

استفاده از شبه معکوس ماتریس برای رفع محدودیت در تعداد رنگهای به کار رفته در رنگ همانندی کالریمتری

سید حسین امیرشاهی*

دانشکده مهندسی نساجی، دانشگاه صنعتی اصفهان

چکیده - در این مقاله الگوریتمی برای رفع محدودیت در تعداد رنگهای شرکت کننده در رنگ همانندی کالریمتری^۱ ارائه شده است. روش معمول، استفاده از الگوریتم پیشنهادی آلن^۲ است که اساس آن بر مبنای رسیدن به ماتریسهای معکوس پذیر^۳ است. این روش محدودیت استفاده از چهار رنگ در نظریه دو ثابتی کیوبلکا - مانک^۴ را ایجاد می کند. با استفاده از روش پیشنهادی که بر مبنای به کارگیری شبه معکوس ماتریس^۵ است، لزومی به مقید بودن به چنین محدودیتی از نقطه نظر تعداد رنگهای اولیه به کار رفته نیست. کاربرد روش پیشنهادی در یک رنگ همانندی کامپیوتری آزمایش شده است.

Using Pseudo-Inverse to Eliminate the Limitation of the Number of Colors in Colorimetric Match

S.H. Amirshahi

Department of Textile Engineering, Isfahan University of Technology

ABSTRACT- *An algorithm is suggested for implementation of unlimited primaries in two-constants Kubelka-Munk color matching attempt. Allen's method for tristimulus color matching, which was limited to four colorants in two constant theory, dealt with inversable matrices. By application of the pseudo-inverse, it is not necessary to limit the number of primary colors to four as Allen suggested. The suggested method is programed to a color matching attempt with five pre-colored fibres.*

۱- مقدمه

روشهای دستگامی رنگ همانندی متداول اند. در روش اول، تقلید منحنی انعکاسی نمونه استاندارد، هدف رنگ همانندی است. از آنجا که کپی کامل منحنی انعکاسی استاندارد عملاً ممکن نیست، جمع مربع انحرافات بین منحنیهای انعکاسی نمونه و استاندارد و یا تابعی از این منحنیها به حداقل رسانده می شود. بیان ریاضی این هدف را به صورت زیر می توان نشان داد:

در سالهای اخیر استفاده از روشهای دستگامی بر مبنای نظریه کیوبلکا - مانک [۱] برای رنگ همانندی اشیاء در صنایع مختلف متداول شده است. دو روش متفاوت که رنگ همانندی اسپکتروفوتومتری^۶ و رنگ همانندی کالریمتری نامیده می شوند، در

* استادیار

فهرست علائم

محرکهای رنگی	X, Y, Z	انعکاس	R	شبه معکوس ماتریس A	A ⁺
توابع رنگ همانندی	$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$	ضریب انتشار کیوبلکا-مانک	S	غلظت هر رنگ	C
مقدار اختلاف رنگ	ΔE	نمونه	samp	انرژی نسبی منبع نوری	E
طول موج	λ	ماتریس توابع رنگ همانندی	T	تابع غیرخطی غلظت رنگها	F(c ₁ , c ₂ , ..., c _N)
		استاندارد هدفی	t	ضریب جذب کیوبلکا-مانک	K

در مقاله حاضر، با استفاده از شبه معکوس ماتریس، روشی برای حل ماتریسهای تشکیل شده در شرایطی که تعداد اولیه‌های به کار رفته در رنگ همانندی کالریمتری محدود به تعداد پیشنهادی در روش آلن نیست پیشنهاد شده است. به عبارتی، با استفاده از روش پیشنهادی، محدودیت در تعداد اولیه‌های به کار رفته در رنگ همانندی لغو شده است. این روش برای نظریه دو ثابتی کیوبلکا-مانک در یک رنگ همانندی کامپیوتری به صورت عملی آزمایش شده که نتایج حاصله در این مقاله نشان داده شده‌اند. کاربرد این روش در نظریه یک ثابتی کیوبلکا - مانک موضوع پژوهش دیگری است که در حال حاضر در دست انجام است.

