac{m\pi x}{l_G} + R_1 \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin \frac{m\pi x}{l_G} + R_2 \sum_{m=1}^{\infty} c_m \sin \frac{m\pi x}{l_G} \quad (6)$$

که در آن تغییر مکان در محل عکس العمل های R_1 و R_2 برابر صفر می باشد یا :

$$\sum_{m=1}^{\infty} a_m \sin \frac{m\pi l_1}{l_G} + R_1 \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin \frac{m\pi l_1}{l_G} + R_2 \sum_{m=1}^{\infty} c_m \sin \frac{m\pi l_1}{l_G} = 0 \quad (7)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} a_m \sin \frac{m\pi l_2}{l_G} + R_1 \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin \frac{m\pi l_2}{l_G} + R_2 \sum_{m=1}^{\infty} c_m \sin \frac{m\pi l_2}{l_G} = 0$$

بنا برایین مقادیر عکس العمل های R_1 و R_2 از رابطه های (7) بدست آمده و مقدار تغییر مکان عرضه پل توسط رابطه (6) تعیین می گردد. مقدار نیروی کابلها، که مولفه قائم اثر آن روی عرضه پل برای محاسبه a_m ضروری می باشد، با داشتن تغییر مکان طول کابل بدست خواهد میدیا :

$$F_i = K_i \Delta l_i \quad (8)$$

تحليل خطی وغیرخطی ...

۶۹

که در آن F_i و K_i و Δl_i به ترتیب نیرو، سختی و تغییر طول کابل نا م می باشد. مقدار تغییر طول کابلها را می توان با داشتن تغییر مکان عرضه پل و برجها از رابطه زیر بدست آورد :

$$l_i = Y_i \sin \theta_i \pm \Delta_i \cos \theta_i \quad (9)$$

که در آن Y_i تغییر مکان قائم عرضه پل در محل کابل نا م و Δ تغییر مکان افقی برج در محل کابل نا م و θ_i زاویه حاده و ترکابل با محور عرضه پل می باشد. علامت مثبت و منفی به ترتیب نشان دهنده افزایش و کاهش طول کابل می باشد. و مقدار سختی کابل توسط رابطه زیر تعیین می گردد :

$$K_i = \frac{\frac{E_e}{1 + \gamma_i^2 (l_i + \Delta l_i)^2 \cos^2 \theta_i}}{l_i + \Delta l_i} - \frac{A_i}{12 (\frac{F_i}{A_i})^3} \quad (10)$$

تغییر مکان افقی برج در محل کابل نا م، Δ ، چنانچه کابل به برج اول یا دوم متصل باشد به ترتیب از عبارتهای زیر بدست می آید :

$$\Delta_i = \sum_{k=1}^{\frac{N_1}{2}} f_{ik} (F_k \cos \theta_k - F_{N_1+1-k} \cos \theta_{N_1+1-k}) \quad (1) \quad \text{برج اول}$$

$$\Delta_i = \sum_{k=1}^{\frac{N_2}{2}} f_{ik} (F_k \cos \theta_k - F_{N_2+1-k} \cos \theta_{N_1+1-k}) \quad (2) \quad \text{برج دوم}$$

استقلال

که در آنها $f_{ik}^{(1)}$ و $f_{ik}^{(2)}$ به ترتیب ضرائب ماتریس نرمی بر جهای اول و دوم بوده و چنان‌چه سختی خمی بر جهارا به ترتیب $E_1 I_1$ و $E_2 I_2$ ارتفاع برج از محل کابل با متاتا پایه با شدقاً دیر ضرائب ماتریس نرمی عبارتند از :

$$f_{ik}^{(1)} = \frac{H_k^2}{6 E_1 I_1} (3H_i - H_k) \quad (12)$$

$$f_{ik}^{(2)} = \frac{H_k^2}{6 E_2 I_2} (3H_i - H_k)$$

بنابراین مقدار تغییر مکان پل، γ ، با معلوم بودن ضرائب a_m ، b_m ، c_m و مقادیر R_1 و R_2 و نیروی کابلها بدست خواهد آمد. همانطور که مشاهده می‌شود از γ نجا که در محاسبه a_m مقدار F_{iy} با استی معلوم باشد و محاسبه F مستلزم تعیین تغییر مکان عرش پل می‌باشد. مسئله فوق رفتاری غیرخطی داشته و با استی از روش‌های تکراری جهت تحلیل آن کمک گرفت. از طرف دیگر هما نظر که در رابطه (1) نشان داده شده است سختی کابل ثابت نبوده و تابع مقدار نیروی آن وطول آن می‌باشد که بار وابط فوق می‌توان اثرات غیرخطی بودن رفتار کابل را نیز در تحلیل این گونه پلها در نظر گرفت.

معادلات بدست آمده برای نیروها و تغییر مکانها ای اعضاء رامی توان از یکی از دوروش زیر که در این مطالعه مورد بررسی قرار گرفته است بدست آورده:

"حل معادلات حاکم بر رفتار پل‌های کابلی ایستا به روش "همگرایی تکراری" همانطور که قبل از بیان گردید معادله تغییر شکل عرش پل (معادله ۶) بستگی به مقادیر ضرائب a_m ، b_m و c_m دارد که این ضرائب به

مقدار نیروی کابلها مربوط می‌شود (معادله ۴) و همچنین نیروی کابلها بطور غیرخطی به مقادیر تغییر شکل عرضه در نقاط اتصال به کابلها و استهان است (معادله ۸ و ۹ و ۱۰) بنابراین تعیین مقادیر نیروهای داخلی و تغییر مکانها بصورت یک روش همگرایی تکراری بدست خواهد آمد . در این روش مرحله زیر بصورت قدم به قدم انجام گرفته و در نهایت نیروها و تغییر شکلها بدست خواهد آمد :

۱ - مقادیر اولیه برای نیروی کابلها (مثلاً نیروی صفر برای کلیه کابلها) انتخاب می‌گردد .

