نشریه تحقیقاتی فنی ـ مهندسی‌استقلال، دانشگاه صنعتی اصفهان، شماره ۱۴ اسفندماه ۱۳۷۲

تحلیل دینامیکی سازه های نامتقارن متکی بر تکیه گاه لغزشی

محمد مهدی سعادتپور* - نصراله فلاح**

چکیده

هدف اصلی این مقاله تحقیق در مورد رفتار دینامیکی سازه های نا متقارن متکی بر پایه لغزشی است. برای نیل به این هدف از مدلی مطلوب که جوابگوی رفتار صلب - لغزشی پایه بوده و در عین حال کاربرد آن در معادلات اجزاء محدود ساده باشد استفاده شده است. به منظور دستیابی به حل مسأله، سطح تماس تکیه گاه لغزشی با تعدادی اجزاء برشی گسسته سازی شده است. برای دستیابی به حصول حل دقیق مسأله روش اجزاء محدود با رفتار صلب - پلاستیک کامل مورد استفاده قرارگرفته است. بر اساس مدل پیشنهاد شده و تهیه برنامه کامپیوتری مناسب مطالعات پارامتریک صورت گرفته و طیفهای مناسب پاسخ بر اساس شتابنگاشت زلزله ال سنترو ترسیم شده است. این طیفها مؤثر بودن تکیه گاه لغزشی را درکاهش پاسخ پیچشی به همان خوبی پاسخ خطی نشان می‌دهند.

---

* استادیاردانشکده مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی اصفهان

** عضو هیأت علمی بخش مهندسی عمران - دانشگاه گیلان

مقدمه

محافظت ساختمانها در مقابل زلزله ممکن است بر یکی از دو روش "تأمین مقاومت" و "جداسازی پایه[1]" صورت گیرد. در روش تأمین مقاومت که همان روش سنتی یا متداول طراحی در مقابل زلزله است، اجزاء ساختمان با ظرفیت کافی در مقابل حد اکثر نیروی ناشی از زلزله محتمل در طول عمر مفید ساختمان طراحی شده و شکل پذیری لازم برای آنها پیش بینی می شود، لکن در روش "جداسازی پایه" در حقیقت به جای تأمین ظرفیت سعی در کاهش شدت حقیقی زلزله اثر کننده به ساختمان می شود. مزیت روش اخیر در رفتار الاستیک سازه اصلی درهنگام وقوع یک زلزله شدید است. زیرا شدت زلزله قبل از اثر گذاری برروی سازه اصلی کاهش می یابد.

جداسازی پایه ساختمان نه تنها در سازه های دو بعدی در قالب کاهش شدت زلزله ورودی باعث تنزل پاسخ می شود [۱ تا۶] ، بلکه در سازه های نامتقارن سه بعدی علاوه بر کاهش شدت زلزله در تغییر وضعیت مرکز سختی نسبت به مرکز جرم نیز مؤثر واقع می شود [۳]. پاسخ زلزله ساختمانها، وقتی که رفتار سازه خطی فرض شود، توسط محققین مختلف در طول سالیان بررسی شده است. برای چنین سیستمهایی پارامترهای کنترل کننده و اثر هر یک از این پارامترها برروی رفتار سیستم، و از جمله اثر کوپله بودن حرکت پیچشی و خطی مطالعه شده است [۶ و ۷]. مبنای مقایسه برای بررسی کمی عوامل مؤثر، سازه متناظر غیر کوپله است.

نتایج مطالعات خطی سازه های کوپله به دلیل رفتار غیر خطی الاستیک - پلاستیک این سازه ها در مقابل حرکت شدید زلزله نمی تواند مستقیماً برای طراحی مورد استفاده قرار گیرد. لذا برای دستیابی به نتایج مطلوبتر و وقوف به رفتار حقیقی لازم است مطالعات بیشتری با فرض غیر خطی بودن رفتار صورت گیرد. چنین مطالعه ای به صورت نسبتاً کاملی برای سازهٔیک طبقه توسط کریستوفروچوبرا صورت گرفته است [۶]. بر مبنای این مطالعه نتیجه می شود که پاسخ سازه های غیرمتقارن علاوه بر پارامترهای مطروحه در رفتار خطی این سازه ها، به تراز تسلیم یا مقاومت برشی و گشتاور پیچشی نیز وابسته است.

به منظور احتراز از پیچیدگیهایی که در برخورد عملی با سازه های ساده غیر متقارن با آن مواجه

1- Base Isolation

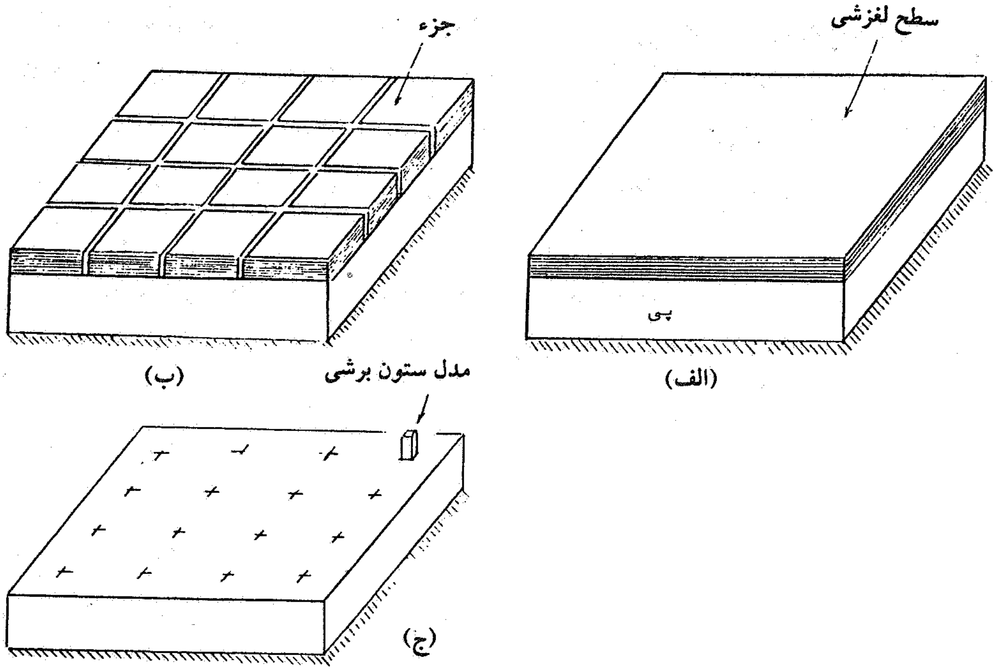
هستیم، به عنوان جایگزینی برای تأمین استحکام لازم اعضا، می توان به جداسازی سازه از زمین اقدام نمود [۵]. از روشهای امکانپذیر جداسازی ارتعاشی یک ساختمان از زمین می توان استفاده ازپایه لغزشی را نام برد. پایه لغزشی به نحو مؤثری در تخفیف شتاب القایی زمین به سازه اصلی کارا بوده و تحلیل دینامیکی چنین پایه ای توسط محققین مختلف انجام یافته است [۵]. اماتا آنجاکه از مراجع بر می‌آید رفتار پیچشی یک سیستم لغزشی نامتقارن هنوز مورد مطالعه چندانی قرار نگرفته است. تأکید اصلی مقاله حاضر بر آنالیز دینامیکی سازه های لغزشی نامتقارن است. برای رسیدن به چنین هدفی محیط پیوسته تکیه گاه لغزشی مطابق شکل ۱ به تعداد محدودی اعضاء تجزیه می‌شود و با این کار بررسی رفتار لغزشی تکیه گاه تحت نیروی برشی و گشتاور پیچشی به روش اجزاء محدود میسر می‌شود. هر یک از این اجزا که به منزله یک ستون کوچک صلب است با یک فنر الاستیک - پلاستیک کامل[۱] با سختی بسیار زیاد (مثلاً از مرتبه 10^4 برابر سختی ستونهای سازه اصلی) و با مقاومت محدود متناظر با مقاومت لغزشی سطح مدل می شود (شکل ۱). البته واضح است در صورتی که رفتار پایه الاستیک فرض شود، به دلیل وجود اثرات متقابل بین اجزایی که در شکل ۱-ب نشان داده شده است تنها در شرایطی این مدل مطلوب خواهد بود که فرضیات کلی گسسته سازی[۲] محیط الاستیک مراعات شود. با توجه به سختی بسیار زیاد و نسبتاً نامحدود پایه این اثرات متقابل بی اهمیت جلوه می کنندو لذا ممکن است هر جزء به شکل یک ستون برشی با سختی بسیارزیاد ومقاومت محدود در نظر گرفته شود.