۲ - نظریه‌های موجود در رنگ همانندی کالریمتری

بر اساس پیشنهاد آلن، شرایط برای رنگ همانندی کالریمتری را به صورت زیر می‌توان نشان داد:

$$T. E. R_t = T. E. R_{\text{samp}} \quad (3)$$

به گونه‌ای که T تابع رنگ همانندی^۹، E انرژی نسبی منبع^{۱۰}، R انعکاس طیفی^{۱۱} بوده و t نشان دهنده هدف^{۱۲} و samp مبین نمونه ای است که همانند شده است.

معادله عمومی بین مقادیر محرکهای سه گانه و غلظت رنگهای به کار رفته را به صورت زیر می‌توان نشان داد:

$$\begin{aligned} X_t &= F_1(c_1, c_2, \dots, c_N) \\ Y_t &= F_2(c_1, c_2, \dots, c_N) \\ Z_t &= F_3(c_1, c_2, \dots, c_N) \end{aligned} \quad (4)$$

که X_t, Y_t, Z_t مقادیر محرکهای سه گانه هدف بوده و F_1, F_2, F_3 تابع غیر خطی^{۱۳} غلظت رنگهای به کار رفته‌اند. c_1, c_2, \dots, c_N

$$\sum_i [\Delta R(\lambda_i)]^2 > 0 \quad (1)$$

که $\Delta R(\lambda_i)$ اختلاف بین فاکتورهای انعکاسی نمونه استاندارد و نمونه همانند شده است. اگرچه در این نحوه رنگ همانندی، رنگ مستقیماً در نظر گرفته نمی‌شود (رنگ به عنوان نتیجه منبع نوری، جسم و مشاهده کننده)، اختلاف رنگ متعادلی بین نمونه‌های استاندارد و همانند شده در زیر منابع نوری مختلف حاصل می‌شود [۲]. از مزایای این روش رنگ همانندی، عدم محدودیت در تعداد رنگهای به کار رفته است.

از سوی دیگر رنگ همانندی زیر منبع نوری خاصی به عنوان رنگ همانندی کالریمتری شناخته می‌شود که در صورت استفاده از اولیه‌های مناسب، مقادیر محرکهای سه گانه^۷ (Z, Y, X) یکسانی برای نمونه استاندارد و نمونه همانند شده، زیر منبع نوری مورد نظر حاصل می‌شوند. به بیان دیگر اختلاف رنگ برابر و یا بسیار نزدیک به صفر بین نمونه استاندارد و نمونه همانند شده زیر یک منبع نوری، هدف یک رنگ همانندی کالریمتری است که می‌توان آن را به صورت زیر بیان نمود:

$$(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z) > (0, 0, 0) \quad (2)$$

که $\Delta Z, \Delta Y, \Delta X$ اختلاف بین مقادیر محرکهای سه گانه نمونه استاندارد و نمونه همانند شده را نشان می‌دهند. عموماً وقوع پدیده متاماریزم^۸ در این نوع رنگ همانندی حتمی است، ولی روشهایی برای به حداقل رسانیدن این پدیده پیشنهاد شده است [۲]. مبنای محاسبات مربوط به رنگ همانندی کالریمتری الگوریتم پیشنهادی آلن [۳] است. بر اساس روش پیشنهادی وی تعداد رنگهای به کار رفته در نظریه یک ثابتی کیوبلکا - مانک به سه رنگ و در نظریه دو ثابتی کیوبلکا - مانک به چهار رنگ محدود می‌شوند. زیرا صرفاً در چنین حالتی ماتریسهای تشکیل شده می‌توانند معکوس شوند.

