

شبیه‌سازی کامپیوتری از ترانسفورماتورهای جریان تحت بارگذاریهای مختلف با استفاده از یک مدل بهینه برای منحنی مغناطیسی

جعفر سلطانی* و اکبرگزین**

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۷۴/۱۲/۱۵ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۷۵/۵/۳)

چکیده - این مقاله به ارائه روشی مربوط می‌شود که به کمک آن بتوان رفتار ترانسفورماتورهای جریان^۱ را به طور دقیق پیش بینی کرد. در این روش، برای شبیه‌سازی کامپیوتری از ترانسفورماتورهای جریان، مدل جدیدی معرفی می‌شود که از دو نقطه نظر وقتبری محاسباتی و حجم حافظه کامپیوتری بهینه است. از نرم افزار معرفی شده در این مقاله می‌توان به جای ترانسفورماتورهای جریان واقعی در ترکیب با دستگاههای آزمون رله برای آزمایش انواع مختلف رله های حفاظتی استفاده کرد.

Computer Simulation of Current Transformers Using a New Steel-Iron Core Magnetization Model

J. Soltani and AK. Gozine

Department of Electrical and Computer Engineering, Isfahan University of Technology.

ABSTRACT- This paper is concerned with development of a technique for performance prediction of current transformers (CT), accurately. In this technique, a new optimized model from view-point of both computation time and memory is introduced in order to simulate the current transformers on digital computers. The introduced software in this paper in combination with relay tester equipments can be used instead of the actual CT to test different types of protection relays.

۱- مقدمه

مطالعه عملکرد نسبتاً دقیق و نیز حصول پاسخهای مربوطه به ازای هر نوع شکل موج جریان اولیه (عارض شده از هرگونه خطا و یا کار ناپایدار و همچنین جریان معوج شده هارمونیک) تحت هر نوع بارگذاری (مقاومتی، سلفی و خازنی و یا ترکیبی از آنها) فراهم خواهد آمد، به طوری که این پاسخها می‌توانند بسیار نزدیک به انواع مشابه به دست آمده از آزمایشها عملی آن باشند. به علاوه از این

رفتار ترانسفورماتورهای جریان در حالتی گذرا به ویژه انواع حفاظتی آنها اهمیت ویژه ای دارد. در صورتی که یک مدل کامپیوتری مناسب از آنها پیشنهاد شود، به کمک این مدل امکان

* استادیار ** فارغ التحصیل کارشناسی ارشد

فهرست علائم

$i_1(t)$	جریان لحظه‌ای عبوری از کلید قبل از وقوع خطا	H_{kc}	هسته	K	امین مقدار چگالی	t, d	ایجاد شلده در صفحه آهنی
I_0	برحسب آمپر دامنه جریان لحظه‌ای	H_{km}	شدت میدان مغناطیسی محاسبه شده برای هسته	F	فرکانس موج لحظه‌ای ولتاژ	B_{max}	چگالی بیشینه القای مغناطیسی در صفحه آهنی
ω_0	سینوسی عبوری از کلید قبل از وقوع خطا	i_1, i_2	به ترتیب مقادیر جریانهای لحظه‌ای اولیه و ثانویه	P_e	توان تلفاتی ناشی از جریانهای فوکو در صفحه آهنی برحسب وات	η	ضریب بی‌نظمی تلفات فوکو در هسته آهنی
θ	زاویه فاز تعیین کننده لحظه وقوع خطا برحسب رادیان	Z_b	امپدانس اپراتوری بار ثانویه ترانسفورماتور	P_{em}, P_{ec}	به ترتیب متوسط مقادیر توانهای تلفاتی فوکوی	$v(t)$	ولتاژ لحظه‌ای سینوسی دو سر القای مغناطیسی
α	زاویه فاز امپدانس مدار برحسب رادیان	R_b, L_b	به ترتیب مقاومت و القای بار ثانویه برحسب اهم و هانری	V_{rms}	مقدار مؤثر ولتاژ قرار گرفته بر روی دو سر القای مغناطیسی هسته برحسب ولت	A, l	به ترتیب مقادیر سطح مقطع و طول متوسط هسته آهنی
T_p	ثابت زمانی مدار برحسب ثانیه	R_r, L_r	به ترتیب مقاومت و القای پراکندگی سیم پیچ	Re	مقاومت مجازی مبین تلفات فوکو در هسته برحسب اهم	C'_1 و C'_N	ضرایب ثابت در مدل ریاضی حلقه پسماند
I_{lk}	دامنه جریان پایدار اتصال کوتاه مدار	n	نسبت دورهای سیم پیچ ثانویه به اولیه	$i_c(t), i_e(t)$	جریان مغناطیس کننده هسته	J	حسابه کننده چگالی القای مغناطیسی
H	چگالی شدت میدان مغناطیسی هسته آهنی	L_m	ترانسفورماتور جریان القای مغناطیسی	δ	ضریب هدایت مخصوص الکتریکی صفحه آهنی		
B	برحسب آمپر دور بر متر چگالی القای مغناطیسی هسته برحسب تسلا	$i_m(t)$	جریان مغناطیس کننده هسته		برحسب ثانیه		
Φ	شار مغناطیسی عبوری در هسته برحسب وبر	C_b	ظرفیت خازن بار ثانویه ترانسفورماتور جریان برحسب فاراد		برحسب متر مکعب		
I_m	دامنه مؤلفه جریان مغناطیس کننده هسته	V	حجم صفحه آهنی برحسب متر مکعب		پریود موج ولتاژ سینوسی		
C'_k	K امین مقدار ضریب ثابت چند جمله‌ای مبین مدل ریاضی منحنی مغناطیسی هسته (مدل شار برحسب جریان مغناطیس کننده) ضرایب ثابت مدل دو جمله‌ای منحنی مغناطیسی هسته (مدل چگالی القای مغناطیسی برحسب شدت میدان مغناطیسی)	T	پریود موج ولتاژ سینوسی تغذیه کننده صفحه آهنی		تغذیه کننده صفحه آهنی		
C_1, C_N	ضرایب ثابت مدل دو جمله‌ای منحنی مغناطیسی هسته (مدل چگالی القای مغناطیسی برحسب شدت میدان مغناطیسی)	δ	ضریب هدایت مخصوص الکتریکی صفحه آهنی		برحسب ثانیه		
B_k	K امین مقدار چگالی القای مغناطیسی		برحسب متر		چگالی جریانهای فوکوی		

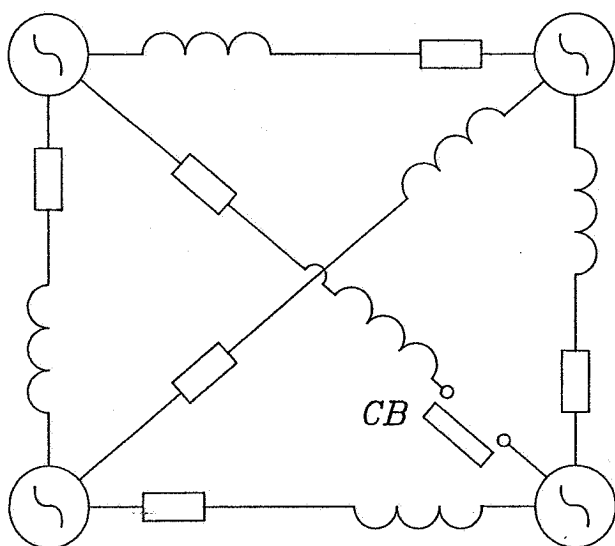
ضرایب ثابت آنها براساس اطلاعات عملی به دست آمده از هسته و به کارگیری روش حداقل مربعات خطا محاسبه می شوند [۴، ۵ و ۶]. مدل پیشنهادی در مرجع [۶] یک تقریب دو جمله‌ای است که جریان مغناطیس کننده هسته را بر حسب شار آن بیان می کند. این مدل تقریبی در مقایسه با مدل های دیگری دارای وقتبری کم محاسباتی ولیکن از دقت کمتری نسبت به سایر مدل های چند جمله ای برخوردار است.