معادلات سیستم

برای فرمولبندی معادلات یک سیستم سازه ای با عدم تطابق مراکز جرم و سختی برروی یک تکیه گاه لغزشی، مدل ساده شکل ۲ را در نظر می گیریم. لایه لغزشی بین زمین و سازه را می توان به صورت یک سطح مسطح در نظر گرفت که در هر نقطه آن رفتار صلب - لغزشی وجود دارد، به این نحو که تا هنگام فرا نرسیدن تنش لغزشی تمایلی به حرکت نسبی پایه نسبت بـه این سطح وجـود

1- Rigid - Perfectly Plastic

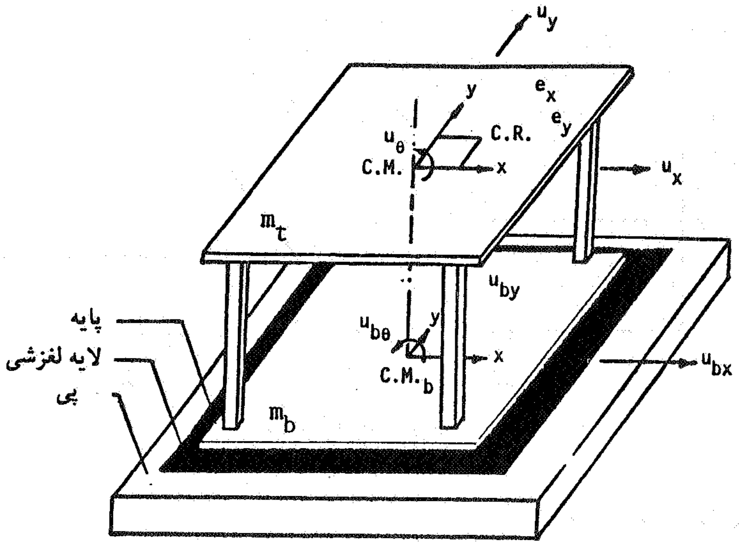
2- Discretization



شکل ۱ - مدل ستون کوچک برای تکیه گاه لغزشی

ندارد و با فرا رسیدن این مقدار حدی تمایل به حرکت به وجود می آید. با فرارسیدن حد لغزشی تمام نقاط سطح، حالت ثابت بودن پایه سازه اصلی به زمین از بین می رود و سازه به وضعیت مکانیزم در می آید. در این مقاله فرضیات زیر مورد توجه قرار می گیرند: (۱) ضریب اصطکاک بین سطوح لغزشی در حین حرکت سازه ثابت می ماند، (۲) رفتار سازه الاستیک خطی است، (۳) سطح تحتانی لغزشی نسبت به زمین هیچ حرکت خطی و دورانی یا پیچشی ندارد.

به منظور مدل نمودن حرکت لغزشی پایه ابتدا مطابق شکل ۱- ب پایه را به تعداد محدودی اجزاء تقسیم کرده و با توجه به محدود بودن ابعاد هر جزء خاصیت لغزشی آن را در مرکز خودش به صورت متمرکز در نظر می گیریم (شکل ۳- الف). همچنین به منظور فائق آمدن بر مشکلات محاسباتی رفتار صلب - لغزشی هر جزء، آن جزء در قالب یک ستون الاستیک - پلاستیک کامل مدل می شود (شکل ۳- ب). در این مدل سختی جانبی ستون بسیار بزرگ اختیار می شـــود و در

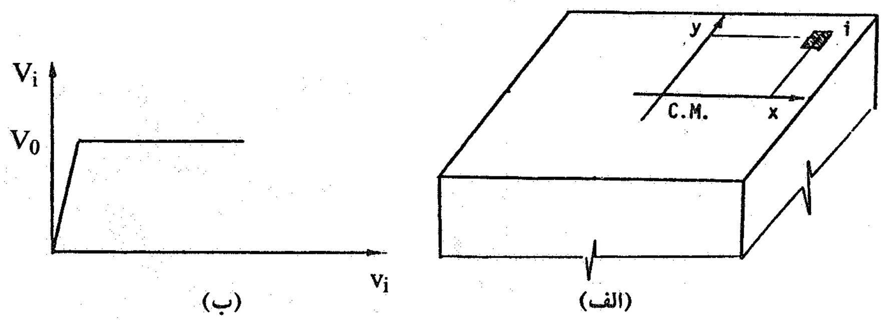


شکل ۲ - سازه سه بعدی بر روی تکیه گاه لغزشی

ضمن حد پلاستیک آن همان حد لغزشی جزء مربوطه خواهد بود. چنین مدلی قبلاً نیز برای حرکت لغزشی خطی مورد استفاده قرار گرفته و نتایج مطلوب آن تأیید شده است [۴]. علاوه بر آن، از آنجا که در یک رفتار حقیقی زمین زیر پی هرگز به صورت صلب کامل عمل نمی کند انتخاب یک ضریب سختی غیر نامحدود برای اجزاء مدل توجیه پذیر است.

سیستم سازه ای ۳ درجه آزادی شکل ۲ متکی بر تکیه گاه لغزشی را در نظر می گیریم. این تکیه گاه ۳ درجه آزادی اضافی در سیستم را معرفی می کند و لذا کل درجات آزادی دستگاه ۶ درجه خواهد بود. سیستم سازه اصلی ۳ درجه آزادی شکل ۲ ممکن است حقیقتاً ۳ درجه آزادی بوده و یا ... یک سیستم سازه های N درجه آزادی باشد که در آن N تعداد طبقات است. چنین کاهش درجات آزادی با توجه به ارتعاش غالب سیستمهای ایزوله شده در مودهای اولیه ارتعاشی معقول به نظر می‌رسد.