۲ - مقادیر a_m و b_m و c_m از روابط (۴) و (۵) تعیین می‌شوند .

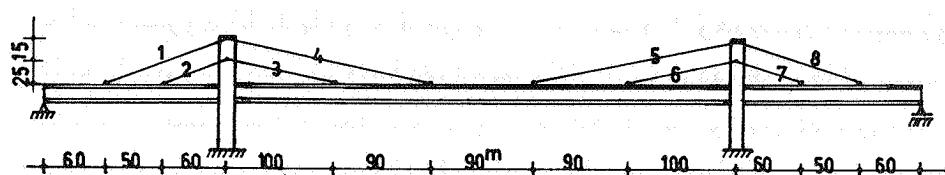
۳ - مقادیر R_1 و R_2 از رابطه (۷) بدست آمده و معادله تغییر شکل برای هر نقطه در عرضه تیر پل از رابطه (۶) بدست می‌آید .

۴ - تغییر مکانهای افقی بر جهای از روابط (۱۲ و ۱۱) تعیین و نیروی کابلها از روابط (۱۰، ۹، ۸) بدست می‌آیند . لازم به‌بای دآوری است که در اینجا اثرات غیرخطی ماده‌ای کابلها در محاسبات منظور گردیده است .

۵ - مقادیر بدست آمده برای نیروی کابلها با مقادیر فرض شده در اولین قدم مقایسه گردیده و چنانچه تفاوت زیادی داشته باشد که مدعی اول تا پنجم تکرا رمی‌گردد تا نهایتاً " نیروی کلیه کابلها به سوی مقادیر حقیقی همگرا گردند .

روش فوق در مرجع [۵] برای رفتار خطی کابلها مورد بررسی قرار گرفته است . در اینجا با درنظر گرفتن رفتار غیرخطی ماده‌ای برای کابلها یک برنامه کامپیوتری براساس روش همگرا یی تکرا ری تنظیم گردیده و مثالهای متنوعی مورد مطالعه قرار گرفته است از آن جمله سازه کابلی صفحه بعد توسط این روش مورد بررسی قرار گرفته که نتایج تحلیل خطی آن به شرح صفحه بعد می‌باشد .

استقلال



شكل (٤)

مدول الاستيسته عرشه پل، برجها و کابلها
 $E_G = E_1 = E_2 = E_e = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

بارگسترده و یکنواخت در طول پل $q = 6000 \text{ kg/m}$

سطح مقطع کابلها $A_i = 0.01 \text{ m}^2$

معان اینرسی عرشه پل $I_G = 10 \text{ m}^4$

معان اینرسی برجها $I_1 = I_2 = 10 \text{ m}^4$

i	x_i (m)	y_i (m)	Δ_i (m)	F_i kg
١	٦٠	-٠/١٧٧٥١٢	٠/١١١١٤٧	٧٨٥٦٥/٣٨
٢	١١٠	-٠/٢٧٥٨٩٣	٠/٠٥٣٠٠٦	-١٨٤٧٢٨/٢
٣	٢٢٠	٢/٠٣٨٩٧٥	-٠/٠٥٣٠٠٦	٩٠٢٧٠٢/٢
٤	٣٦٠	٣/٦٥٨٧٧٣	-٠/١١١١٤٧	٦٩٧٥٧٣/٤٤
٥	٤٥٠	٣/٦٥٨٧٧٣	-٠/١١١١٤٧	٦٩٧٥٧٣/٣
٦	٥٤٠	٢/٠٣٨٩٨٢	-٠/٠٥٣٠٠٦	٩٠٢٧١٢/٤٢
٧	٧٠٠	-٠/٢٧٥٨٩٩	٠/٠٥٣٠٠٦	-١٨٤٧٣٩/٧٢
٨	٧٥٠	-٠/١٧٧٥١٨	٠/١١١١٤٨	٧٨٥٦٣/٣٦

$$R_1 = +1985137.59 \text{ kg}$$

$$R_2 = +1985128.25 \text{ kg}$$

از نقا ط ضعف این روش یکی اینکه وقت مصرف شده زیاد بوده و دیگر اینکه همگرا بی تضمین شده ای برای جوا بها وجود نداشد و بیان دیگر بعنوان مثال اگر در همین سازه سطح مقطع کابلها را ۵ برابر کنیم همگرا بی سازه بسیار کند نجا مگرفته و خطاهای محاسباتی شروع به زیاد شدن می کند. همانطور که از جوابها مشاهده می شود نیروی ایجاد شده در کابلها ای شماره ۲ و ۷ منفی بوده و این می بینیم این مطلب است که این کابلها در تحمل باربری نقشی ندارند مسئله فوق در انتخاب سیستم کابلها، موقعیت آنها از نظر طراحی سیستم های کابلی ایستاد بسیار قابل اهمیت می باشد. البته در این روش همگرا بی می توان در هر مرحله از محاسبات چنانچه تعدادی از کابلها در فشار با شدید مرحله بعدی این کابلها را حذف نمود.