مقاله حاضر با ایده گرفتن از مدل های ارائه شده در مراجع [۴، ۵ و ۶] به ویژه [۶]، یک مدل دو قسمتی جدید را پیشنهاد می کند که نسبت به مدل های قبلی و خود مدل [۶] دارای دقت بالاتر و همچنین به نحو قابل توجهی دارای وقتبری کم محاسباتی و حجم ذخیره سازی کامپیوتری کمتری است (اقتصاد خوب کامپیوتری). این روش، منحنی مغناطیسی هسته را از مبدأ مختصات تا تقریباً نقاط ۲۰٪ بالاتر از نقطه زانویی و قسمت دوم آن بالاتر از این نقاط

مدل می توان به جای CT های واقعی در سیستم های روی خط ۲ و خارج خط ۳ همراه با دستگاه های آزمون رله های جریان زیاد، واتمتری و دیستانس در سیستم های انتقال و توزیع انرژی الکتریکی استفاده کرد. بدین وسیله از انجام آزمایش های پرهزینه و نسبتاً مشکل بر روی CT های واقعی جلوگیری خواهد شد.

تاکنون تعداد قابل توجهی از این مدل ها توسط تنی چند از محققان پیشنهاد شده است که بعضی از آنها در فهرست مراجع به پیوست آمده است. به طور کلی این مدل ها به دو دسته تکمقداره و نمایی و چند جمله ای از نقطه نظر (H و B) منحنی مغناطیسی هسته تقسیم بندی می شوند. مدل های تکمقداره نمایی را می توان در مراجع [۳، ۷ و ۷] جستجو کرد.

مدل های چند جمله ای کاملاً متفاوت با مدل های نمایی اند. در این مدل ها رابطه بین شدت میدان مغناطیسی (H) هسته با چگالی شار آن (B) در غالب توابع چند جمله ای با درجات فرد صحیح اند که



شکل ۱- شمای الکتریکی یک شبکه قدرت به طور تقریبی.

$$I_1(S) = \frac{V_{oc}(S)}{Z_{os}(S)} \quad (1)$$

در معادله (۱)، عبارت $V_{oc}(S)$ ولتاژ معادل تونن از دو سرکلید و $Z_{os}(S)$ امپدانس دیده شده (امپدانس معادل تونن) از آن دو سر است. دقت شود که در شبکه فرضی شکل (۱)، ولتاژ $V_{oc}(t)$ همواره سینوسی ماندگار فرض شده است و بدین معناست که در هنگام بروز خطاهای الکتریکی، از حالت‌های دینامیکی ماشینهای سنکرون و احتمالاً بارهای دینامیکی تقریباً بالاتر از ۱۰۰KW (منظور موتورهای القایی پر قدرت است) صرف نظر شده است. برای به دست آوردن عبارت دقیق جریان عبوری از کلید به خاطر کلیدزنی یا بروز هرگونه خطا در شبکه لازم است که تمام مسائل فوق الذکر به طور کامل به حساب آورده شوند و مطلب مهم دیگر آنکه معادله (۱) جریانهای فرکانس بالای ناشی از امواج سیار ناشی از صاعقه و کلیدزنیها را نیز مدنظر قرار نمی دهد.

شکل (۲) مدار معادل تونن به دست آمده از دو سر کلید را در شبکه شکل (۱) نشان می دهد که در آن در محل کلید CB یک خطای سه فاز متقارن به وقوع پیوسته است. در این مدار جریان عبوری از کلید قبل از وقوع خطا به صورت زیر فرض شده است.

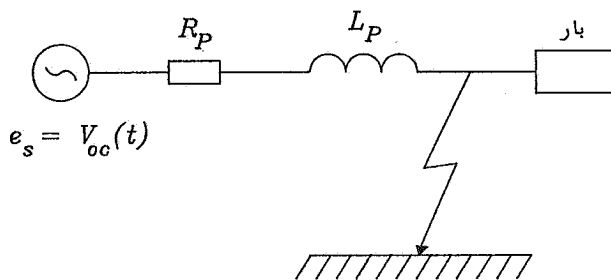
$$i_1(t) = I_1 \sin(\omega t) \quad (2)$$

یعنی ناحیه اشباع منحنی مغناطیسی را مدلسازی می کند. ضرایب این مدل دو قسمتی مانند مدل‌های پیشین با استفاده از نقاط اندازه گیری شده و کاربرد روش حداقل مربعات خطا به دست می آیند. کارایی آن برای چند نمونه مختلف هسته آزمایش شده و نتایج به دست آمده انطباق نسبتاً عالی را بر منحنیهای عملی مربوطه نشان می دهد. این منحنیها همچنین با به کارگیری مدل‌های پیشنهادی در مراجع [۴، ۵ و ۶] نیز به دست آمده اند و سپس همه آنها یکجا همراه با منحنیهای عملی با یکدیگر مقایسه می شوند. ضمن نوشتن یک برنامه اصلی کامپیوتری و چند زیر برنامه مربوطه، شبیه سازی کامپیوتری از ترانسفورماتورهای جریان با استفاده از مدل پیشنهادی در این مقاله برای انواع بارگذارهای مختلف (مقاومتی، سلفی و خازنی) در ثانویه انجام گرفته است. لازم به ذکر است که این نرم افزار قادر است همین نتایج را با به کارگیری سایر مدل‌های قبلی نیز در اختیار گذارد. به علاوه این مدلسازی همچنین با در نظر گرفتن تلفات هسته (شامل مدل تلفات فوکو به صورت یک مقاومت ثابت مستقل از فرکانس و مدل کامل خود حلقه پسماند هسته) نیز انجام گرفته است. شایان توجه است که صرف نظر از پیشنهاد این مدل بهینه جدید، نتایج مربوطه به هر نوع بارگذاری به ویژه بارهای خازنی، مقاومتی برای اولین بار است که توسط این مقاله ارائه می شود.

۲- نظریه مقاله

۲-۱- مدل تقریبی ریاضی جریان اولیه ترانسفورماتورهای جریان

هنگامی که در یک شبکه قدرت از ادمیتانس شنت خطوط انتقال و ترانسفورماتورها صرف نظر شود، در این صورت مدل تک خطی این شبکه را می توان به صورت شکل (۱) نشان داد. بایستی توجه کرد که در این مدار منابع ولتاژ در واقع همان ولتاژهای القایی بی باری تحریک پشت راکتانسهای سنکرونی در ماشینهای سنکرون هستند. در ثانی هرگاه یک کلید قدرت مانند CB بسته شود، جریان عبوری از آن در حوزه فرکانس را به طور تقریبی می توان از معادله (۱) به دست آورد. این جریان می تواند عارض شده از وقوع هرگونه خطای الکتریکی (در یک نقطه معین از شبکه) و یا ناشی از عمل کلید زنی باشد.