برای سیستم سازه ای شکل ۲ با درجات آزادی نشان داده شده در روی شکل معادلات حرکت دینامیکی چنین است [۸]:



شکل ۳ - جزء i همراه با منحنی نیرو - جابجایی آن

$$\underline{M}\,\ddot{\underline{U}} + \underline{C}\,\dot{\underline{U}} + \underline{K}\,\underline{U} = -\underline{M}\,\underline{p}\,\ddot{v}_g \qquad (1)$$

که در آن $\underline{M}$ ماتریس جرم، $\underline{C}$ ماتریس استهلاک، $\underline{K}$ ماتریس سختی همگی با ابعاد ۶×۶ و $\underline{U}$ بردار جابجایی و $\underline{p}$ ماتریس انتقال استاتیکی حرکت زمین به درجات آزادی است(ضمیمه ۱).

در معادله (۱) ماتریس سختی یک ماتریس ثابت نبوده و با قرارگرفتن هر یک از اجزاء پایه در شرایط لغزشی، سختی آن از سختی کلی سطح لغزشی حذف می‌شود. بنابراین در هر مرحله حل معادله (۱) لازم است وضعیت جدید ماتریس $\underline{K}$ مشخص شود. حل نموی که بعداً به تشریح آن خواهیم پرداخت نیاز به وارونه کردن ماتریس سختی مؤثر دارد که وقت گیر و هزینه بر است. به منظور دستیابی به یک روش حل مناسبتر دستگاه معادله (۱) را به دو دسته معادلات سه تایی تفکیک می کنیم. برای این کار ابتدا به جای اندازه‌گیری متداول بردار جابجایی سازه اصلی نسبت به زمین، آن را نسبت به جابجایی یا حرکت پایه تعریف می کنیم، اگراین بردار با $\underline{v}$ مشخص شود و در یک نام‌گذاری مجدد جابجاییهای پایه با v_b نشان داده شود رابطه زیر برقرار خواهد بود:

$$\underline{U} = \underline{T}\begin{bmatrix} \underline{v} \\ \underline{v}_b \end{bmatrix} \qquad (2)$$

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_{bx} \\ r\,u_\theta \\ r_b u_{b\theta} \\ u_y \\ u_{by} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & r/r_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_x \\ r\nu_\theta \\ \nu_y \\ \nu_{bx} \\ r_b\nu_{b\theta} \\ \nu_{by} \end{bmatrix}$$

در این معادلات اندیسهای x، θ و y به ترتیب برای راستای x، θ و y بکار رفته و اندیس b تعلق جابجایی مربوطه را به حرکت لغزشی پایه نشان می دهد. r_b و r به ترتیب شعاعهای ژیراسیون پایه و سازه اصلی هستندو یکسان فرض می شوندو درضمن ازدرجه آزادی $r\theta$ به‌جای θ استفاده شده‌است.

با اعمال ماتریس تبدیل $\underline{T}$ به ماتریسهای خواص در معادله (۱)، این معادله به دو دسته معادلات سه تایی تفکیک می شوند که به صورت زیر خواهند بود:

$$\underline{m}\,\ddot{\underline{v}} + \underline{c}\,\dot{\underline{v}} + \underline{k}\,\underline{v} = -\underline{m}\,\ddot{\underline{v}}_g - \underline{m}\,\ddot{\underline{v}}_b \qquad \text{(۳ - الف)}$$

$$(\underline{m} + \underline{m}_b)\,\ddot{\underline{v}}_b + \underline{c}_b\dot{\underline{v}}_b + \underline{k}_b\,\underline{v}_b = -(\underline{m}+\underline{m}_b)\,\ddot{\underline{v}}_g - \underline{m}\,\ddot{\underline{v}} \qquad \text{(۳ - ب)}$$

به طوری که :

$$\underline{m} = m\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \;,\; \underline{k} = \begin{bmatrix} k_x & -\frac{e_y}{r}k_x & 0 \\ -\frac{e_y}{r}k_x & k_\theta & \frac{e_x}{r}k_y \\ 0 & \frac{e_x}{r}k_y & k_y \end{bmatrix} \qquad \text{(۴ -الف)}$$

$$\underline{m}_b = m_b \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad , \quad \underline{k}_b = \begin{bmatrix} k_{bx} & -\dfrac{e_{by}}{r_b} k_{bx} & 0 \\ -\dfrac{e_{by}}{r_b} k_{bx} & k_{b\theta} & \dfrac{e_{bx}}{r_b} k_{by} \\ 0 & \dfrac{e_{bx}}{r_b} k_{by} & 0 \end{bmatrix} \qquad (۴ - ب)$$

و $\underline{c}$ و $\underline{c}_b$ به ترتیب ماتریسهای استهلاک سازه اصلی و پایه لغزنده هستند و ماتریس اخیر را می توان صفر فرض کرد.

مزیت فرمول سازی فوق در این است که هر دو دستگاه معادلات (۳)، دارای ۳ معادله بوده و در ضمن تنها ماتریس مشخصه که ممکن است تغییر کند ماتریس سختی $\underline{k}_b$ است که بعداً در باره آن بحث خواهیم کرد.

فرم نموی معادلات تعادل و حل آنها

با توجه به فرم گسسته برداری تحریک $\ddot{\underline{v}}_g$ که در فواصل زمانی بسیار کوچک ارائه می شود و نیز با در نظر گرفتن متغیر بودن ماتریس سختی $\underline{k}_b$، طبیعتاً روش حل معادلات (۳) یک روش نموی است. بنابراین ابتدافرم نموی معادلات (۳) با نادیده گرفتن $\underline{c}_b$ حنین می شود:

$$\underline{m}\,\Delta\ddot{\underline{v}} + \underline{c}\,\Delta\dot{\underline{v}} + \underline{k}\,\Delta\underline{v} = -\underline{m}\,\Delta\ddot{v}_g - \underline{m}\,\Delta\ddot{\underline{v}}_b \qquad (۵ - الف)$$

$$\underline{m}_t\,\Delta\ddot{\underline{v}}_b + \underline{k}_b\,\Delta\dot{\underline{v}}_b = -\underline{m}_t\,\Delta\ddot{v}_g - \underline{m}\,\Delta\ddot{\underline{v}} \qquad (۵ - ب)$$

که در آن $\underline{m}_t = \underline{m}_b + \underline{m}$ مجموع ماتریسهای جرم پایه و سازه اصلی بوده و علامت Δ در جلوی هر کمیت پاسخ برداری $\underline{R}$ چنین معنی می دهد.

$$\Delta \underline{R} = \underline{R}^{t+\Delta t} - \underline{R}^{t} \qquad (۶)$$

الگوهای مختلفی برای حل معادلات (۵) وجود دارد. هر گاه الگوی مورد نظر انتخاب شود معادلات (۵) بازهم ساده تر می شوند، به طوری که به جای استفاده توأم از دو دستگاه معادلات می‌توان آنها را به یک دستگاه تبدیل نمود. هر گاه از الگوی شتاب - ثابت استفاده شود می‌توان نوشت:

$$\overline{\underline{m}}\,\Delta \ddot{\underline{v}} = \Delta \underline{P} - \underline{m}\,\Delta \ddot{\underline{v}}_b \qquad (\text{۷ - الف})$$

$$\tilde{\underline{m}}\,\Delta \ddot{\underline{v}}_b = \Delta \tilde{\underline{P}} - \underline{m}\,\Delta \ddot{\underline{v}} \qquad (\text{۷ - ب})$$