حل معادلات حاکم بر رفتار پل های کابلی ایستاده روش ماتریس سختی - نرمی :

همانطور که در روش فوق ملاحظه می گردد از معادلات (۶) تا (۱۲) می توان تغییر مکان عرضه پل و برج، نیروهای داخلی آنها و همچنین نیروی کابلها را بازی با رگزیستر کرد. چنانچه با خارجی بصورت با رگزیسترده یکنواختی به شدت q در فاصله x_E تا x_A از ابتدای عرشه مطابق شکل اثربنایید روابط (۶) و (۷) با استفاده از (۴) و (۵) و فرض

$$\alpha_m = \left(\frac{m\pi}{l_G} \right)^4 \frac{EI^4}{2}$$

بصورت زیر خواهد بود :

$$Y = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m} \left[\frac{ql_G}{m} \left(\cos \frac{m\pi x_e}{l_G} - \cos \frac{m\pi x_i}{l_G} \right) - \sum_{i=1}^N F_i \sin \theta_i \sin \frac{m\pi x_i}{l_G} \right]$$

$$\sin \frac{m\pi x}{l_G} + R_1 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{m\pi l_1}{l_G} \sin \frac{m\pi x}{l_G} \quad (13)$$

$$+ R_2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{m\pi l_2}{l_G} \sin \frac{m\pi x}{l_G}$$

استقلال

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m} \left[\frac{q l_G}{m \pi} \left(\cos \frac{m \pi x_0}{l_G} - \cos \frac{m \pi x_e}{l_G} \right) - \sum_{i=1}^N F_i \sin \theta_i \sin \frac{m \pi x_i}{l_G} \right]$$

$$\sin \frac{m \pi l_1}{l_G} + R_1 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m} \sin^2 \frac{m \pi l_1}{l_G} = 0 \quad (14)$$

$$+ R_2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{m \pi l_1}{l_G} \sin \frac{m \pi l_2}{l_G} = 0 \quad (14)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m} \left[\frac{q l_G}{m \pi} \left(\cos \frac{m \pi x_0}{l_G} - \cos \frac{m \pi x_e}{l_G} \right) - \sum_{i=1}^N F_i \sin \theta_i \sin \frac{m \pi x_i}{l_G} \right]$$

$$\sin \frac{m \pi l_2}{l_G} + R_1 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{m \pi l_1}{l_G} \sin \frac{m \pi l_2}{l_G}$$

$$+ R_2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m} \sin^2 \frac{m \pi l_2}{l_G} = 0 \quad (15)$$

چنانچه مقادیر تغییر مکان عرش پل را در محل اتصال کابلهای به عرشه y_i ، محاسبه نموده و فرض کنیم :

$$A_{im} = \frac{q l_G}{\alpha_m m \pi} \left(\cos \frac{m \pi x_0}{l_G} - \cos \frac{m \pi x_e}{l_G} \right) \sin \frac{m \pi x_i}{l_G}$$

تحليل خطى وغيرخطى ...

٧٥

$$\begin{aligned}\bar{A}_{1m} &= \frac{q l_G}{m \pi \alpha_m} \left(\cos \frac{m \pi x_0}{l_G} - \cos \frac{m \pi x_e}{l_G} \right) \sin \frac{m \pi \bar{l}_1}{l_G} \\ \bar{A}_{2m} &= \frac{q l_G}{m \pi \alpha_m} \left(\cos \frac{m \pi x_0}{l_G} - \cos \frac{m \pi x_e}{l_G} \right) \sin \frac{m \pi \bar{l}_2}{l_G} \quad (16)\end{aligned}$$

دراينصورت داريم :

$$\begin{aligned}Y_i + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha m} \left(\sum_{j=1}^{\infty} F_j \sin \theta_j \sin \frac{m \pi x_j}{l_G} \right) \sin \frac{m \pi x_i}{l_G} \\ - R_1 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha m} \sin \frac{m \pi \bar{l}_1}{l_G} \sin \frac{m \pi x_i}{l_G} \\ - R_2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha m} \sin \frac{m \pi \bar{l}_2}{l_G} \sin \frac{m \pi x_i}{l_G} = \sum_{m=1}^{\infty} A_{im} \quad (17)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha m} \left(\sum_{j=1}^{\infty} F_j \sin \theta_j \sin \frac{m \pi x_j}{l_G} \sin \frac{m \pi \bar{l}_1}{l_G} \right) \\ - R_1 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha m} \sin^2 \frac{m \pi \bar{l}_1}{l_G} - R_2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha m} \sin \frac{m \pi \bar{l}_1}{l_G} \sin \frac{m \pi \bar{l}_2}{l_G} \\ \sin \frac{m \pi \bar{l}_1}{l_G} \sin \frac{m \pi \bar{l}_2}{l_G} = \sum_{m=1}^{\infty} \bar{A}_{1m} \quad (18)\end{aligned}$$

استقلال

$$\begin{aligned}
 & \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m} \left(\sum_{j=1}^{\infty} F_j \sin \theta_j \sin \frac{m\pi x_j}{l_G} \right) \sin \frac{m\pi \bar{l}_2}{l_G} \\
 & - R_1 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{m\pi \bar{l}_1}{l_G} \sin \frac{m\pi \bar{l}_2}{l_G} \\
 & - R_2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m} \sin^2 \frac{m\pi \bar{l}_2}{l_G} = \sum_{m=1}^{\infty} \bar{A}_{2m} \quad (19)
 \end{aligned}$$

در ضمن با فرض علامت مثبت برای تغییرشکل برج ها، Δ_i ، وقتی به سمت راست حرکت کنند، برای $\frac{N_2}{2}$ و $\frac{N_1}{2}$ کابلهای سمت چپ اولین و دومین برج داریم:

$$K_i Y_i \sin \theta_i + K_i \Delta_i \cos \theta_i - F_i = 0 \quad (20-\text{الف})$$