شکل ۲- وقوع اتصال کوتاه سه فاز متقارن در یک شبکه قدرت ساده

تکمیل مدار چند جمله‌ای نیز توسط محققان ارائه دهنده آنها در مراجع [۶، ۵، ۴] نسبت به مدل‌های قدیمی‌نمایی [۷، ۳، ۲، ۱] به اثبات رسیده است لذا در اینجا ابتدا مدل‌های چند جمله‌ای را به طور کلی مورد مطالعه قرار می‌دهیم و سپس مبادرت به معرفی یک مدل بهینه دو قسمتی جدید می‌کنیم.

مدل‌های چند جمله‌ای کاملاً متفاوت با مدل‌های نمایی هستند زیرا در آنها شدت میدان مغناطیسی H بر حسب چگالی شار B به صورت یک تابع چند جمله‌ای مطابق مدل پیشنهادی در مرجع [۵] و یا در مرجع [۶] است. این چند جمله‌ایها ارتباط چگالی شدت میدان مغناطیسی (H) را با چگالی شار مغناطیسی (B) در هسته و یا ارتباط جریان مغناطیس کننده هسته (i_m) را بر حسب شار آن بیان می‌کنند. این مدل‌ها به قرار معادلات (۴-الف) و (۴-ب) معرفی شده‌اند.

$$H = \sum_{k=1}^9 C_k B^k \quad (۴-الف)$$

$$i_m = \sum_{k=1}^9 C'_k \Phi^k \quad (۴-ب)$$

در این دو معادله، ضرایب C_k و C'_k اعداد ثابت صحیح فرد مثبت‌اند که بر اساس روش حداقل مربعات خطا و به کمک نقاط اندازه‌گیری شده عملی محاسبه می‌شوند. در بسیاری از حالات دو مدل فوق‌الذکر به صورت دو جمله‌ای (توسط بعضی از محققان) به کار گرفته شده‌اند که عبارت‌اند از:

با مراجعه به شکل (۲)، به سادگی می‌توان معادله ریاضی جریان عبوری از کلید CB را به شکل زیر با توجه به شرایط اولیه قبل از وقوع خطا به دست آورد [۱].

$$i_1(t) = I_{1k} [\sin(\omega t + \theta - \alpha) + \sin(\theta - \alpha) e^{-t/T_p}] + I_{10} \sin(\omega t) e^{-t/T_p} \quad (۳)$$

t زمانهای بعد از وقوع خطاست.

در این معادله θ زاویه فاز تعیین کننده لحظه وقوع خطاست که از آخرین قله مثبت ولتاژ قبل از وقوع خطا اندازه‌گیری می‌شود، α برابر با $\tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$ و T_p ثابت زمانی مدار و برابر $\frac{L}{R}$ و بالاخره I_{1k} و I_{10} به ترتیب مقادیر بیشینه جریانهای پایدار اتصال کوتاه و جریان مدار قبل از عارض شدن خطا هستند.

در صورتی که از جریان عبوری از مدار شکل (۲) قبل از وقوع خطا صرف نظر شود، بر حسب مقادیر مختلف مقدار فاز $(\theta - \alpha)$ (الف) برابر صفر و (ب) برابر $\pm \frac{\pi}{4}$ به ترتیب عبارتهای dc گذرا حذف و یا با حداکثر مقدار خود در معادله (۳) ظاهر خواهند شد. برای وقتی که جریان پایدار مدار قبل از وقوع خطا مخالف صفر است، جریان خطای به دست آمده از معادله (۳) در آخر مقاله طی شکل (۸) نمایش داده شده است. در این شکل جریان بیشینه ماندگار اتصال کوتاه سه فاز متقارن یعنی I_{1k} ، ۱۶ برابر جریان بیشینه مدار قبل از خطا یعنی (I_{10}) فرض شده است. نکته قابل توجه در این قسمت آن است که مدل تقریبی ارائه شده برای جریان خطا توسط معادله (۳) صرفاً یک مثال ساده و تقریبی است، بدیهی است مدلی که در این مقاله مورد مطالعه قرار گرفته است آماده است تا پاسخهای مختلف ولتاژ، جریان و نظایر آن را در ثانویه CT به ازای هر نوع شکل موج دلخواه جریان اولیه در اختیار بگذارد.

۲-۲- مدل‌های ریاضی مشخصه B/H هسته CT یا مدل‌های ریاضی مربوط به منحنی مغناطیسی هسته آهنی ترانسفورماتورهای جریان

از آنجایی که هدف این مقاله ارائه یک مدل بهینه دو قسمتی (از خانواده مدل‌های دو جمله‌ای) است و از طرفی برتری مدل‌های

$$H = C_1 B + C_N B^N \quad (5-الف)$$

$$i_m = C'_1 \Phi + C'_N \Phi^N \quad (5-ب)$$

برای $N = 1, 3, 5, 7, 9, \dots$

در این معادله H_{KC} شدت میدان محاسبه شده به ازای K امین مقدار محاسبه شده چگالی شار B_K است. برای اعمال روش حداقل مربعات خطا به منظور تعیین ضرایب C_i در معادله (۷) بایستی تابع زیر را کمینه کنیم [۹].

$$\Phi = \sum_{k=1}^N [H_{KM} - \sum_{i=1}^N C_i B_K^i]^2 \quad (8)$$

توجه: H_{KM} ، K امین شدت میدان مغناطیسی اندازه گیری شده است.

مثلاً λ امین معادله از این دسته معادلات عبارت است از:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial C_i} = 2 \sum_{i \neq j} \{ [-H_{KM} + \sum_{i=1}^N C_i B_K^i] + [B_K^j] \} = 0 \quad (9)$$

و یا

$$\sum_{i=1}^N [(C_i B_K^i) (B_K^j)] = \sum_{i=1}^N H_{KM} B_K^i \quad (10)$$

که می توان به سادگی دسته معادلات را به شکل ماتریسی زیر تبدیل کرد:

$$[B_1] [C] = [B_2] [H_{KM}] \quad (11-الف)$$

در این معادله برداری، درجه ماتریسهای B_1 و B_2 $(N \times N)$ ، $[C]$ و $[H_{KM}]$ بردارهای N مولفه ای هستند. با استفاده از معادله ماتریسی (۱۱-الف)، دسته ضرایب $[C]$ به قرار زیر محاسبه می شوند

$$[C] = [B_1]^{-1} [B_2] [H_{KM}] \quad (11-ب)$$

بدیهی است که درصد دقت ضرایب محاسبه شده $[C]$ بستگی به عدد k یعنی تعداد نقاط اندازه گیری شده و درجه چند جمله ای یعنی N دارد.

این روش به طور مشابه برای مدل های دو جمله ای معادلات (۵-الف) و (۵-ب) و مدل های دو قسمتی پیشنهادی در معادلات

به عنوان یک مدل بهینه از دو نقطه نظر دقت نسبتاً بالای انطباق و اقتصاد خوب کامپیوتری توأم با هم، برای شبیه سازی CT ها، در این مقاله یک مدل دو قسمتی جدید به صورت زیر پیشنهاد شده است به طوری که قسمت اول آن، منحنی مغناطیسی هسته فولادی CT را از مبدأ مختصات تا نقاط تقریباً حدود ۲۰٪ بالاتر از نقطه زانویی و قسمت دوم بالاتر از این نقاط یعنی ناحیه اشباع منحنی مغناطیسی هسته را مدل می کنند و آنها عبارت اند از:

$$H = \sum_{k=1}^N C_k B^k \quad (6-الف)$$

$$H = C_m B^m \quad (6-ب)$$

در معادلات بالا، N هر عدد فرد صحیح دلخواه مثبت و m هر عدد دلخواه حتی غیر صحیح هم می تواند باشد. علاوه بر مدل دو قسمتی مذکور در معادلات (۶-الف) و (۶-ب)، با اندکی تغییر مدل دو قسمتی دیگری نیز مورد مطالعه قرار گرفته است که اختلاف جزیی این دو مدل فقط در قسمت دوم آنها یعنی برای نقاط بالاتر از ۲۰٪ نقطه زانویی است. که در معادله (۶-ب) عبارت $C_1 B$ نیز به آن اضافه می شود.