و غلظت این رنگها را نشان می دهند. معمولاً با خطی ۱۴ کردن معادله های فوق، غلظت رنگهای به کار رفته را می توان محاسبه نمود. ولی بدیهی است که چنین عملی منجر به کاهش دقت نتایج حاصل خواهد شد [۴]. از این رو لازم است که دقت غلظتهای محاسبه شده را با استفاده از فرایند تکرار ۱۵ افزایش داد. چون روش پیشنهادی آلن بر مبنای استفاده از چهار رنگ در نظریه دو ثابتی استوار شده است، شکل عمومی معادله ای که در حلقه های تکرار بر اساس کار وی ظاهر می شود معادله زیر خواهد بود:

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} S_{1,400} & S_{2,400} & S_{3,400} \\ S_{1,420} & S_{2,420} & S_{3,420} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{1,700} & S_{2,700} & S_{3,700} \end{bmatrix}_{16 \times 3} \quad (10)$$

که K و S ضریبهای جذب^{۱۶} و انتشار^{۱۷} کیوبلکا - مانک برای رنگهای مربوطه اند.

$$D_k = \begin{bmatrix} (\partial R / \partial K)_{400} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & (\partial R / \partial K)_{420} & \cdot & \cdot \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & (\partial R / \partial K)_{700} \end{bmatrix}_{16 \times 16} \quad (11)$$

و

$$D_s = \begin{bmatrix} (\partial R / \partial S)_{400} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & (\partial R / \partial S)_{420} & \cdot & \cdot \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & (\partial R / \partial S)_{700} \end{bmatrix}_{16 \times 16} \quad (12)$$

به گونه ای که

$$(\partial R / \partial K)_i = \frac{-\gamma R_i^Y(t)}{S_i(t)(1 - R_i^Y(t))} \quad (13)$$

و

$$(\partial R / \partial S)_i = R_i(t) \frac{1 - R_i(t)}{S_i(t)(1 + R_i(t))} \quad (14)$$

$R_i(t)$ انعکاس هدف را نشان می دهد.

$$K_f = \begin{bmatrix} K_{f,400} \\ K_{f,420} \\ \vdots \\ K_{f,700} \end{bmatrix}_{16 \times 1} \quad (15)$$

$$A_{(3 \times 3)} \cdot \Delta c_{(3 \times 1)} = \Delta t_{(3 \times 1)} \quad (5)$$

به گونه ای که با چنین محدودیتی، A یک ماتریس مربعی ۳×۳ است که از معادله زیر به دست می آید:

$$A = T \cdot E [D_k(\Phi_k - K_f u) + D_s(\Phi_s - S_f u)] \quad (6)$$

اجزای معادله بالا که به گونه ای مرتب شده اند تا یک ماتریس معکوس پذیر را فراهم سازند، عبارت اند از:

$$T = \begin{bmatrix} \bar{x}_{400} & \bar{x}_{420} & \cdot & \cdot & \bar{x}_{700} \\ \bar{y}_{400} & \bar{y}_{420} & \cdot & \cdot & \bar{y}_{700} \\ \bar{z}_{400} & \bar{z}_{420} & \cdot & \cdot & \bar{z}_{700} \end{bmatrix}_{3 \times 16} \quad (7)$$

$$E = \begin{bmatrix} E_{400} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & E_{420} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & E_{700} \end{bmatrix}_{16 \times 16} \quad (8)$$

همان گونه که گفته شد، T تابع رنگ همانندی $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ است و E توزیع انرژی نسبی طیفی منبع را نشان می دهد.