به طوری که

$$\overline{\underline{m}} = \underline{m} + \frac{\Delta t}{2}\underline{c} + \frac{\Delta t^2}{6}\underline{k} \qquad (\text{۸ - الف})$$

$$\tilde{\underline{m}} = \underline{m} + \frac{\Delta t^2}{6}\underline{k}_b \qquad (\text{۸ - ب})$$

$$\Delta \underline{P} = -\underline{m}\,\ddot{\underline{v}}_g - (\Delta t\,\underline{c} + \frac{\Delta t^2}{6}\underline{k})\ddot{\underline{v}} - \Delta t\,\underline{k}\,\dot{\underline{v}} - (\underline{m}\ddot{\underline{v}} + \underline{c}\dot{\underline{v}} + \underline{k}\underline{v}) \qquad (\text{۹ - الف})$$

$$\Delta \tilde{\underline{P}} = -\underline{m}_t\,\ddot{\underline{v}}_g - (\frac{\Delta t^2}{6}\ddot{\underline{v}}_b - \Delta t\,\dot{\underline{v}}_b)\underline{k}_b - (\underline{m}_t\,\ddot{\underline{v}}_b + \tilde{\underline{F}}) - \underline{m}\ddot{\underline{v}} \qquad (\text{۹ - ب})$$

و $\tilde{\underline{F}}$ نیروی بازگرداننده است. کلیه پارامترهای موجود در سمت راست معادلات (۸) و (۹) در ابتدای گام زمانی معین هستند.

اکنون با حل معادله (۷ - الف) برای $\Delta\ddot{\underline{v}}$ و قرار دادن جواب در معادله (۷ - ب) نمو بردار شتاب پایه، $\Delta\ddot{\underline{v}}_b$ به دست می آید.

$$\Delta\ddot{\underline{v}} = \underline{m}^{-1}(\Delta\underline{P} - \underline{m}\Delta\ddot{\underline{v}}_b) \quad (۱۰)$$

$$(\tilde{\underline{m}} - \tilde{\underline{m}}\,\overline{\underline{m}}^{-1}\underline{m})\Delta\ddot{\underline{v}}_b = \Delta\tilde{\underline{P}} - \tilde{\underline{m}}\overline{\underline{m}}^{-1}\Delta\underline{P} \quad (۱۱)$$

در معادلات فوق ماتریس $\overline{\underline{m}}$ یک ماتریس ثابت بوده و لذا در صورت ثابت نگهداشتن گام زمانی Δt کافی است فقط برای یک مرتبه معکوس آن محاسبه شده و همواره مورد استفاده قرار گیرد. از حل معادله (۱۱) بردار $\Delta\ddot{\underline{v}}_b$ تعیین می شود که با قرار دادن آن در معادله (۱۰) بردار $\Delta\ddot{\underline{v}}$ به دست می آید، سپس با استفاده از معادلات زیر برای هر دو کمیت $\underline{v}$ و $\underline{v}_b$ محاسبات تکمیل می شود.

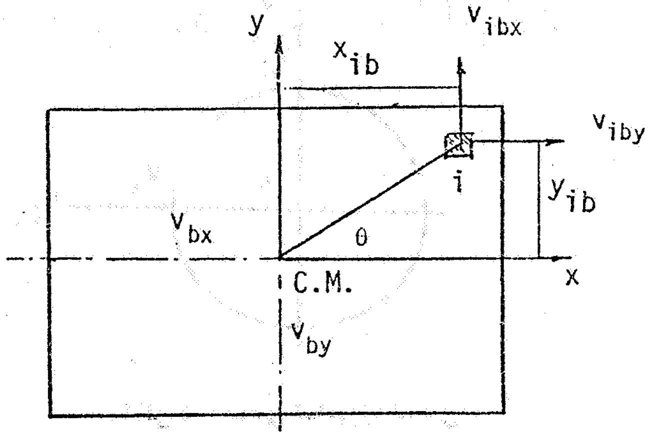
$$\Delta\dot{\underline{R}} = \ddot{\underline{R}}\,\Delta t + \Delta\ddot{\underline{R}}\frac{\Delta t}{2} \quad (۱۲ - الف)$$

$$\Delta\underline{R} = \dot{\underline{R}}\,\Delta t + \ddot{\underline{R}}\frac{\Delta t^2}{2} + \Delta\ddot{\underline{R}}\frac{\Delta t^2}{6} \quad (۱۲ - ب)$$

فاز لغزشی و غیر لغزشی

حل معادلات (۱۱) و (۱۲) تا زمانی که ماتریس سختی پایه $\underline{k}_b$ بدون تغییر بماند. یعنی هیچ یک از اجزاء پایه از حالت لغزشی به غیر لغزشی و بالعکس ویا از یک حالت لغزشی به حالت دیگر لغزشی تغییر فاز ندهند، بدون اصلاح ماتریسهای ضرایب و فقط با اصلاح بردارهای $\Delta\underline{P}$ و $\Delta\tilde{\underline{P}}$ به سادگی انجام می گیرد. این عدم اصلاح ماتریس $\underline{k}_b$ به مفهوم صرفه جویی در مثلثی کردن ماتریس ضریب در معادله (۱۱) در هرگام زمانی محاسبات است. واضح است که با تغییر وضعیت هر یک از اجزاء پایه ماتریس سختی $\underline{k}_b$ تغییر می کند، ولذا لازم است در گام جدید محاسباتی از ماتریس اصلاح شده $\underline{k}_b$ استفاده کرد.

ملاک تغییر وضعیت هر یک از اجزاء پایه را می توان از روی سطح تسلیم و راستای افزایش جابجایی بر اساس اصول پلاستیسیته تعیین کرد. برای این منظور لازم است ابتداءمؤلفه های نمو جابجایی هر جزء مشخص شود. با دقت در شکل ۴ این محاسبه به صورت زیر انجام می‌پذیرد:



شکل ۴ - مؤلفه های جابجایی جزء i

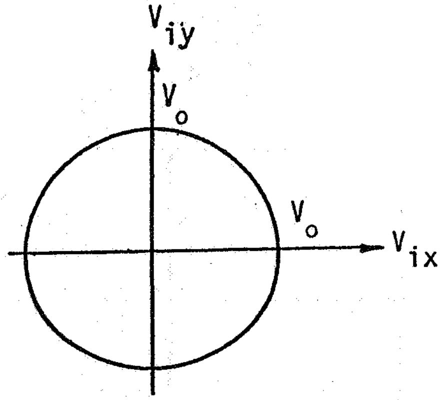
$$\Delta v_{ibx} = \Delta v_{bx} - y_{ib}\Delta v_{b\theta}$$
$$\Delta v_{iby} = \Delta v_{by} + x_{ib}\Delta v_{b\theta} \qquad (14)$$

حرکت از فاز غیر لغزشی به فاز لغزشی - فاز لغزشی عضو i ام وقتی در شرف انجام است که وضعیت نیروی برشی در جزء مورد نظر روی مرز تسلیم قرار گیرد، برای دستیابی به وضعیت نیروی برشی جزء i از معادلات زیر استفاده می شود که در آن اندیسهای 0 و 1 دو گام متوالی را نشان می‌دهد.

$$v_{ix}^{1} = v_{ix}^{0} + k_{ibx}\Delta v_{ibx}$$
$$v_{iy}^{1} = v_{iy}^{0} + k_{iby}\Delta v_{iby} \qquad (15)$$