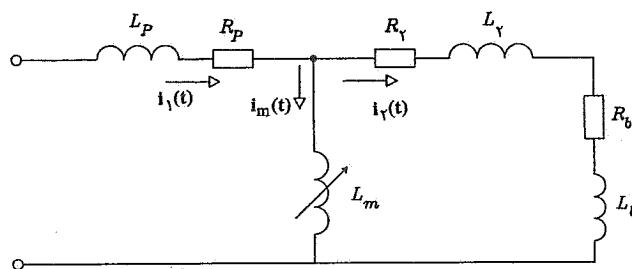
در تمامی مدل های تکمقداره (نمایی و یا چندجمله ای) یک قسمتی و یا دو قسمتی پیشنهادی در این مقاله، برای تعیین ضریب از اطلاعات مربوط به یک سری نقاط اندازه گیری شده و روش حداقل مربعات خطا استفاده می کنیم. فرض کنید معادله یک مقداره تبیین کننده مشخصه هسته به شکل زیر داده شده باشد:

$$H_{KC} = \sum_{i=1}^N C_i B_K^i \quad (7)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{(R_p + R_b)i_1 + (L_p + L_b)(di_1/dt) - (R_p + R_b)i_m}{n + (L_p + L_b)di_m/d\Phi} \quad (۱۳-الف)$$

که در آن n نسبت تبدیل ترانسفورماتور است. همچنین داریم:

$$\frac{di_m}{dt} = \frac{di_m}{d\Phi} \times \frac{d\Phi}{dt} \quad (۱۳-ب)$$



شکل ۳- مدار الکتریکی یک CT در بار سلفی، مقاومتی.

برای هر مدل انتخابی برای منحنی مغناطیسی هسته، به سادگی می توان عبارت ریاضی $\frac{di_m}{d\Phi}$ مربوطه را استخراج و در معادله (۱۳-الف) جایگزین کرد و از طرفی طبق معادله $i_1 = i_m + i_2$ که از مدار شکل (۳) استخراج می شود و نیز معادله (۱۳-الف)، جریان i_2 نیز در تابعی از شار هسته یعنی Φ به دست می آید و بالتیجه این معادله تبدیل به یک معادله دیفرانسیل غیرخطی درجه دوم بر حسب Φ مربوط به هر مدل انتخابی از مدلهای مشروح در بخش (۲) خواهد شد.

خالی از لطف نیست که تذکر دهیم برای آنکه معادله $H=f(B)$ را تبدیل به معادله $i_m = f(\Phi)$ کنیم بایستی از دو معادله $\Phi = A.B$ و $H.l = nI$ استفاده کرد که، A سطح مقطع هسته، l طول متوسط مسیر شارهای مغناطیسی مفید درون هسته و n نسبت تبدیل است (در واقع تبدیل ضرایب C به ضرایب C'). برای هر مدل انتخابی، به کمک معادله (۱۳-الف)، معادله دیفرانسیلی غیر خطی Φ بر حسب زمان به دست آمده مربوطه را می توان با استفاده از روشهای عددی حل کرد.

۳-۲- معادله دیفرانسیل شار هسته در یک بار خازنی و مقاومتی

عموماً بارگذاری ترانسفورماتورهای جریان به صورت مقاومتی، سلفی هستند و در مواردی هم ممکن است این بار به صورت خازنی، مقاومتی باشد. به عنوان مثال می توان به (الف): رله های الکترومغناطیسی وصل مجدد^۵ که دارای حافظه خازنی هستند (ب): رله هایی که براساس جداسازی مؤلفه های مثبت و منفی و صفر جریان نامتعادل سه فاز شبکه با به کارگیری فیلترهای R, L, C کار می کنند و (ج): رله هایی که مانع قطع ترانسفورماتورهای قدرت و توزیع به خاطر جریان بالای هجومی آنها می شوند و براساس

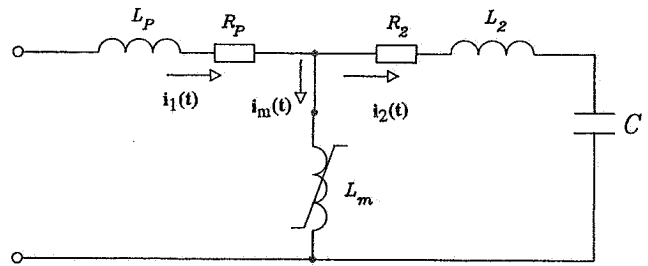
(۶-الف) و (۶-ب) قابل اجراست. در مدلهای دو قسمتی توان قسمت اول یعنی N عدد صحیح فرد مثبت و در قسمت دوم آن m می تواند هر عدد دلخواه حتی غیر صحیح هم باشد. نکته قابل توجه در اینجا آن است که در مدلهای چند جمله ای، درجه کثیرالجمله N از پیش تعیین شده است ولیکن در مدل دو قسمتی پیشنهادی (هر دو درجات N و m) از پیش تعیین شده نیستند و این ضرایب پس از چند تکرار با روش سعی و خطا طوری محاسبه می شوند که هر دو خصلت مهم اقتصاد خوب کامپیوتری و دقت نسبتاً بالا را در کنار یکدیگر برای مدل فراهم آورند.

۳-۳- مدل الکتریکی CT

۳-۱- مدل الکتریکی CT با استفاده از مدلهای تکمقداره مانند ترانسفورماتورهای معمولی تکفاز، مدل الکتریکی CT را می توان به صورت شکل (۳) نمایش داد، در این شکل i_1 جریان اولیه و بعنوان ورودی CT است و براساس مدلهای تکمقداره، جریان مغناطیس کننده هسته در تابعی از شار به صورت زیر است:

$$i_m = f(\Phi) \quad (۱۲)$$

در این مدار نیز از تلفات هسته صرف نظر شده و هسته بر مبنای رابطه تکمقداره (۱۲) به صورت یک القایش غیرخطی L_m مدل سازی شده است. امپدانس بار Z_b مثلاً در بار سلفی و مقاومتی به صورت $Z_b = R_b + PL_b$ است که در آن P اپراتور مشتق است. به سادگی می توان از مدار شکل (۳) معادله زیر را استخراج کرد:



شکل ۴- مدار الکتریکی یک CT در بار خازنی، مقاومتی

خطی بر حسب Φ خواهد شد که بایستی در هر تکرار بر حسب انتخاب فاصله زمانی مناسب برای Δt حل شود. راه حل به این ترتیب است که در شروع محاسبات یا در تکرار اول با معلوم بودن شرایط مرزی یعنی $\Phi(0)$ و $\frac{d\Phi}{dt}$ ، به کمک معادله (۱۵-الف) مقدار $\Phi(1)$ و سپس از معادله (۱۵-ب) مقدار (۱) $\frac{d\Phi^2}{dt^2}$ به دست آید و آن گاه به کمک معادله دیفرانسیل غیرخطی مذکور Φ بر حسب (t) ، مقدار $\Phi(2)$ محاسبه و به همین ترتیب در تکرارهای بعدی عمل کرد.