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} K_{1,400} & K_{2,400} & K_{3,400} \\ K_{1,420} & K_{2,420} & K_{3,420} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{1,700} & K_{2,700} & K_{3,700} \end{bmatrix}_{16 \times 3} \quad (9)$$

در رنگ همانندی کالریمتری روش آلن بر مبنای کسب ماتریسهای معکوس پذیر بنا شده است. از این رو ضروری است که تعداد رنگها در نظریه یک ثابتی به سه و در نظریه دو ثابتی به چهار محدود شود. توجیه ریاضی مشکل ایجاد شده این است که در صورت رعایت نکردن محدودیت فوق، به دلیل اینکه ماتریس A ماتریس ویژه^{۲۱} می شود، معکوس نمودن آن میسر نیست. به بیانی دیگر، ماتریس A در معادله $A.c = t$ کیفیت مناسب را ندارد و باید از روش دیگری برای حل آن استفاده کرد. در چنین حالتی ماتریسی که معادله مورد نظر را حل می کند شبه معکوس ماتریس A است که با A^+ نشان داده می شود. در این صورت غلظت مجهول، c ، را به صورت زیر می توان به دست آورد:

$$S_f = \begin{bmatrix} S_{f,200} \\ S_{f,220} \\ \vdots \\ S_{f,700} \end{bmatrix}_{16 \times 1} \quad (16)$$

$$u = [1 \ 1 \ 1]_{1 \times 3} \quad (17)$$

K_f و S_f ضریبهای جذب و انتشار کیوبلکا - مانک برای رنگ چهارم هستند.

۳- اصلاح الگوریتم به منظور عمومی تر کردن آن

معادله $A.c = t$ که در آن A یک ماتریس $m \times n$ است در نظر گرفته می شود. برای حل این معادله دو حالت زیر قابل تصور است:

- ۱- تعداد مشاهده های (m) برابر با تعداد مجهولها باشد،
- ۲- تعداد مشاهده های (m) بزرگتر از تعداد مجهولهای باشد.

در حالت اول که ساده ترین حالت برای حل این معادله است معمولاً روش حذف گوسی^{۱۸} استفاده شده و تنها جواب معادله $c = A^{-1}.t$ خواهد بود. حصول چنین حالتی در رنگ همانندی صرفاً در حالت رنگ همانندی کاملاً غیر متاماریکی که بسیار نادر است میسر خواهد بود. حل معادله در حالت دوم با استفاده از حذف گوسی امکانپذیر نیست و باید c را به گونه ای انتخاب کرد که بهترین تطبیق^{۱۹} را برای داده ها ایجاد کند. به بیان دیگر، در این حالت سعی می شود که مقدار خطا در m معادله به حداقل رسانده شود. این روش، یعنی روش حداقل مجذورات^{۲۰}، به گونه وسیعی در عملیات رنگ همانندی استفاده می شود و در شرایط معکوس پذیر بودن ماتریسها جواب معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$c = (A^T.A)^{-1}.A^T.t \quad (18)$$

رسیدن به معادله عمومی فوق در رنگ همانندی اسپکتروفوتومتری بسیار متداول است. در واقع از این طریق مجذورات اختلافها بین انعکاس نمونه و استاندارد به حداقل رسانده می شود.

$$c = A^+.t \quad (19)$$

A^+ نشان دهنده شبه معکوس ماتریس A و $A^+.t$ حل بهینه مجهول c است. بدیهی است که در صورت مربع بودن ماتریس A ، این ماتریس معکوس پذیر است و شبه معکوس آن با معکوسش برابر خواهد بود. ($A^{-1} = A^+$).

از آنجا که ریشه محدودیت در روش آلن در حصول ماتریسهای معکوس پذیر است، با چنین راه حلی، محدودیتی که در روش پیشنهادی آلن برای تعداد اولیه ها وجود دارد از بین می رود و معادله (۵) که در مرحله بهینه سازی جواب در حلقه های تکرار ظاهر می شود حالت کلی زیر را خواهد یافت:

$$A_{(3 \times N)}. \Delta c_{(N \times 1)} = \Delta t_{(3 \times 1)} \quad (20)$$