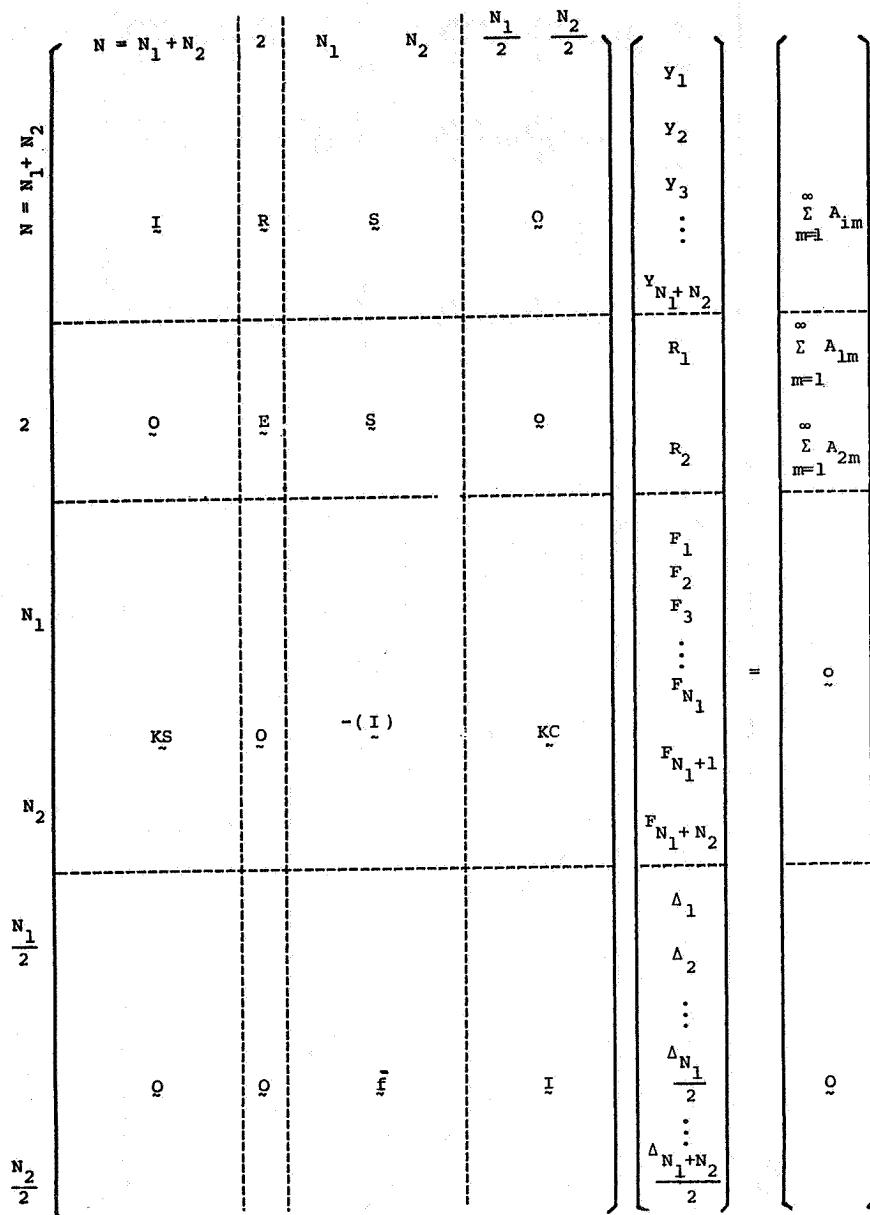
وبرای $\frac{N_2}{2}$ و $\frac{N_1}{2}$ کابلهای سمت راست اولین و دومین برج داریم:

$$K_i Y_i \sin \theta_i - K_i \Delta_i \cos \theta_i - F_i = 0 \quad (20-\text{ب})$$

علاوه بر آن تغییر مکان برجها، Δ ، از روابط (11) تعیین می‌گردد. مجموعه روابط (11)، (12)، (18)، (19) و (20) شامل $2 + \frac{5N}{2}$ معادله و R_1 و R_2 و $(i=1, N) F_i$ ، $(i=1, N) Y_i$ مجهول است. لازم به تذکر است که تعیین مجهولات در تحلیل غیرخطی ماده‌ای و هندسی سیستم با آسانی می‌سرخواهد بود.

تحليل خطى وغيرخطى ...

٧٧



ما تریس فوق ما تریس سختی نرمی کل سازه می باشد که زیر ما تریس ها به شرح مفهای بعد هستند

٧٧

استقلال

$$\begin{aligned}
 R &= N \times 2 \\
 f &= \frac{N}{2} \times N \\
 K_S &= N \times N
 \end{aligned}$$

$$\left[\begin{array}{cc|cc|cc|cc}
 -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{am} (\sin \frac{m\pi l_1}{l_G} \sin \frac{m\pi x_1}{l_G}) & -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{am} (\sin \frac{m\pi l_2}{l_G} \sin \frac{m\pi x_1}{l_G}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{am} (\sin \frac{m\pi l_1}{l_G} \sin \frac{m\pi x_2}{l_G}) & -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{am} (\sin \frac{m\pi l_2}{l_G} \sin \frac{m\pi x_2}{l_G}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & & & & & & \\
 -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{am} (\sin \frac{m\pi l_1}{l_G} \sin \frac{m\pi x_N}{l_G}) & -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{am} (\sin \frac{m\pi l_2}{l_G} \sin \frac{m\pi x_N}{l_G}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 f_{ik}^{(1)} \cos \theta_k & -f_i^{(1)} \cos \theta_k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & f_{i,k-\frac{N_1}{2}}^{(2)} \cos \theta_k & f_{i,\frac{3N_1}{2}+N_2+k}^{(2)} \cos \theta_k & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 i = 1, \frac{N_1}{2} & & i = \frac{N_1}{2} + 1, \frac{N_1 + N_2}{2} & & & & & \\
 k = 1, N_1 & & k = N_1 + 1, N_1 + N_2 & & & & & \\
 \hline
 K_S & = & K_S & = & K_S & = & K_S & = \\
 K_1 \sin \theta_1 & & K_2 \sin \theta_2 & & K_N \sin \theta_N & & K_N \sin \theta_N &
 \end{array} \right]$$