۴- مدل‌های چندمقداره هسته CT

در مدل‌های چندمقداره بایستی تلفات هسته شامل تلفات فوکو و مدل حلقه پسماند را نیز به حساب آورده شوند. تلفات فوکو ترکیب ظاهری از تلفات مربوط به جریانهای فوکو و تلفات غیرعادی آن نشان داده است که برای یک فرکانس معین با افزایش چگالی بیشینه فلو مغناطیس تلفات هسته افزایش می‌یابد، از طرف دیگر میزان تلفات به ابعاد هسته نیز بستگی دارد [۱۱ و ۱۳].

یک روش کلاسیک برای محاسبه تلفات ناشی از جریانهای فوکو استفاده از معادلات ماکسول است و آن بدین ترتیب است که برای یک صفحه مستطیلی با ابعاد نامتناهی و ضخامت d ، تلفات جریانهای مذکور از معادله زیر به دست می‌آید [۱۳].

$$P_e = \frac{2}{T} \int_0^T \int_V \frac{J^2}{\sigma} \cdot dv dt \quad (16-f)$$

در این معادله T پریود نوسان، V حجم صفحه مورد نظر، J چگالی جریانهای فوکو و σ ضریب هدایت مخصوص الکتریکی صفحه است. با استفاده از معادله (۱۶-الف)، در مرجع [۱۳] فرمول زیر برای محاسبه تلفات فوکو در یک هسته فولادی ارائه شده است.

$$P_e = (\pi f t B_{max})^2 / \rho d \text{ Watts/kg} \quad (16-b)$$

f فرکانس، t ضخامت ورقه و d عمق صفحه مستطیلی و ρ مقاومت

هارمونیک دوم این جریان کار می‌کنند اشاره کرد. برای جداسازی این مؤلفه هارمونیک دوم نیز لازم است از فیلترهای R, L, C استفاده کرد. از این جهت لازم است رفتار CT ها را در بارگذاریهای خازنی نیز مورد مطالعه قرار داد.

فرض کنید به جای بار سلفی $Z_b = R_b + j\omega L_b$ یک بار خازنی و مقاومتی را مطابق شکل (۴) در ثانویه ترانسفورماتور داشته باشیم. از روی این شکل می‌توان معادله زیر را به سادگی به دست آورد.

$$n \frac{d^2\Phi}{dt^2} = \frac{1}{C_b} (i_1 - i_m) + R \frac{d}{dt} (i_1 - i_m) + L_p \frac{d^2}{dt^2} (i_1 - i_m) \quad (14)$$

i_1 طبق معادله (۳) فرض می‌شود.

برای هر مدل مشروح در بخش (۲)، معادله (۱۴) تبدیل به یک معادله دیفرانسیل غیرخطی بر Φ بر حسب t مربوط به آن مدل انتخابی خواهد شد. این معادله اندکی پیچیده‌تر از معادلات نظیر به دست آمده در بارهای سلفی خواهد بود که بایستی آن را با استفاده از روش تفاضل متناهی^۶ و با توجه به شرایط مرزی یعنی $\Phi(0)$ و نیز $\frac{d\Phi}{dt}(0)$ که در واقع همان ولتاژ اولیه بر دو سر خازن C_b یعنی $V_{cb}(0)$ است، براساس دو معادله زیر حل کرد [۸ و ۹].

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Phi(m+1) - \Phi(m)}{\Delta t} \quad (15-f)$$

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} = \frac{\Phi(m+1) - 2\Phi(m) + \Phi(m-1)}{(\Delta t)^2} \quad (15-b)$$

از دو معادله بالا برای هر مدل انتخابی، معادله دیفرانسیل غیرخطی Φ بر حسب زمان (t) تبدیل به یک معادله دیفرانسیل

مخصوص آن صفحه است.

اساساً بین نتایج به دست آمده از فرمول (۱۶-ب) و آنچه که در عمل رخ می دهد تفاوت قابل توجهی وجود دارد لذا تفاوت بین مقادیری که از فرمول به دست می آید با مقادیر اندازه گیری شده مورد توجه محققان قرار گرفته است. توجیهی که در این زمینه ارائه می شود به مبانی علمی روش به دست آوردن فرمول فوق الذکر بر می گردد که در اصل به وضعیت تلفات غیر عادی در مواد فرو مغناطیسی و به نایکخواختی توزیع جریانهای فوکو در ماده مربوط می شود. در حالی که توزیع یک نواخت جریانهای مذکور اساس محاسبه تلفات کلاسیک قرار می گیرند. می دانیم که جریانهای فوکو در اطراف دیواره متحرک ناحیه متمرکز است [۱۳ و ۱۱]. بنابراین برای تصحیح نتایج حاصل از فرمول (۱۶-ب) بایستی یک ضریب موسوم به ضریب بی نظمی که برابر است با نسبت تلفات واقعی تلفات مذکور فوکو به تلفات کلاسیک (به دست آمده از معادله زیر) که عددی بزرگتر از یک است تعیین کرد به طوری که:

$$(۱۶-ج) \quad \eta = \frac{\text{تلفات بی نظمی} + \text{تلفات کلاسیک}}{\text{تلفات کلاسیک}} = \frac{\text{تلفات واقعی فوکو}}{\text{تلفات کلاسیک فوکو}}$$

هر چه فرکانس افزایش یابد این ضریب نیز کاهش می یابد. برای فرکانسهای کمتر از ۱۰ HZ، علت اصلی افزایش تلفات بی نظمی به خاطر وابستگی تلفات پسماند به فرکانس است (حلقه دینامیکی پسماند هسته). با اندازه گیری تلفات فوکو و محاسبه آن از معادله (۱۶-ب)، می توانیم مقدار ضریب بی نظمی η را به صورت زیر به دست آوریم.

$$(۱۶-د) \quad \eta = \frac{P_{em} \text{ (تلفات فوکوی اندازه گیری شده)}}{P_{ec} \text{ (تلفات فوکوی محاسبه شده)}}$$

با مراجعه به [۱۳]، ملاحظه می شود که نسبت توان تلفاتی پسماند به فرکانس ثابت بوده در حالی که این نسبت برای کل توان تلفاتی هسته متغیر است زیرا اختلاف بین نسبتهای توان تلفاتی فوکوی اندازه گیری شده واقعی با آنچه که بر اساس معادله (۱۶-ب) محاسبه می شود با زیادتر شدن فرکانس افزایش می یابد. در مرجع