در این معادله N نشان دهنده تعداد رنگهای کاندیدا برای رنگ همانندی است و معادله (۶) به صورت کلی زیر در می آید:

$$A = T.E[D_K(\Phi_K - K_N.u) + D_S(\Phi_S - S_N.u)] \quad (21)$$

در معادله (۲۱) ماتریسهای T ، E ، D_K ، D_S به ترتیب همان ماتریسهای شماره (۷)، (۸)، (۱۱) و (۱۲) هستند و بقیه ماتریسها به

حالت کلی تر زیر در آمده‌اند:

۴ - آزمایش‌های عددی و نتایج آنها

چون اصول تمامی برنامه‌های رنگ همانندی بر مبنای استفاده از ماتریسهاست، در این مقاله از "مت لب" ۲۲ به عنوان نرم افزاری برای انجام عملیات ماتریسی استفاده شده است. روش پیشنهادی برای رنگ همانندی الیاف از قبل رنگ شده ای که از نظریه دو ثابتی کیوبلکا - مانک پیروی می‌کنند [۶ و ۷] آزمایش شده است. اولیه‌های به کار رفته الیاف پشمی از قبل رنگ شده ای به رنگهای سفید (خودرنگ)، زرد، قرمز، آبی و مشکی بودند. مشخصات انعکاسی این اولیه‌ها در جدول شماره (۱) نشان داده شده است. برای بررسی اثر تعداد رنگهای اولیه به کار رفته در رنگ همانندی، چهار گروه مختلف شامل تعداد متفاوتی از این اولیه‌ها به صورت زیر در نظر گرفته شدند:

گروه اول : زرد، قرمز و آبی (سه رنگ)

گروه دوم : رنگهای گروه اول به علاوه سفید (چهار رنگ)

گروه سوم : رنگهای گروه اول به علاوه مشکی (چهار رنگ)

گروه چهارم : رنگهای گروه اول به علاوه سفید و مشکی (پنج رنگ)

جدول ۱ - درصد انعکاس الیاف رنگ شده ای که به عنوان اولیه

به کار برده شده‌اند

طول موج (nm)	% انعکاس			
	سفید	زرد	قرمز	آبی
۴۰۰	۴۴/۴۴	۴/۲۱	۲۴/۹۵	۱۶/۳۵
۴۲۰	۴۷/۴۳	۳/۲۵	۲۶/۹۶	۲۰/۹۸
۴۴۰	۵۳/۰۵	۳/۶۵	۲۰/۹۵	۲۸/۲۵
۴۶۰	۵۷/۶۶	۷/۲۶	۱۴/۰۳	۲۸/۲۸
۴۸۰	۶۰/۶۹	۲۲/۷۹	۸/۹۰	۲۰/۶۷
۵۰۰	۶۲/۴۵	۴۷/۸۸	۵/۹۷	۱۳/۳۴
۵۲۰	۶۳/۲۲	۵۹/۳۰	۴/۵۳	۸/۶۴
۵۴۰	۶۳/۲۷	۶۳/۷۱	۴/۰۷	۵/۴۱
۵۶۰	۶۳/۱۰	۶۵/۳۳	۴/۲۲	۳/۹۵
۵۸۰	۶۲/۵۱	۶۵/۷۶	۶/۰۶	۲/۹۳
۶۰۰	۶۲/۴۴	۶۵/۸۹	۱۲/۴۷	۲/۷۱
۶۲۰	۶۲/۴۹	۶۵/۹۹	۲۶/۰۸	۲/۶۵
۶۴۰	۶۲/۵۲	۶۶/۰۴	۴۴/۰۷	۲/۶۰
۶۶۰	۶۳/۷۳	۶۶/۱۴	۵۷/۱۵	۴/۵۳
۶۸۰	۶۴/۱۷	۶۵/۴۸	۶۱/۲۲	۱۱/۷۷
۷۰۰	۶۳/۶۹	۶۴/۷۷	۶۲/۰۶	۲۵/۹۸