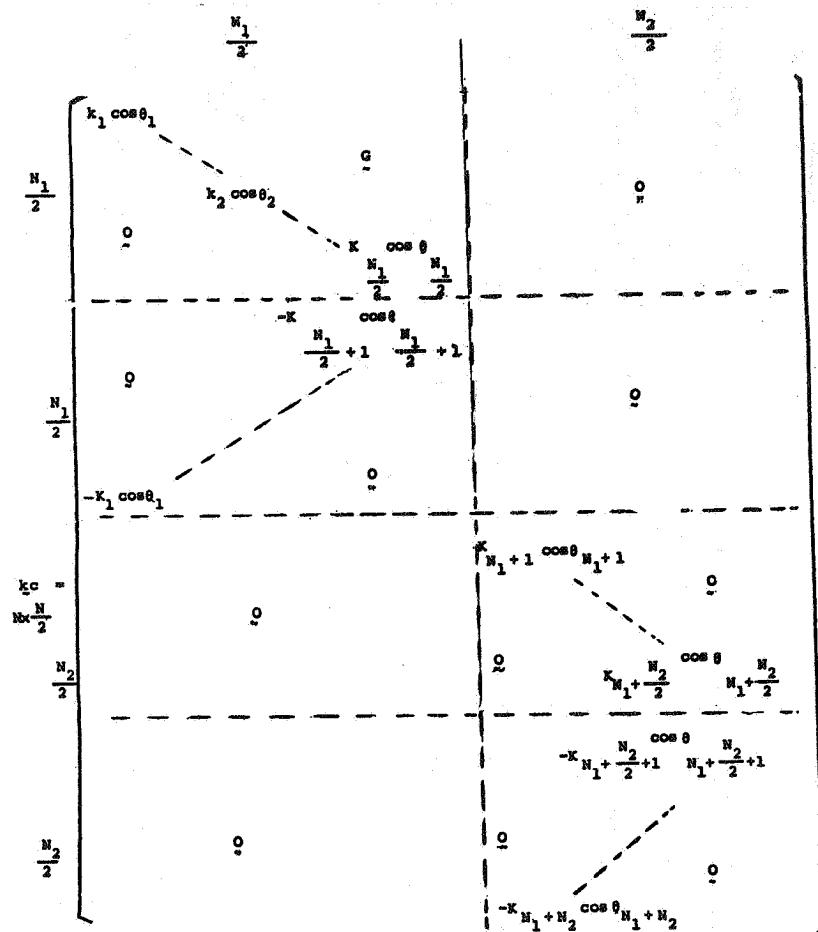
تحليل خطى وغير خطى ...

٧٩

$$\begin{aligned}
 S_{N \times N} = & \left[\begin{array}{cccccc}
 \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin^2 \frac{\pi m x_1}{L_G} \sin \theta_1 & \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{\pi m x_1}{L_G} \sin \frac{\pi m x_2}{L_G} \sin \theta_2 & \cdots & \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{\pi m x_1}{L_G} \sin \frac{\pi m x_N}{L_G} \sin \theta_N \\
 \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{\pi m x_2}{L_G} \sin \frac{\pi m x_1}{L_G} \sin \theta_1 & \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin^2 \frac{\pi m x_2}{L_G} \sin \theta_2 & \cdots & \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{\pi m x_2}{L_G} \sin \frac{\pi m x_N}{L_G} \sin \theta_N \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{\pi m x_N}{L_G} \sin \frac{\pi m x_1}{L_G} \sin \theta_1 & \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{\pi m x_N}{L_G} \sin \frac{\pi m x_2}{L_G} \sin \theta_2 & \cdots & \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin^2 \frac{\pi m x_N}{L_G} \sin \theta_N \\
 \end{array} \right] \\
 S = & \left[\begin{array}{cccccc}
 \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{\pi m x_1}{L_G} \sin \theta_1 & \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{\pi m x_1}{L_G} \sin \frac{\pi m x_2}{L_G} \sin \theta_2 & \cdots & \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{\pi m x_1}{L_G} \sin \frac{\pi m x_N}{L_G} \sin \theta_N \\
 \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{\pi m x_2}{L_G} \sin \frac{\pi m x_1}{L_G} \sin \theta_1 & \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{\pi m x_2}{L_G} \sin \frac{\pi m x_2}{L_G} \sin \theta_2 & \cdots & \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{\pi m x_2}{L_G} \sin \frac{\pi m x_N}{L_G} \sin \theta_N \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{\pi m x_N}{L_G} \sin \frac{\pi m x_1}{L_G} \sin \theta_1 & \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin \frac{\pi m x_N}{L_G} \sin \frac{\pi m x_2}{L_G} \sin \theta_2 & \cdots & \sum_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m} \sin^2 \frac{\pi m x_N}{L_G} \sin \theta_N \\
 \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

استقلال

٤٠



$$E = \begin{bmatrix} -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha m} \sin^2 \frac{m\pi l_1}{l_G} & -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha m} \sin \frac{m\pi l_1}{l_G} \sin \frac{m\pi l_2}{l_G} \\ -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha m} \sin \frac{m\pi l_1}{l_G} \sin \frac{m\pi l_2}{l_G} & -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha m} \sin^2 \frac{m\pi l_2}{l_G} \end{bmatrix}$$

تحليل خطی و غیرخطی ...