[۱۳] منحنیهای تغییرات ضریب بی نظمی در تابعی از فرکانس برای چند نمونه هسته رسم شده است. با مراجعه به این منحنیها مشاهده می شود که ضریب بی نظمی بین ۱/۶۶ تا ۷/۲۸ تغییر می کند. این منحنیها را می توان به سه ناحیه تقسیم بندی کرد (الف): در زیر فرکانسهای قدرت که تغییرات ضریب بی نظمی قابل توجه است (ب): بالاتر از فرکانسهای قدرت که این ضریب تقریباً ثابت و برابر ۲ است (ج): برای فرکانسهای قدرت این ضریب برابر ۲/۵ است. بر اساس توضیحاتی که داده شد می توان با در نظر گرفتن ضریب بی نظمی و به کمک معادله (۱۶-ج)، برای هر نمونه هسته آهنی بدون در دست داشتن تلفات واقعی فوکوی اندازه گیری شده، مقدار این تلفات را با تقریب بسیار خوبی محاسبه کرد. آنگاه می توان با به کارگیری معادلات (۱۷-الف، ب و ج) که به دنبال آورده شده اند، این تلفات را در غالب یک مقاومت R_e ثابت مستقل از فرکانس که در مدل CT موازی با راکتانس مغناطیسی قرار می گیرد مدل سازی کرد. نکته ای که باید به آن توجه داشت آن است که در محاسبه مقاومت R_e فقط اثر هارمونیک اصلی میدان مغناطیسی هسته به حساب آمده است ولی معمولاً در حالت های گذرا علاوه بر این هارمونیک، هارمونیکهای دیگر نیز حضور دارند که البته اگر خواسته باشیم آنها را هم به حساب آوریم اندازه R_e اندکی با مقدار محاسبه شده تفاوت پیدا می کند. لیکن، بایستی توجه داشت که این اختلاف بسیار جزئی بوده و از طرف دیگر یک روش تحلیلی هم برای این کار نمی توان یافت. به عنوان مثال بر اساس معادلات زیر که از مرجع [۱۳] گرفته شده است، فرایند محاسبه R_e برای یک CT معین با مشخصات داده شده به دنبال آورده شده است.

$$(۱۷-الف) \quad v(t) = n.A. \frac{dB}{dt}$$

$$(۱۷-ب) \quad R_e = \frac{V_{rms}^2}{P_{em}}$$

و از طرفی برای شار مغناطیسی سینوسی داریم:

$$(۱۷-ج) \quad V_{rms} = 4/44 n f A B_{max}$$

پس:

$$R_e = \frac{(\frac{4}{44}nfAB_{max})^2}{P_{em}} \quad (د-۱۷)$$

و نیز بر اساس معادلات (د-۱۶) و (ب-۱۶) داریم:

$$P_{em} = \eta P_{ec} \quad (ه-۱۷)$$

بعضی از مشخصات ترانسفورماتور جریانی که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است به قرار زیر است.

تعداد دور اولیه: ۱، تعداد دور ثانویه: ۴۰۰، سطح مقطع هسته $۱۴/۵۲ \text{ cm}^2$ ، حجم هسته $۵۷۹/۳۴ \text{ cm}^3$ ، ضخامت ورقهای هسته $۰/۳۳ \text{ cm}$ ، عمق هسته $۳/۸۱ \text{ cm}$ و وزن کل هسته $۴/۴۳۲ \text{ kg}$.

بر اساس معادلات (ب-۱۶) و (د-۱۶) و (ب-۱۷)، مقاومت R_e به عنوان مدل الکتریکی تلفات واقعی فوکو برای این CT به صورت زیر محاسبه می شود:

$$P_{ec} = [(\pi f t B_{max}^2) / \rho d] m = ۱/۲۱۶۲ \text{ وات} \quad (و-۱۷)$$

در این جا m جرم هسته است. با اعمال ضریب بی نظمی برابر $۲/۵$ که از منحنیهای داده شده در مرجع [۱۳] به دست آمده است، کل تلفات و مقاومت R_e برابر است با:

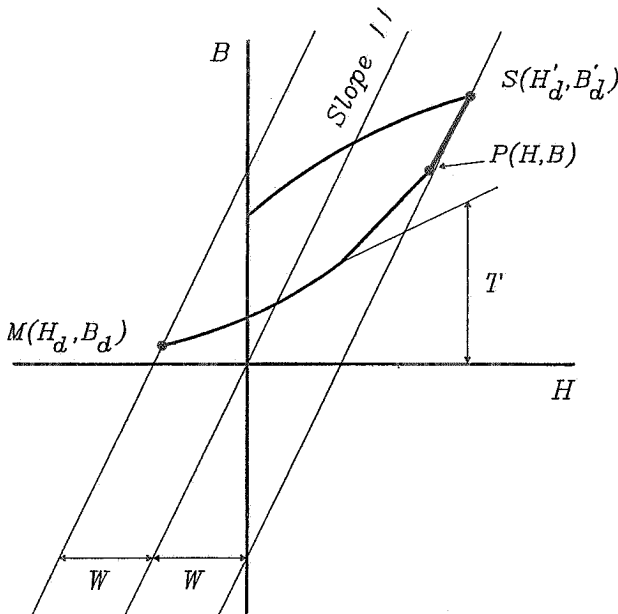
$$P_{em} = ۲/۵ \times ۱/۲۱۶۲ = ۳/۰۴۰۴ \text{ وات}$$

و از این رو مقاومت R_e برابر است با:

$$R_e = \frac{(\frac{4}{44}fnAB_{max})^2}{P_{em}} = ۱۲۳۰۳ \Omega = ۱۲/۳۰۳ \text{ k}\Omega$$

۱-۴ مدل حلقه پسماند مغناطیسی هسته

برای منظور کردن اثرات حلقه پسماند روشهای گوناگونی توسط محققانی پیشنهاد شده است [۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴] که با ایده گرفتن از یکی از جدیدترین آنها یعنی مدل ارائه شده در مرجع [۱۵] مدل پیشنهادی ارائه می شود.



شکل ۵- مشخصه B/H نشان دهنده پارامترهای مدل آقای اوکلی

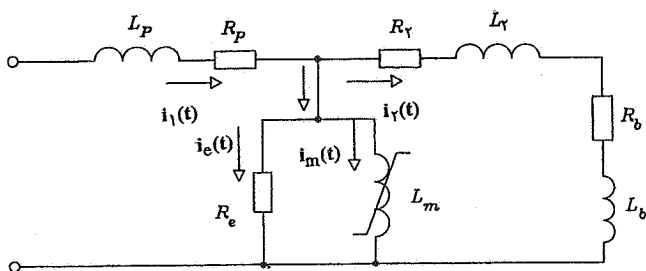
۲-۴ مدل های نمایی بر اساس مدل آقای اوکلی [۱۵]

این مدل فقط از ۳ پارامتر ثابت برای مدل نمایی پسماند منحنی B/H استفاده می کند. به کارگیری معادله غیرخطی B/H امکان نمایش یک مدل دقیق از منحنی مغناطیس هسته را فراهم می آورد ضمن آنکه تلفات جریانهای فوکو را به صورت یک مقاومت ثابت نظیر R_e همان طور که در بخش ۲ توضیح داده شد منظور خواهد کرد. این مدل در ابتدا رابطه بین B و H را خطی در نظر می گیرد و آن را به صورت دو معادله زیر به ترتیب برای دو مسیر افزایش و کاهش منحنی پسماند ارائه می کند.

$$H = \frac{B}{\mu} + W - 2W \exp[-\frac{B-B_d}{T}] \quad (الف-۱۸)$$

$$H = \frac{B}{\mu} - W - 2W \exp[-\frac{B'_d - B}{T}] \quad (ب-۱۸)$$

در این معادلات μ شیب قسمت خطی مغناطیسی (B و H)، W پهنای حلقه پسماند، T ضریب نمایی اثر پسماند و بالاخره B_d و B'_d چگالی شار مغناطیسی در نقاط تغییر جهت شار هستند (به شکل ۵ مراجعه شود). با داشتن یک نقطه مفروض $P(H, B)$ و جاگذاری آن در معادله (الف-۱۸) می توان مختصات نقطه اولیه $M(H_d, B_d)$ را به دست آورد.