$$\Phi_K = \begin{bmatrix} K_{1,400} & K_{2,400} & \dots & K_{(N-1),400} \\ K_{1,420} & K_{2,420} & \dots & K_{(N-1),420} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{1,700} & K_{2,700} & \dots & K_{(N-1),700} \end{bmatrix}_{16 \times (N-1)} \quad (22)$$

$$\Phi_S = \begin{bmatrix} S_{1,400} & S_{2,400} & \dots & S_{(N-1),400} \\ S_{1,420} & S_{2,420} & \dots & S_{(N-1),420} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{1,700} & S_{2,700} & \dots & S_{(N-1),700} \end{bmatrix}_{16 \times (N-1)} \quad (23)$$

$$K_N = \begin{bmatrix} K_{N,400} \\ K_{N,420} \\ \vdots \\ K_{N,700} \end{bmatrix}_{16 \times 1} \quad (24)$$

$$S_N = \begin{bmatrix} S_{N,400} \\ S_{N,420} \\ \vdots \\ S_{N,700} \end{bmatrix}_{16 \times 1} \quad (25)$$

$$u = [1, 1, \dots, 1]_{1 \times (N-1)} \quad (26)$$

در چنین حالتی، معادله زیر با توجه به معادله (۲۰) در تعیین مقدار Δc در حلقه‌های تکرار ظاهر می‌شود.

$$\Delta c_{(N \times i)} = A_{(2 \times N)}^+ \cdot \Delta t_{(2 \times 1)} \quad (27)$$

معادله (۲۷) که بر مبنای استفاده از شبه معکوس ماتریسهاست بدون هیچ نوع محدودیتی در تعداد رنگهای به کار رفته در رنگ همانندی کالریمتری می‌تواند استفاده شود.

جدول ۲ - مشخصات پنج نمونه رنگی در سیستم CIELAB که به عنوان استاندارد هدفی انتخاب شده‌اند

شماره هدف	L*	a*	b*
۱	۳۵/۸۹	۵/۷۸	-۱/۶۲
۲	۴۳/۴۰	-۹/۶۹	۱۹/۵۸
۳	۳۲/۱۸	۹/۸۸	-۵/۷۲
۴	۳۷/۰۸	۲۴/۴۷	-۲۸/۰۶
۵	۴۱/۲۷	۶/۷۷	-۲۸/۵۵

اختلاف رنگ برابر صفر زیر استاندارد نوری D_{65}^{23} به عنوان هدف این رنگ همانندی کالریمتری انتخاب شد ($\Delta E_{D_{65}} = 0$). پنج نمونه ای که به عنوان اهداف رنگ همانندی انتخاب شده‌اند با اختلاط تصادفی الیاف از قبل رنگ شده‌ای که به عنوان اولیه به کار رفته‌اند تهیه شده‌اند. مشخصات کالریمتری این پنج نمونه زیر استاندارد نوری D_{65} و مشاهده کننده استاندارد 10° (CIE 1964) در جدول (۲) نشان داده شده‌اند. جدولهای (۳) تا (۷) نیز نتایج رنگ همانندی با گروههای مختلفی از اولیه‌ها را نشان می‌دهند. همان گونه که جدولهای (۳) تا (۷) نشان می‌دهند، به کار بردن رنگ پنجم باعث کاهش مقدار ΔE بین مقادیر تخمین زده و نمونه‌های هدفی شده و به بیان ساده تر افزایش تعداد رنگهای اولیه منجر به همانندی بهتری شده است. به هر حال بدیهی است با اولیه‌های انتخابی که از رنگهای کاملاً متفاوتی برخوردارند امکان منفی شدن مقدار یک یا دو اولیه ممکن بوده که این امر به مفهوم عدم نیاز به حضور چنین رنگ و یا رنگهایی در رنگ همانندی نمونه مورد نظر است. متذکر