۸۱

اگر ما تریس ضرائب دستگاه معا دلات فوق را با SF_i و بردازمهولات را با \bar{x}_i و بردازکمیتها حاصل از با رگذاری را با \bar{y}_i نمایش دهیم :

$$[SF_i] \{ x \} = \bar{L}_i \quad (22)$$

درا این صورت جواب معا دله فوق عبا دستت از :

$$\bar{x}_i = [SF_i]^{-1} \bar{L}_i$$

با استفاده از روش فوق می توان تحلیل خطی و غیرخطی سیستم های پل های کابلی ایستار ا تعیین نمود .

الف : رفتار خطی : چنانچه از رفتار غیرخطی کابلها و دیگر اعضای سازه صرف نظر شود در این صورت ضرائب ما تریس SF بصورت ثابت و مشخص تعیین گردیده و با استفاده از رابطه (۲۳) می توان نیروی کابلها ، عکس العمل های برجها و تغییر مکان های برج و عرضه را بدست آورد .

ب : رفتار غیرخطی : در این حالت ضرائب ما تریس SF ثابت نبوده و خود تابعی از مجهولات نیرویی و تغییر مکانی سیستم می باشد . برای بدست آوردن مقادیر دقیق این ضرائب از روش تکراری استفاده کرده و در هر مرحله از محاسبات ، اجزاء این ما تریس را بر اساس هندسه و سایر مشخصات نیرویی و تغییر مکانی مرحله قبل بدست آورده و مجددا " مجهولات نیرویی و تغییر مکانی را بدست می آوریم و این عملیات را تا آن جا دنبال می کنیم تا کمیت های بدست آمده برای مجهولات نیرویی و تغییر مکانی همگرا گردند . بر اساس روش فوق یک برنامه کامپیوتری تنظیم شده

استقلال

و مسائل مختلفی مورد بررسی قرار گرفته است . در ابتدا برای تحقیق صحت معا دلات و دقت محاسبات نتایج تحلیل خطی پل کابلی آیستاکه در شکل (۴) توسط روش " همگرایی تکراری " تحلیل گردیده اینجا نیز توسط روش " سختی نرمی " انجام گرفته و به شرح زیر می باشد :

i	x_i m	y_i (m)	Δ_i (m)	F_i kg
۱	۶۰	- ۰/۱۷۷۵۱۲۲	۰/۱۱۱۱۴۷۳	۷۸۵۶۹/۴۲۳
۲	۱۱۰	- ۰/۲۲۵۸۹۳	۰/۰۵۳۰۰۶	- ۱۸۴۷۴۸/۶
۳	۲۷۰	۲/۰۳۸۹۳۴۱	- ۰/۰۵۳۰۰۶	۹۰۲۷۰۸/۶
۴	۳۶۰	۳/۶۵۸۶۹۹	- ۰/۱۱۱۱۴۷۳	۶۹۷۵۶۷/۵
۵	۴۵۰	۳/۶۵۸۷۰۰۱	- ۰/۱۱۱۱۴۷۳	۶۹۷۵۶۷/۵
۶	۵۴۰	۲/۰۳۸۹۳۵۲	- ۰/۰۵۳۰۰۶	۹۰۲۷۰۸/۶
۷	۷۰۰	- ۰/۲۲۵۸۹۲۴	۰/۰۵۳۰۰۶	- ۱۸۴۷۴۷/۹
۸	۷۵۰	- ۰/۱۷۷۵۱۱۵	۰/۱۱۱۱۴۷۳	۷۸۵۶۹/۸

$$R = 1985116.97 \text{ kg}$$

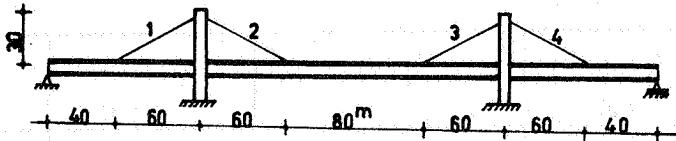
$$R_1 = 1985116.97 \text{ kg}$$

همانطور که مشاهده می شود نتایج بدست آمده بسیار نزدیک به نتایج سازه فوق از روش " همگرایی تکراری " می باشد . در مثال شکل صفحه بعد با استفاده از روش " سختی نرمی " نتایج تحلیل خطی مورد بررسی قرار گرفته است که به شرح صفحه بعد می باشد :

تحليل خطى و غيرخطى ...