به طوری که $k_{ibx} = k_{iby}$ سختی جزء i ام پایه بوده و برای سهولت محاسبات برای تمام اجزاء پایه ای یکسان فرض می شود. آستانه لغزش برای جزء i ام وقتی فرا می رسد که معادله

$$\left(\frac{V_{ix}}{V_0}\right)^2 + \left(\frac{V_{iy}}{V_o}\right)^2 = 1 \qquad (16)$$



شکل ۵ - منحنی تسلیم پایه لغزشی

که در حقیقت معادله منحنی تسلیم است ارضا شود. در این معادله V_0 حد لغزش جزء پایه است. ترسیم معادله (۱۶) در شکل ۵ نشان داده شده است. ماتریس سختی مماسی پایه سازه در هر وضعیت تغییر شکل با استفاده از روشی که توسط کان وجوپرا ارائه شده است [۶]، به صورت زیر نوشته می شود:

$$\underline{k}_b = \underline{k}_b^e - \underline{k}_b^c \qquad (۱۷)$$

به طوری که $\underline{k}_b{}^e$ همان ماتریس $\underline{k}_b$ در شرایطی است که کلیه اجزاء پایه در رژیم الاستیک باشند، یعنی هنوز در آستانه لغزش قرار نگرفته باشند. این ماتریس در معادله (۴ - ب) داده شده است. ماتریس $\underline{k}_b{}^c$ ماتریس تصحیحی به خاطر تغییر وضعیت یک یا چند جزء پایه از رژیم الاستیک به رژیم پلاستیک و یا از یک وضعیت پلاستیک به وضعیت دیگر پلاستیک است. بنابراین ماتریس $\underline{k}_b{}^c$ را در حالت کلی می توان از حاصل جمع زیر به دست آورد:

$$\underline{k}_b^c = \sum_i^{N_p} \underline{k}_{ib}^c \qquad (۱۸)$$

به طوری که N_p تعداد اجزاء پلاستیک است. ماتریس k^c_{ib} را می توان به کمک اصول پلاستیسیته محاسبه کرد. برای حالت وجود تقارن نسبت به محور y که موجب صفر شدن e_x و در نتیجه تا حدودی ساده شدن محاسبات می شود بدون این که لطمه ای به کلیت حل واود شود، ماتریس k^c_{ib} محاسبه شده است [۶]. واضح است در این حالت خاص درجات آزادی ۳ و ۶ با دیگر درجات آزادی غیر کوپله بوده و بعد ماتریسهای خواص معادلات (۴) به ۲ تقلیل پیدا می کند.

حفظ وضعیت لغزشی یا بازگشت به وضعیت غیر لغزشی - هر گاه عضوی با شماره i در ابتدای گام زمانی در حالت پلاستیک باشد، با انجام محاسبات و تکمیل گام زمانی وضعیت جدید عضو پس از تعیین افزایش کار پلاستیک، ΔW_i^p، برای آن عضو مشخص می شود. افزایش کار پلاستیک توسط رابطهٔ زیر تعریف می شود:

$$\Delta W_i^p = (\underline{S}_{ib})^T \, \Delta \underline{v}_{ib}^p \qquad (۱۹)$$

به طوری که $\underline{S}_{ib}$ بردار نیروی مقاوم برای عضو iام و $\Delta \underline{v}^p_{ib}$ نمو جابجایی پلاستیک است. نمو جابجایی پلاستیک از تفریق نمو جابجایی الاستیک از نمو جابجایی محاسبه شده بر اساس معادله (۱۴) بدست می آید. نمو جابجایی الاستیک به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\underline{v}_{ib}^e = (\underline{k}_{ib}^e)^{-1} \, \Delta \underline{S}_{ib} \qquad (۲۰)$$

که این نمو متناظر با درجات آزادی x، θ و y است.

مثال عددی

خصوصیات سیستم انتخابی - روش اجزاء محدود صلب - پلاستیکی که در بالا به توضیح آن پرداخته شد به طور موفقیت آمیزی برای سیستمهای لغزشی متقارن مورد استفاده قرار گرفته است [۴].

از آنجاکه تعیین طیفهای پاسخ سازه نامتقارن لغزشی وقت‌گیر و پر هزینه است، جهت تقلیل زمان لازم و تسهیل در محاسبات از یک سازه نمونه متقارن نسبت به محور y ($e_x = 0$) برای استخراج نتایج استفاده شده است. پارامترهای مورد بررسی عبارتند از:

$$\beta = \frac{m}{m_b}, \mu, \xi, T_x, \frac{e_x}{r}, \frac{\omega_\theta}{\omega_x}$$

به‌طوری که μ ضریب اصطکاک، ξ ضریب استهلاک و ω_θ و ω_x به ترتیب فرکانس دورانی و جانبی سازه غیر کوپله هستند. محدوده ای که برای هر یک از پارامترهای فوق انتخاب شده محدوده ای است که مشخصه های اغلب سازه های ساختمانی در آن محدوده قرار می گیرند. برای تحریک سیستم از مؤلفه شمالی - جنوبی شتابنگاشت زلزله ۱۹۴۰ امپریال ولی (ال سنترو) استفاده شده است. به منظور حفظ همگرایی ودقت جوابها و همچنین حساسیت زیاد سیستم در شرایط انتقال فاز غیر لغزشی به لغزشی و بالعکس در هر گام، طول هر گام زمانی به اندازه کافی کوچک انتخاب شده‌است. ماتریس سختی پایه در طول هرگام ثابت فرض شده است، در حالی که ممکن است یک یا چند جزء پایه از حالت غیر لغزشی به لغزشی و یا بالعکس و یا تغییر وضعیت لغزشی تغییر فاز دهند. خطای حاصل از چنین فرضی با در نظرگرفتن نیروهای نامتوازن در انتهای هرگام زمانی جبران می‌شود. در صورت نیاز می توان از یک الگوی تکراری استفاده کرد.

طیفهای پاسخ - در شکلهای ۶ و ۷ به ترتیب طیفهای پاسخ شتاب مطلق خطی در راستای x و شتاب مطلق دورانی نظیر جرم فوقانی برای مقادیر مختلف ضریب اصطکاک μ رسم شده است. در اینجا هماهنگ با نتایج ارائه شده توسط دیگران [۱، ۲، ۴] برای ساختمانهای متقارن مشاهده می‌شود که طیف شتاب مطلق اعم از جانبی و یا پیچشی باکاهش ضریب اصطکاک تقلیل می یابد و برای ضرایب اصطکاک کوچکتر مقادیر این طیفها تقریباً مستقل از پریودسازه نظیر است. روند کاهش ارتفاع طیف برای هر دو درجهٔ آزادی تقریباً یکسان است.

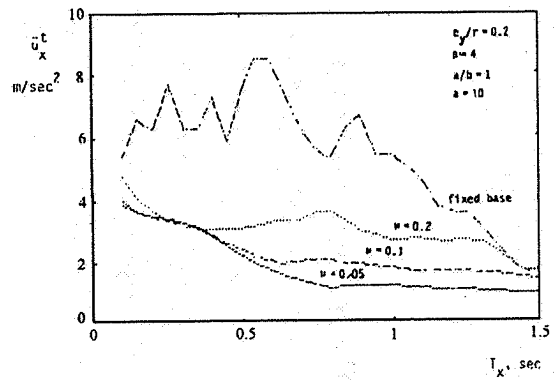
در شکلهای ۸ و ۹ طیفهای شتاب مطلق نظیر ضریب اصطکاک $\mu = 0.1$ برای سه مقدار متفاوت نسبت جرم فوقانی به جرم پایه ، β نشان داده شده است. مشاهده می شود اثر نسبت جرم روی طیف پاسخ شتاب قابل توجه بوده و هر چه قدر نسبت جرم زیادتر باشد، وابستگی طیف به پریود

کمتر شده و کاهش مقدار طیف نیز بیشتر است. البته نتیجهٔ اخیر برای حرکت جانبی در پریودهای پایین صادق نیست.