می‌گردد که علی‌رغم منفی بودن غلظت (درصد) این رنگها، فرایند تکرار، همگرا بوده و همواره به سوی ΔE کوچکتر میل می‌کند. از آنجایی که در گروه اول تنها سه رنگ به کار برده شده است، این مجموعه فاقد درجه آزادی کافی برای تضمین رنگ همانندی است و عموماً اختلاف رنگ حاصل در مخلوط سه رنگ زرد، قرمز و آبی بیشتر از هدف در نظر گرفته شده ($\Delta E_{D_{65}} = 0$) است. برای کنترل و بیان متاماریزم، مقدار اختلاف رنگ بین نمونه استاندارد و نمونه همانند شده زیر منبع نوری A نیز محاسبه شده است. همان گونه که در جدولها می‌بینید، استفاده از تعداد بیشتر رنگ باعث کاهش اختلاف رنگ بین نمونه‌ها در زیر منابع نوری دیگر (به طور مثال منبع نوری A) شده است. این نکته به معنی تعادل بهتر در رنگ همانندی و کاهش متاماریزم است.

۵ - نتیجه گیری

در بسیاری از موارد در رنگ همانندی کالریمتری نیاز به استفاده از تعداد بیشتری رنگ نسبت به آنچه که توسط آن پیشنهاد شده است وجود دارد. با استفاده از الگوریتم پیشنهادی محدودیتی در تعداد رنگهای شرکت کننده در رنگ همانندی، نظیر آنچه که در روش آن وجود دارد، وجود نخواهد داشت. همان گونه که در جدولهای می‌بینید، به دلیل استفاده از تعداد اولیه‌های بیشتر و در نتیجه برخورداری از درجه آزادی بالاتر، با اینکه تنها همانندی در زیر یک منبع نوری (D_{65}) هدف بوده است، اختلاف رنگ بین نمونه‌ها بیشتر متعادل شده و این اختلاف در زیر منابع نوری دیگر نیز کاهش یافته است. این امر به نوعی کاهش در متاماریزم را نشان می‌دهد.

جدول ۳ - مقدار اختلاف رنگ بین یک نمونه قهوه‌ای تیره ته قرمز (هدف) و نمونه‌های تخمین زده شده

توسط گروه‌های مختلفی از اولیه‌های به کار رفته

شماره گروه	نسخه محاسبه شده بر اساس الگوریتم پیشنهادی (% وزن الیاف)					
	A	D_{65}	مشکی	سفید	آبی	قرمز
۱	۴/۶۹	۳/۹۳			۲۴/۸۳	۳۹/۹۸
۳	۱/۵۱	۰	۱۱/۷۹		۱۵/۷۷	۳۹/۰۹
۴	۱/۰۴	۰	۱۸/۶۷	۱۸/۶۷	۸/۳۶	۳۳/۶۷

جدول ۴ - مقدار اختلاف رنگ بین یک نمونه سبز تیره در (هدف) و نمونه های تخمین زده شده

توسط گروه های مختلفی از اولیه های به کار رفته

شماره گروه	نسخه محاسبه شده بر اساس الگوریتم پیشنهادی (% وزن لیاف)					
	زرد	قرمز	آبی	سفید	مشکی	ΔE
A	D_{65}					
۳	۶۶/۲۶	۸/۰۹	۱۱/۰۳		۱۴/۶۲	۰/۶۲
۴	۶۵/۶۲	۶/۸۰	۱۲/۵۷	۰	۱۵/۱۰	۰/۲۷

جدول ۵ - مقدار اختلاف رنگ بین یک نمونه قهوه ای تیره (هدف) و نمونه های تخمین زده شده

توسط گروه های مختلفی از اولیه های مورد استفاده

شماره گروه	نسخه محاسبه شده بر اساس الگوریتم پیشنهادی (% وزن لیاف)					
	زرد	قرمز	آبی	سفید	مشکی	ΔE
A	D_{65}					
۱	۲۸/۳۷	۴۶/۸۴	۲۴/۷۹			۶/۶۳
۳	۲۳/۶۸	۴۶/۸۸	۱۲/۰۴		۱۷/۴	۱/۵۶
۴	۱۱/۱۸	۴۲/۶۳	۳/۸۹	۱۷/۵	۲۴/۸	۱/۰۴