شکل ۶- مدار الکتریکی معادل یک CT با در نظر گرفتن تلفات فوکو و مدل حلقه پسماند.

$$H = C_1 B + C_N B^N \quad (20-ب)$$

پس از جاگذاری این معادله در معادلات (۱۹-ب) و (۱۹-الف) و تبدیل آنها به رابطه شار Φ در مقابل جریان مغناطیس i_m به کمک روابط $H.l = n i \Phi = B.A$ ، سطح مقطع، l طول متوسط آن و n نسبت تبدیل CT است، به دو معادله زیر می‌رسیم:

$$i_m(t) = C'_1 \Phi(t) + C'_N \Phi^N(t) + W \quad (20-ج)$$

$$- \gamma W \exp \left[-\frac{\Phi - \Phi_d}{T} \right]$$

$$i_m(t) = C'_1 \Phi(t) + C'_N \Phi^N(t) - W \quad (20-د)$$

$$+ \gamma W \exp \left[-\frac{\Phi'_d - \Phi}{T} \right]$$

۵- مدل الکتریکی کامل CT

مدل الکتریکی کامل CT در مدار شکل (۶) نشان داده شده است. همان طور که دیده می‌شود در این شکل تلفات فوکو در قالب مقاومت R_e مستقل از فرکانس، به طور موازی با القایش مغناطیس کننده غیرخطی L_m و حلقه پسماند نیز با نوشتن معادلات الکتریکی در این مدار با به کارگیری معادلات (۲۰-ج) و (۲۰-د) مدل سازی می‌شوند. یک سؤال در اینجا ممکن است ذهن خواننده را به خود مشغول کند و آن این است که در مدل پیشنهادی شکل (۶) جایگاه تلفات پسماند کجاست؟ آیا بهتر نبود به جای ثابت R_e یک مقاومت قرار می‌گرفت تا کل تلفات هسته را مدل سازی کند؟ جواب به این

مدل اصلی غیرخطی پیشنهادی آقای اوکلی نیز توسط دو معادله زیر که یکی مربوط به مسیر افزایش منحنی پسماند و دیگری مربوط به مسیر کاهش آن است ارائه شده است.

$$H = H_k(B) + W - \gamma W \exp \left[-\frac{B - B_d}{T} \right] \quad (19-الف)$$

$$H = H_k(B) - W + \gamma W \exp \left[-\frac{B'_d - B}{T} \right] \quad (19-ب)$$

تابع $H_k(B)$ مدل چند جمله‌ای تکمقداره H بر حسب B است که در معادله (۷) داده شده است.

$$H = \sum_{k=1}^N C_k B^k \quad N=1,3,5,\dots \quad (20-الف)$$

۳-۴- مدل پیشنهادی توسط محققان مقاله حاضر

در این قسمت هدف ارائه یک مدل است که دو امتیاز بزرگ اقتصاد خوب کامپیوتری (و قتری محاسباتی و حجم ذخیره سازی کم) و نیز انطباق نسبتاً عالی را دارا باشد. بودن این دو خاصیت در کنار یکدیگر، این امکان را به مدل پیشنهادی در این مقاله داده است که بتوان از آن به جای CT های واقعی حفاظتی در سیستمهای روی خط و خارج خط همراه دستگاه آزمون رله و در نوع اندازه گیری آن برای تعیین پاسخ فرکانسی برای موج معوج شده هارمونیک جریان اولیه ترانسفورماتور به منظور حصول درصد خطای نسبت تبدیل در یک باند فرکانسی نسبتاً وسیع استفاده کرد تا در هر دو مورد دیگر نیازی به به کارگیری CT های واقعی مربوطه نباشد.

اساس مدل پیشنهادی در اصلی متکی بر دو معادله (۱۹-الف) و (۱۹-ب) است که در مرجع [۱۵] ارائه شده است با این تفاوت که ما با آزمایشهای مختلفی که بر روی این معادله انجام دادیم به این نتیجه رسیدیم که مدل دو جمله‌ای گرچه از نظر دقت انطباق در مقدار بسیار جزئی نسبت به مدل کثیر الجمله معادلات مزبور (تا درجه $N=9$) ضعیفتر است ولی دو نیاز مهم اقتصاد خوب کامپیوتری در کنار یک انطباق نسبتاً بالا را که مورد نیاز سیستمهای فوق الذکر است تأمین می‌کند. این مدل دو جمله‌ای عبارت است از:

سؤال این است که اولاً تلفات پسماند به طور خودکار توسط معادلات (۲۰-ج) و (۲۰-د) منظور می شود (مدل پیشنهادی حلقه پسماند در این مقاله) و ثانیاً اگر کل تلفات هسته به صورت یک مقاومت مجازی مدل شود و از طرفی خود حلقه پسماند را نیز جداگانه منظور کنیم، آنگاه تلفات پسماند در مدل دوبار بحساب آمده و تازه اگر هم از مدلهای تک مقداره با احتساب تلفات هسته به صورت یک مقاومت استفاده شود، آنگاه مدل بسیار تقریبی بوده و از طرفی اثرات غیرخطی بودن منحنی پسماند را فقط از دیدگاه تلفاتی که آن هم دقیق نیست مدنظر قرار داده ایم. از شکل (۶) به سادگی معادلات زیر به دست می آیند.

$$n \frac{d\Phi}{dt} = (R_r + R_b)(i_1 - i_m - i_e) + (L_r + L_b) \frac{di_m}{dt} \quad (21-الف)$$

$$(i_1 - i_m - i_e)$$

$$\frac{di_m}{dt} = \frac{di_m}{d\Phi} \times \frac{d\Phi}{dt} \quad (21-ب)$$

$$i_e = \frac{n}{R_e} \frac{d\Phi}{dt} \quad (21-ج)$$

از ترکیبات معادلات (۲۰-ج) و (۲۰-د) با معادلات (۲۱-الف)، (۲۱-ب) و (۲۱-ج) به دو معادله دیفرانسیل غیرخطی پیچیده (درجه دوم زمانی با متغیر تابع Φ) خواهیم رسید که در آن $i_1(t)$ جریان اولیه CT به عنوان ورودی معلوم و شار مغناطیس کننده هسته مجهول این معادلات است که بایستی آن را به دست آوریم. دو معادله فوق الذکر از روش فواصل محدود براساس دو معادله (۱۵-الف) و (۱۵-ب) حل می شوند.

در صورتی که به جای بارهای سلفی، مقاومتی در شکل (۶) از بارهای خازنی و مقاومتی استفاده کنیم، مجدداً به کمک معادلات (۲۰-ج) و (۲۰-د)، دو معادله دیفرانسیل غیرخطی مرتبه دوم دیگر برحسب Φ حاصل خواهد شد که باز آنها را می توانیم براساس دو معادله (۱۵-الف) و (۱۵-ب) به روش تکرار و با توجه به شرایط مرزی (مقادیر شار پسماند در هسته و ولتاژ اولیه دوسرخازن) حل کنیم.

۶- برنامه اصلی کامپیوتری و زیر برنامه های مربوطه

۶-۱- زیر برنامه ها

۱- زیر برنامه ای که جریان اولیه را برپایه معادله تقریبی (۳) مدلسازی می کند.