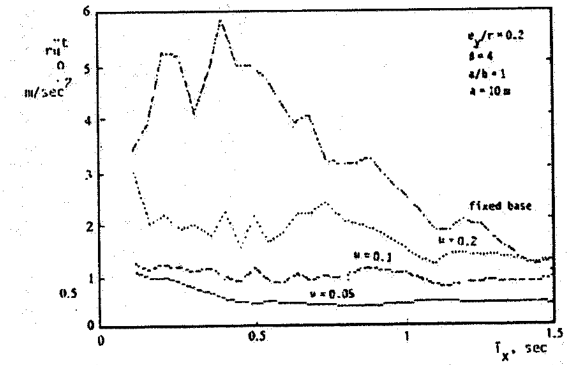
شکلهای ۱۰ و ۱۱ طیفهای پاسخ جابجاییهای نسبی جرم فوقانی نسبت به پایه را نشان می دهند. به طوری که ملاحظه می شود تکیه گاه لغزشی قادر است ماکزیمم جابجاییهای نسبی جانبی و پیچشی سازه اصلی را به نحو مؤثری کنترل کند. از این شکلها استنباط می شود که تکیه گاه لغزشی در کنترل جابجایی جرم اصلی نسبت به پایه برای سازه های کوتاه پریود مؤثرتر است تا برای سازه‌های بلند پریود. شکلهای ۱۲ و ۱۳ اثرات نسبت جرم β برروی جابجایی نسبی را نشان می‌دهند. واضح است که با افزایش نسبت β تراز طیف جابجایی نسبی پایین می آید واین نتیجه سازگار با نتیجه ای است که در شکلهای ۸ و ۹ به آن دست یافتیم.

در شکلهای ۱۴ و ۱۵ حداکثر جابجایی لغزشی جانبی و پیچشی متناظر با سه مقدار متفاوت μ ارائه شده است. به طوری که مشاهده می شود هیچ نظم خاصی بر این جابجاییها مرتب نیست. اما می توان ادعا کرد که میانگین جابجایی لغزشی جانبی با کاهش ضریب اصطکاک افزایش می یابد؛ در صورتی که برای جابجایی لغزش پیچشی تغییر چندانی در این میانگین محسوس نیست.

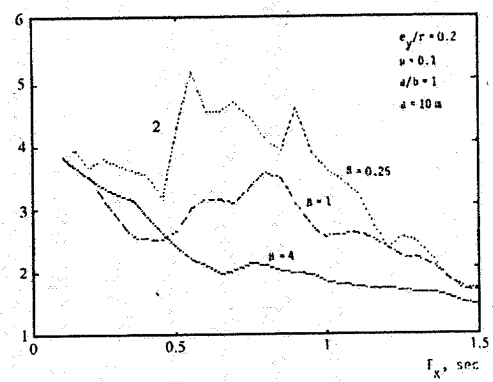
اثر پارام e_y/r در روی رفتار یک سیستم سه بعدی پیچشی در شکلهای ۱۶ تا ۱۹ مورد توجه قرار گرفته است. در شکل ۱۶ ماکزیمم جابجایی نسبی جرم اصلی به جرم پایه برای یک سیستم غیر لغزشی با مقادیر مختلف e_y/r نشان داده شده است، در صورتی که شکل ۱۷ تکرار شکل ۱۶ برای یک سیستم لغزشی با ضریب لغزشی $\mu = 0.1$ است . به طوری که از شکل ۱۷ استنباط می شود در یک سازه لغزشی نامتقارن نسبت e_y/r در ماکزیمم جابجایی جانبی نامحسوس است. شکلهای ۱۸ و ۱۹ به ترتیب ماکزیمم پیچش نسبی سازه نامتقارن با پایه ثابت و پایه لغزشی را نشان می دهند. مقایسه این دو شکل نشان می دهد که روند تغییرات منحنی ها تقریباً مشابه بوده و پایه لغزشی باعث کاهش پیچش نسبی می شود.



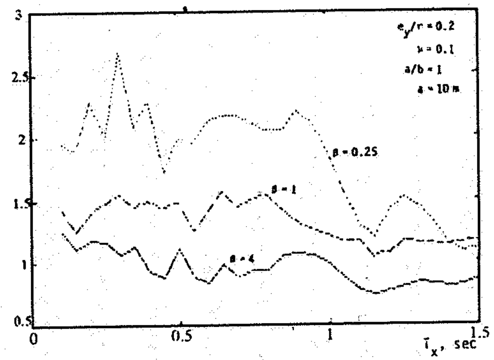
شکل ۶ - ماکزیمم شتاب مطلق جانبی جرم فوقانی



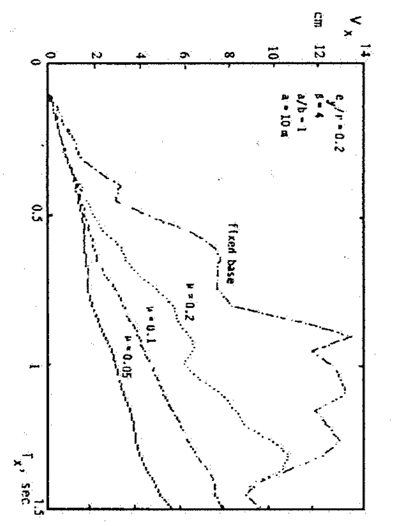
شکل ۷ - ماکزیمم شتاب مطلق پیچشی جرم فوقانی



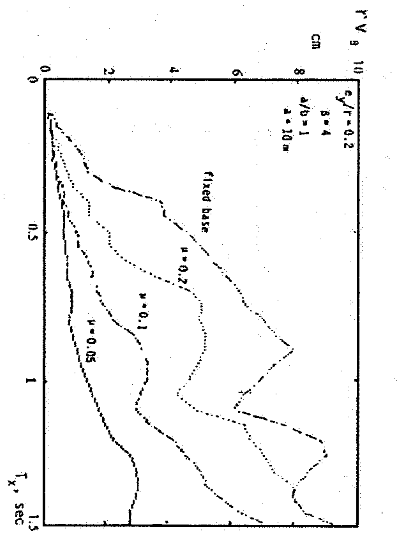
شکل ۸ - ماکزیمم شتاب مطلق جانبی جرم فوقانی



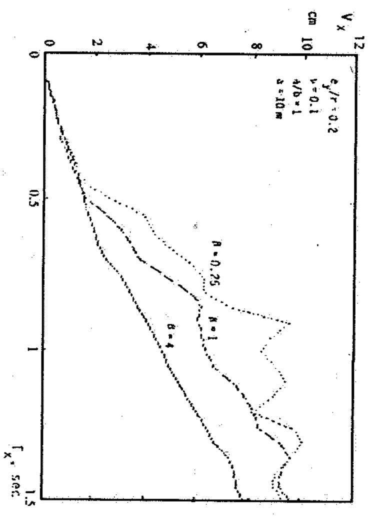
شکل ۹ - ماکزیمم شتاب مطلق پیچشی جرم فوقانی