٨٣

مقدمة في تحليل المنشآت المدنية



شكل (٥)

سطح مقطع کا بلہ = 0.1 m^2

ممان اینرسی برجها = $I_1 = I_2 = 20 \text{ m}^4$

ممان اینرسی عرشہ پل = $I_G = 20 \text{ m}^4$

مدول الاستیستھ عرشہ و برج ها و کا بلہ = $E_G = E_1 = E_2 = E_C = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

با رگسترده یکنواخت در طول عرشہ = 2000 kg/m

نتایج تحلیل خطی سازه فوق عبارتست از :

i	x_i (m)	y_i (m)	Δ_i (m)	F_i kg
١	٤٠	٠/٠٠٠٩٩٧	٠/٠٠١٦٨٨١	٤٨٦٦٢/٥٦
٢	١٦٠	٠/٠١٣١٤٣١	- ٠/٠٠١٦٨٨١	١٣٦٧٣٦/٩٨
٣	٢٤٠	٠/٠١٣١٤٣١	- ٠/٠٠١٦٨٨١	١٣٦٧٣٦/٩٨
٤	٣٦٠	٠/٠٠٠٩٩٧	٠/٠٠١٦٨٨١	٤٨٦٦٢/٥٦

$$R_1 = 266218.3 \text{ kg}$$

$$R_2 = 266218.3 \text{ kg}$$

استقلال

ونتایج تحلیل غیرخطی سازه فوق عبارتست از :

i	X _i (m)	Y _i (m)	i (m)	F _i kg
۱	۴۰	- ۰/۰۰۱۵۹۵۸	۰	۰
۲	۱۶۰	۰/۰۲۴۴۱۴۸	۰	۰
۳	۲۴۰	۰/۰۲۴۴۱۴۸	۰	۰
۴	۳۶۰	- ۰/۰۰۱۵۹۵۸	۰	۰

$$R_1 = 356250.5 \text{ kg}$$

$$R_2 = 356250.5 \text{ kg}$$

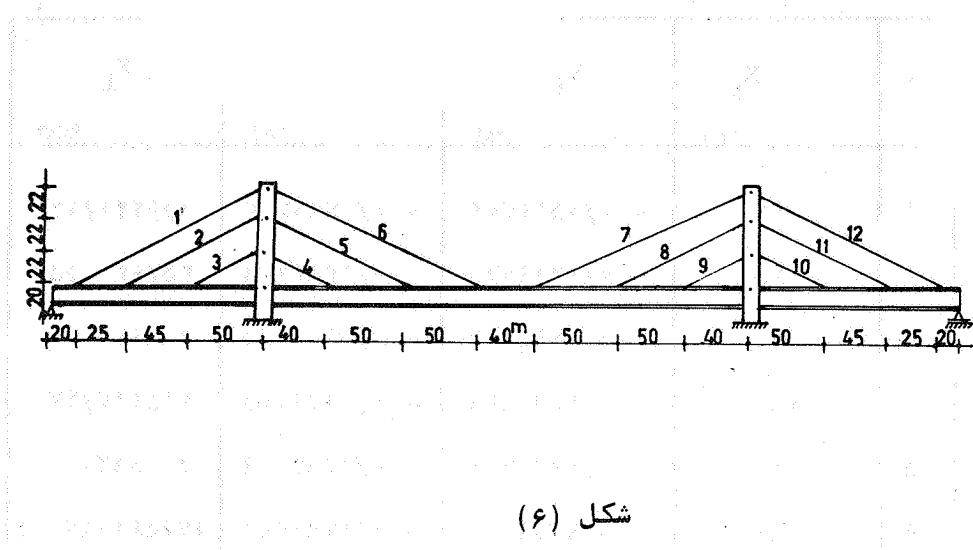
هما نطورکه از نتایج دو حالت " رفتار خطی " و " رفتار غیرخطی " ملاحظه می شود تفاوت فاصلی بین آنها وجود دارد بطوری که در تحلیل غیرخطی نیروی تما می کابله ها ضفر گردیده است و کابله ها هیچ گونه نقشی در با ر بری سازه ای خاء نمی نمایند .

عامل موثر در این تفاوت زیاد، رفتار غیرخطی ماده ای کابله می باشد که توسط رابطه (۱) بیان گردید . در مثال فوق وضعیت قرار گرفتن کابله روی سازه و همچنین سختی خمی عرش پل و برج طوری است که نیروی لازم برای بکار گرفتن موثر در کابله بوجود نمی آید و سازه بصورت کاملاً خمی عمل خواهد کرد . نکته فوق اهمیت زیادی در انتخاب آرایش کابله در پلهای کابله ای ایستارا داردو بوسیله روش آنالیز فوق می توان آرایش بهینه و مناسب را بدست آورد .

برای تحقیق موضوع اخیر سازه شکل صفحه بعدرا در نظر بگیرید :

تحليل خطی و غیرخطی ...

۸۵



$$A_1 = A_6 = A_7 = A_{12} = 0.04 \text{ m}^2$$

$$A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = A_8 = A_9 = A_{10} = A_{11} = 0.018 \text{ m}^2$$

$$\text{عمر شه } I_G = 1.5 \text{ m}^4$$

$$E_c = E_1 = E_2 = E_4 = 2.1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{برجهای } I_1 = I_2 = 1 \text{ m}^4$$

$$\text{وزن مخصوص کابلها } c = 7800 \text{ kg/m}^3$$

$$q = \text{شدت با رگسترده روی عرضه}$$

نتایج تحلیل خطی و غیرخطی سازه شکل (۶) به ترتیب در جداول صفحه های

بعد آمده است.