جدول ۶ - مقدار اختلاف رنگ بین یک نمونه بنفش (هدف) و نمونه های تخمین زده شده

توسط گروه های مختلفی از اولیه های مورد استفاده

شماره گروه	نسخه محاسبه شده بر اساس الگوریتم پیشنهادی (% وزن لیاف)					
	زرد	قرمز	آبی	سفید	مشکی	ΔE
A	D_{65}					
۱	۴/۵۹	۷۰/۲۹	۲۵/۱۲			۴/۷۳
۲	۰	۵۷/۷۴	۲۲/۱۷	۲۰/۱۵		۰/۱۲
۴	۰	۵۸/۰۷	۲۰/۹۲	۲۰/۴۶	۱/۰۳	۰/۰۴

جدول ۷ - مقدار اختلاف رنگ بین یک نمونه آبی (هدف) و نمونه های تخمین زده شده

توسط گروه های مختلفی از اولیه های مورد استفاده

شماره گروه	نسخه محاسبه شده بر اساس الگوریتم پیشنهادی (% وزن لیاف)					
	زرد	قرمز	آبی	سفید	مشکی	ΔE
A	D_{65}					
۱	۱۱/۶۵	۳۲/۲۳	۵۶/۱۲			۱۲/۵۶
۲	۲/۰۶	۱۹/۷۳	۴۲/۴۳		۳۵/۷۷	۰/۷۰

- | | | |
|--------------------------------------|---|---|
| 1. colorimetric color matching | 10. relative spectral power of the light | 17. Kubelka-Munk scattering coefficient |
| 2. Allen | 11. spectral reflectance | 18. Gaussian elimination |
| 3. inversable matrix | 12. target | 19. fit |
| 4. two constant Kubelka-Munk theory | 13. nonlinear function of colorant concentrations | 20. least-squares technique |
| 5. matrix pseudo-inverse | 14. linearisation | 21. singular |
| 6. spectrophotometric color matching | 15. iteration | 22. MatLab |
| 7. tristimulus values | 16. Kubelka-Munk absorption coefficient | 23. standard illuminant |
| 8. metamerism | | 24. standard observer |
| 9. color matching function | | 25. degree of freedom |

مراجع

- | | |
|--|--|
| 1. Kubelka, P., and Munk, F., "Ein Beitrag Zur Optik der Farbastriche," <i>Zeitschrift Technische Physik</i> , Vol. 12, pp. 593-601, 1931. | 5. Strang, G., <i>Linear Algebra and its Applications</i> , P. 130, Academic Press, New York, 1974. |
| 2. Sluban, B., "Comparison of Colorimetric and Spectrophotometric Algorithm for Computer Matching Prediction," <i>Color Research and Application Journal</i> , Vol. 18, pp. 74-79, 1993. | 6. Amirshahi, S.H., and Pailthorpe, M.T., "Application of the Kubelka-Munk Equation to Explain the Color of Blends Prepared from Precolored Fibers," <i>Textile Research Journal</i> , Vol. 64, pp. 357-364, 1994. |
| 3. Allen, E., "Basic Equations Used in Computer Color Matching, II- Tristimulus Matching, Two Constant Theory," <i>Journal of the Optical Society of America</i> , Vol. 64, pp. 991-993, 1974. | 7. Burlone, D.A., "Theoretical and Practical Aspects of Selected Fiber-Blend Color Formulations," <i>Color Research and Application Journal</i> , Vol. 9, pp. 213-219, 1984. |
| 4. Kuehni, R.G., <i>Computer Colorant Formulation</i> , pp. 11-39, Lexington Books, Massachusetts, 1975. | |