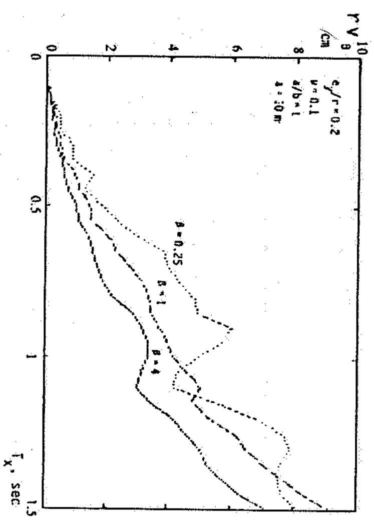
شکل ۱۰ - ماکزیمم جابجایی نسبی جانبی جرم فوقانی



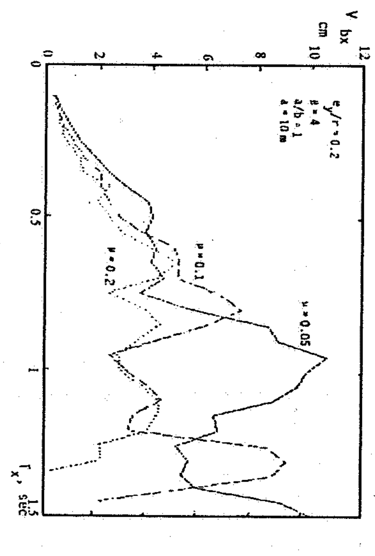
شکل ۱۱ - ماکزیمم جابجایی نسبی پیچشی جرم فوقانی



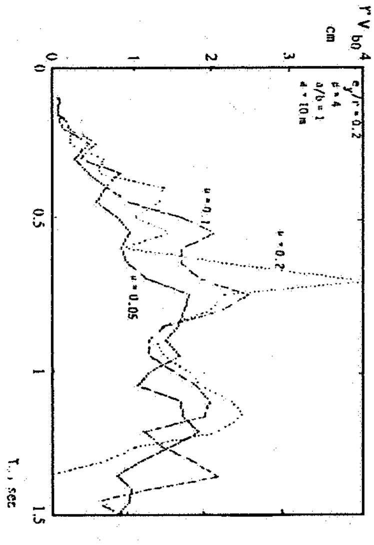
شکل ۱۲ - ماکزیمم جابجایی نسبی جانبی جرم فوقانی



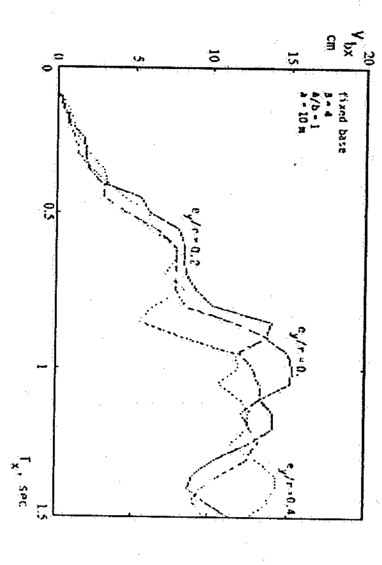
شکل ۱۳ - ماکزیمم جابجایی نسبی پیچشی جرم فوقانی



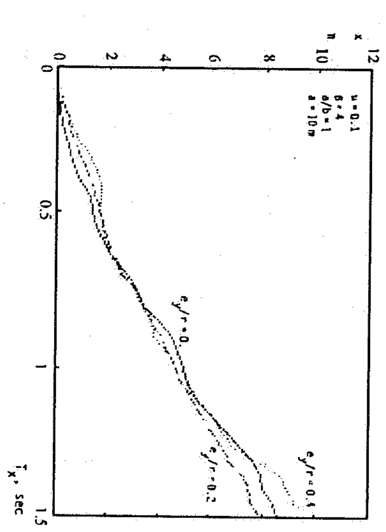
شکل ۱۴ - ماکزیمم جابجایی لغزشی جانبی



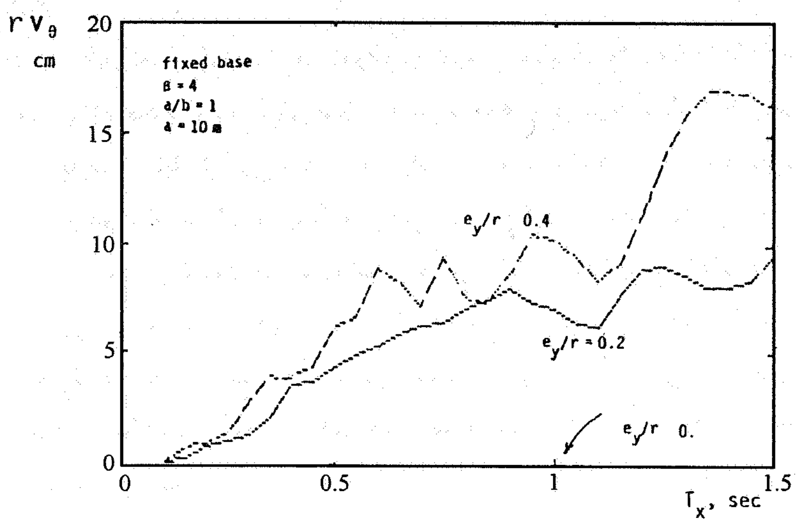
شکل ۱۵ - ماکزیمم جابجایی لغزشی پیچشی



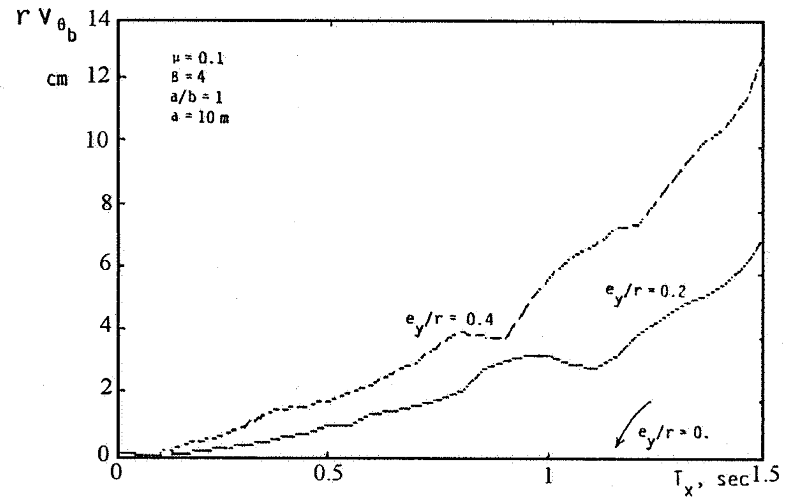
شکل ۱۶ - ماکزیمم جابجایی جانبی در سازه با پایه ثابت



شکل ۱۷ - ماکزیمم جابجایی نسبی جانبی در سازه ایزوله شده



شکل ۱۸ - ماکزیمم جابجایی پیچشی در سازه با پایه ثابت



شکل ۱۹ - ماکزیمم جابجایی نسبی پیچشی در سازه ایزوله شده

نتیجه گیری

به همان نحوی که در مورد سازه های دو بعدی لغزشی تحقیقات نشان داده است که با انتخاب مناسب ضریب اصطکاک میزان انرژی القائی به این سازه ها و در نتیجه شتاب مطلق ماکزیمم در هنگام زلزله به میزان قابل توجهی تخفیف می یابد، در مورد سازه های سه بعدی لغزشی نیز هم مؤلفه خطی و هم مؤلفه دورانی شتاب کاهش می یابد. این کاهش شتاب بستگی به مقدار ضریب اصطکاک دارد. همچنین نسبت جرم سازه اصلی به جرم پایه در طیف پاسخ شتاب مؤثر بوده و با بزرگتر شدن این نسبت وابستگی طیف به پریودکم می شود. کاهش ضریب اصطکاک باعث افزایش جابجایی می‌شود امانظم خاصی بر آن مترتب نیست . در یک سازه لغزشی سه بعدی اثر نسبت خارج از مرکز در ماکزیمم جابجایی جانبی محسوس نیست اما این اثر درکاهش جابجایی نسبی پیچشی کاملاً مشهود است.