استقلال

i	x_i (m)	y_i (m)	Δ_i (m)	F_i ton
١	٢٠	- ٠/٠٥٢٢٧٠٢	+ ٠/١٧٩٠٣٥٣	٨٥٦٢٤١/١٤
٢	٤٥	- ٠/٧٧١٩٩٧	٠/١٣٨٣٢٠٩	٣٥٧٦٣٢/٤٥
٣	٩٠	٠/٠٧٩٥٧٩٤	- ٠/٠٩٧٦٠٦٥	٤٢٨٦٧٠/٠٦
٤	١٨٠	٠/٢٨٩١٩٣٩	- ٠/٠٩٧٦٠٦٥	٣٥٥٢٤٧/٤٧
٥	٢٣٠	٠/٦٤٢١٧٨٢	- ٠/١٣٨٣٢٠٩	٥١٥٨٨٢/١
٦	٢٨٠	٠/٧٧٥٢١٥٩	- ٠/١٧٩٠٣٥٣	٧٧٦٥٦٢/٩٧
٧	٣٢٠	٠/٧٧٥٢١٥٩	- ٠/١٧٩٠٣٥٣	٧٧٦٥٧٢/٨١
٨	٣٧٠	٠/٦٤٢١٧٨٢	- ٠/١٣٨٣٢٠٨	٥١٥٨٧١/٥٦
٩	٤٢٠	٠/٢٨٩١٩٣٩	- ٠/٠٩٧٦٠٦٢	٣٥٥٢٦٠/١٧
١٠	٤٦٠	- ٠/٠٧٩٥٧٨٥	٠/٠٩٧٦٠٦٢	٤٢٨٦٦٩/٩٥
١١	٥٥٥	- ٠/٠٧٧١٩٨٥	٠/١٣٨٣٢٠٨	٣٥٧٦٣٣/٧٩
١٢	٥٨٠	- ٠/٠٥٢٢٦٩٣	٠/١٧٩٠٣٥٥	٨٥٦٢٤٤/٥٨

$$R_1 = 554630.2$$

$$R_2 = 552626.4$$

نتائج تحليل خطى شاذهشکل (٦)

تحليل خطی و غیرخطی ...

۸۷

i	x_i (m)	y_i (m)	Δ_i (m)	F_i ton
۱	۲۰	- ۰/۰۵۷۸۳۱۸	۰/۲۰۱۲۳۸۷	۸۱۶۰۷۹/۵
۲	۴۵	۰/۰۹۱۳۲۳۰	۰/۱۵۷۵۵۶۱	۳۵۸۳۱۶/۱
۳	۹۰	- ۰/۱۰۱۵۱۰۹	۰/۱۱۳۸۷۳۴	۴۶۹۸۴۳/۷
۴	۱۸۰	۰/۳۲۳۰۹۷۲	- ۰/۱۱۳۸۷۳۴	۳۵۲۱۰۲/۸
۵	۲۳۰	۰/۷۳۱۹۶۲۳	- ۰/۱۵۷۵۵۶۱	۵۷۲۱۲۹/۲
۶	۲۸۰	۰/۹۱۹۵۲۳۵	- ۰/۲۰۱۲۳۸۷	۷۱۸۱۸۲/۹
۷	۳۲۰	۰/۹۱۹۵۲۶۷	- ۰/۲۰۱۲۳۹۴	۷۱۸۱۹۴/۵۸
۸	۳۷۰	۰/۷۳۱۹۵۵۴	- ۰/۱۵۷۵۵۶۲	۵۷۲۱۱۷/۲۳
۹	۴۲۰	۰/۳۲۳۰۹۹۹	- ۰/۱۱۳۸۷۳	۳۵۲۱۱۶/۵
۱۰	۵۱۰	- ۰/۱۰۱۵۱۰۴	۰/۱۱۳۸۷۳	۴۶۹۸۴۲/۷
۱۱	۵۵۵	- ۰/۰۹۱۳۲۲۵	۰/۱۵۷۵۵۶۲	۳۵۸۳۱۷/۷
۱۲	۵۸۰	- ۰/۰۵۷۸۳۱۴	۰/۲۰۱۲۳۹۴	۸۱۶۰۸۷/۲

نتایج تحلیل غیرخطی سازه شکل (۶)

نتایج فوق نشان می‌دهد که شکل قرارگیری کابلها ظوری است که در تما می کابلها نیروی کافی برای بکار آفتد و موثر ایجاد کرده و اثرا ت غیرخطی آنها را بطور قابل ملاحظه ای کاهش می دهد . لذا یک روش

استقلال

مناسب برای کاهش اثرات غیرخطی در سازه‌های کابلی این است که
کابله را پیش‌تنیده کنیم که در قسمت دیگر مشروحا "به آن اشاره خواهد
شد".

تحليل خطى وغيرخطى ...

٨٩

مراجع

1. Podolny, W., Fleming, J.F., "Historical Development of Cable Stayed Bridges", ASCE Journal of Structural Engineering vol. 98, No. ST9, 1972 .
2. Tang, M.C., "Design of Cable Stayed Girder Bridges", ASCE Journal of Structural Engineering vol. 98, No. ST8, 1972
3. Troitsky, M.S., Cable Stayed Bridges, First ed., William Clowes and Sons, London, 1977 .
4. "Commentary On The Tentative Recommendation for Cable Stayed Bridge Structures", ASCE Jounal of Structural Engineering, vol. 103, No. ST5, 1977.
5. Baron, F., Ying Lien, S., "Analytical Studies of a Cable Stayed Girder Bridge", Computer and Structures, vol. 3, PP. 443-465, Pergamon Press 1973 .
6. Lazer, B.E., "Stiffness of Cable Stayed Bridges", ASCE Journal of Structural Engineering vol, 98, No. ST7, 1972.
7. Hejab, H., "Energy Analysis of Cable Stayed Bridge", ASCE Journal of Structural Engineering, vol. 112, No. 5, 1986 .

8. Lazer, B.E., Troitsky, M.S., and Douglass, M.M., "Load Balancing Analysis of Cable Stayed Bridges", ASCE Journal of Structural Engineering, vol. 98, No. ST8, 1972.