مراجع

1. Mostaghel, N., Hejazi, M. and Tankabuchi, J., "Response of Sliding Structures to Harmonic Support Motion", *Earthquake Eng. Struc. Dyn.,* Vol. 11, pp. 355 - 366, 1983.
2. Mostaghel, N. and Tankabuchi, J., "Response of Sliding Structures to Earth - quake Support Motion",*Earthquake Eng. Struc. Dyn.,* Vol. 11, pp. 729-748, 1983.
3. Lee, D. M., "Base Isolation for Torsion Reduction in Asymmetric Structures under Earthquake Loading", *Earthquake Eng. Struc. Dyn.,* Vol. 8, pp. 349-359, 1980.
4. Yang, Y.-B., Lee, T.-Y. and Tsai, I.-C., "Response of Multi - Degree- of Free - dom Structures With Sliding Supports", *Earthquake Eng. Struc. Dyn.,* Vol.19, pp. 739-752, 1990.
5. Kelly, J. M., "Aseismic Base Isolation: Review and Bibliography", *Soil Dyn. Earthquake Eng.,* 5, pp. 202-216, 1986.
6. Kan, C. L. and Chopra, A. K., *Linear and Nonlinear Earthquake Responses of Simple Torsionally Coupled Systems,* UCB/EERC-79/03.
7. Pan, T.C. and Kelly, J. M., "Seismic Response of Torsionally Coupled Base Isolated Structures", *Earthquake Eng. Struc. Dyn.*, Vol. 11, pp. 749-770, 1983.

۸- فلاح، ن.، *تحلیل دینامیکی سازه های نامتقارن متکی بر تکیه گاه لغزشی*، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۷۰.

نمادها

$\underline{M}, \underline{m}, \underline{m}_b$	ماتریس جرم سازه و پایه، ماتریس جرم سازه، ماتریس جرم پایه
$\underline{K}, \underline{k}, \underline{k}_b$	ماتریس سختی سازه و پایه، ماتریس سختی سازه، ماتریس سختی پایه
$\underline{C}, \underline{c}, \underline{c}_b$	ماتریس استهلاک سازه و پایه، ماتریس استهلاک سازه، ماتریس استهلاک پایه
k_{ibx}, k_{iby}	سختی عضو مقاوم i ام پایه به ترتیب در راستای x و راستای y
$\underline{k}_b^{\,e}$	همان سختی $\underline{k}_b$ در شرایطی که کلیه اجزاء در حالت الاستیک باشند
$\underline{k}_b^{\,c}$	ماتریس سختی تصحیح کننده در حالتی که یک یا چند عضو پایه پلاستیک می شوند
x_i, y_i	مختصات عضو مقاوم i ام سازه اصلی
x_{ib}, y_{ib}	مختصات عضو مقاوم i ام پایه
e_x, e_y	مختصات مرکز سختی سازه اصلی
e_{xb}, e_{by}	مختصات مرکز سختی پایه
r, r_b	به ترتیب شعاع ژیراسیون سازه اصلی و پایه
$\underline{U}$	بردار جابجایی سازه اصلی و پایه نسبت به زمین
$\underline{v}$	بردار جابجایی سازه اصلی نسبت به پایه
$\underline{v}_b$	بردار جابجایی پایه نسبت به زمین
$\underline{\ddot{v}}_g$	شتاب زمین
$\underline{S}_b$	بردار نیروی مقاوم پایه
V_{ix}, V_{iy}	مؤلفه های نیروی برشی جزء i ام پایه به ترتیب در راستای x و راستای y
V_0	حد لغزشی جزء پایه
W_p	کار پلاستیک
$\underline{p}$	بردار انتقال استاتیکی حرکت زمین
β	نسبت جرم
μ	ضریب اصطکاک
ξ	نسبت استهلاک
T_x	پریود راستای x سازه متقارن نظیر
$\omega_x, \omega_\theta, \omega_y$	به ترتیب فرکانس راستای x و θ و y سازه متقارن نظیر

ضمیمه الف

ماتریس های مشخصه $\underline{K}$ و $\underline{M}$ و $\underline{C}$ در معادله (۱) به صورت زیر ارائه می شوند.

$$
K = \left[\begin{array}{cc|cc|cc}
k_{bx} + k_x & -k_x & \multicolumn{2}{c|}{\underline{k}_{x\theta} = \underline{k}_{x\theta}^T} & \multicolumn{2}{c}{\underline{0}} \\
-k_x & k_x & & & & \\
\hline
-\frac{1}{r_b}(e_{by}k_{bx} + e_y k_x) & \frac{1}{r_b} e_y k_x & \frac{1}{r_b^2}(k_{b\theta} + k_\theta) & -\frac{1}{r_b r} k_\theta & \multicolumn{2}{c}{\underline{k}_{\theta y} = \underline{k}_{y\theta}^T} \\
\frac{1}{r} e_y k_x & \frac{1}{r} e_y k_x & -\frac{1}{r_b r} k_\theta & \frac{1}{r^2} k_\theta & & \\
\hline
\multicolumn{2}{c|}{\underline{0}} & \frac{1}{r_b}(e_{bx} k_{by} + e_x k_y) & -\frac{1}{r} e_x k_y & k_{by} + k_y & -k_y \\
 & & -\frac{1}{r_b} e_x k_y & \frac{1}{r} e_x k_y & -k_y & k_y
\end{array}\right]
$$

به طوری که

$$k_x = \sum_i k_{ix} \quad , \quad k_y = \sum_i k_{iy}$$

$$k_\Theta = \sum_i k_{ix}\, y_i^2 + \sum_i k_{iy}\, x_j^2$$

$$e_x = \frac{1}{k_y} \sum_i k_{iy}\, x_i \quad , \quad e_y = \frac{1}{k_x} \sum_i k_{ix}\, y_i$$

و همچنین روابط با پارامترهای مشابه اما با اندیس برای پایه صادق است.

$$
\underline{M} = \begin{bmatrix}
m_b & & & & & \\
 & m & & & \underline{0} & \\
 & & m_b & & & \\
 & & & m & & \\
 & \underline{0} & & & m_b & \\
 & & & & & m
\end{bmatrix}
$$

ماتریس استهلاک $\underline{C}$ را می توان به روش ریلی و با فرض ضرایب معین استهلاک بدست آورد.