۲- زیر برنامه ای که پارامترهای هر CT و نیز شکل موج جریان اولیه (به صورت قیاسی یا دیجیتالی) دریافت و سپس وارد سیستم می کند این پارامترها عبارت اند از (الف): مشخصات بار (سلفی، مقاومتی، خازنی یا ترکیبی از آنها) (ب): دامنه جریان خطای ماندگار I_{1k} و دامنه جریان اولیه I_{10} به طرف ثانویه و زاویه خطای θ (ج): امپدانس پراکندگی سیم پیچ ثانویه CT و بالاخره اطلاعات مربوط به تعداد دور سیم پیچ ثانویه، طول متوسط مسیر شارهای مغناطیسی مفید در هسته فولادی، سطح مقطع هسته، مقدار شار پسماند، ولتاژ اولیه دو سر خازن (در بار خازنی) و نهایتاً اطلاعات مربوط به نقاط آزمایش شده عملی منحنی مغناطیسی هسته CT.

۳- زیر برنامه ای که منحنی مغناطیسی هسته را مدلسازی می کند و اساس کار آن به کارگیری مدل تکمقداره $i_m = f(\Phi)$ بدون منظور کردن تلفات هسته برای تمام مدلهای مشروح در بخش (۲) است. این زیر برنامه برای هر مدل انتخابی براساس معادلات (۱۳-الف) و (۱۳-ب) در بارهای سلفی، مقاومتی و برپایه همین معادلات و معادلات (۱۵-الف) و (۱۵-ب) در بارهای خازنی، مقاومتی و با توجه به اطلاعات عملی گرفته شده از هسته (نقاط آزمایش شده)، منحنیهای زمانی $\Phi(t)$ ، $i_m = f(\Phi)$ را برای آن مدل در اختیار می گذارد.

۶-۲- زیر برنامه برای تعیین پارامترهای T و W

برای تعیین پارامترهای ثابت T و W (مربوط به هر CT دلخواه) به کمک معادلات (۲۰-ج) و (۲۰-د)، به روش سعی و خطا به شرح زیر عمل می کنیم (هر CT مقادیر مخصوص به خود را دارند). براساس این معادلات برای هر نمونه هسته، ابتدا با استفاده از مقادیر اندازه گیری شده، این منحنی را ترسیم می کنیم و سپس با حل این دو معادله با انتخاب مقادیر مختلف برای T و W به روش سعی و خطا آنها را طوری انتخاب می کنیم تا آنکه مقادیر H محاسبه شده توسط دو معادله (۱۹-الف) و (۱۹-ب) با تقریب بسیار خوبی نزدیک به مقادیر اندازه گیری شده مشابه باشند. این کار برای CT با اطلاعات

۳-۶- زیر برنامه برای مدلسازی هسته (منحنی پسماند)

این زیر برنامه وظیفه‌اش تعیین ضرایب C'_1 و C'_N در معادلات (۲۰-ب) و (۲۰-ج) براساس نقاط اندازه‌گیری شده (منحنی عملی پسماند هسته) و کاربرد روش حداقل مربعات خطاست. (برای اطلاعات بیشتر به بخش (۲) مراجعه شود).

۴-۶- زیر برنامه ترسیم‌کننده حلقه پسماند

وظیفه این زیر برنامه آن است که پس از آنکه ضرایب C'_1 و C'_N توسط زیر برنامه (۳-۶) محاسبه شد و در اختیار برنامه اصلی قرار گرفت، توسط خود برنامه اصلی، نقاط محاسبه و ذخیره شده $\Phi(t)$ و $i_m(t)$ در اختیار این زیر برنامه قرار می‌گیرد تا آنکه منحنی پسماند حاصل از مدل را ترسیم کند. نمودار جریان این زیر برنامه در شکل (۷-ب) مشاهده می‌شود.

۵-۶- برنامه اصلی کامپیوتری

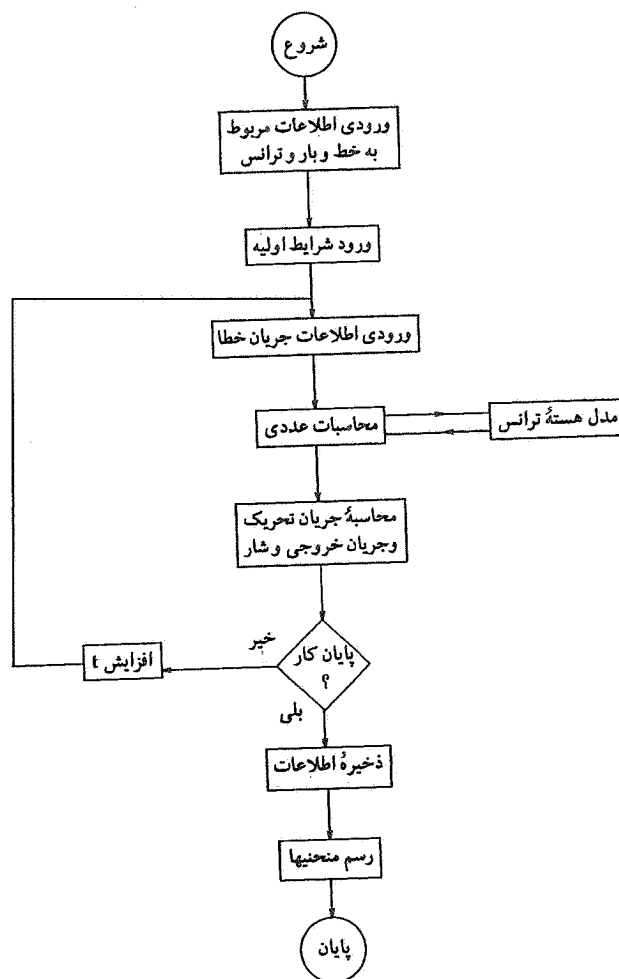
نمودار جریان این برنامه که در شکل (۷-الف) نمایش داده شده وظیفه‌اش حل معادلات دیفرانسیل درجه دوم غیرخطی Φ بر حسب زمان برای هر بار CT تحت بارگذاریهای مختلف به‌ازای مدل‌های تکمقداره و چندمقداره هسته است.

۷- نتایج کامپیوتری مربوط به چند مثال

برای یک CT یا اطلاعات گرفته شده از کاتولوگهای شرکت ABB با مشخصات الف: سطح مقطع هسته $A=14052mm^2$ ، تعداد دورسیم پیچ ثانویه $N_2=400$ ج: طول متوسط $l=399mm$ و با مشخصات اندازه‌گیری شده برای منحنی مغناطیسی به‌شرح زیر:

$$B_m(\text{تسلا}) = 0.013 \quad 0.035 \quad 0.125 \quad 0.2 \quad 0.3 \quad 0.4 \quad 0.6 \quad 0.8 \quad 1.0 \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \quad 1.4 \quad 1.5 \quad 1.6 \quad 1.7 \quad 1.8 \quad 1.9 \quad 2.0 \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \quad 2.4 \quad 2.5 \quad 2.6 \quad 2.7 \quad 2.8 \quad 2.9 \quad 3.0$$

برای حالتی که (الف): $(\theta - \alpha) = \frac{\pi}{4}$ (به معادله ۳ رجوع شود)
(ب): قبل از وقوع خطا در شبکه جریان وجود داشته و حداکثر دامنه جریان خطا ۲۰ برابر دامنه جریان خطای ماندگار است، نتایج کامپیوتری حاصله طی شکل‌های (۹) تا (۱۳) مربوط به مدل دو

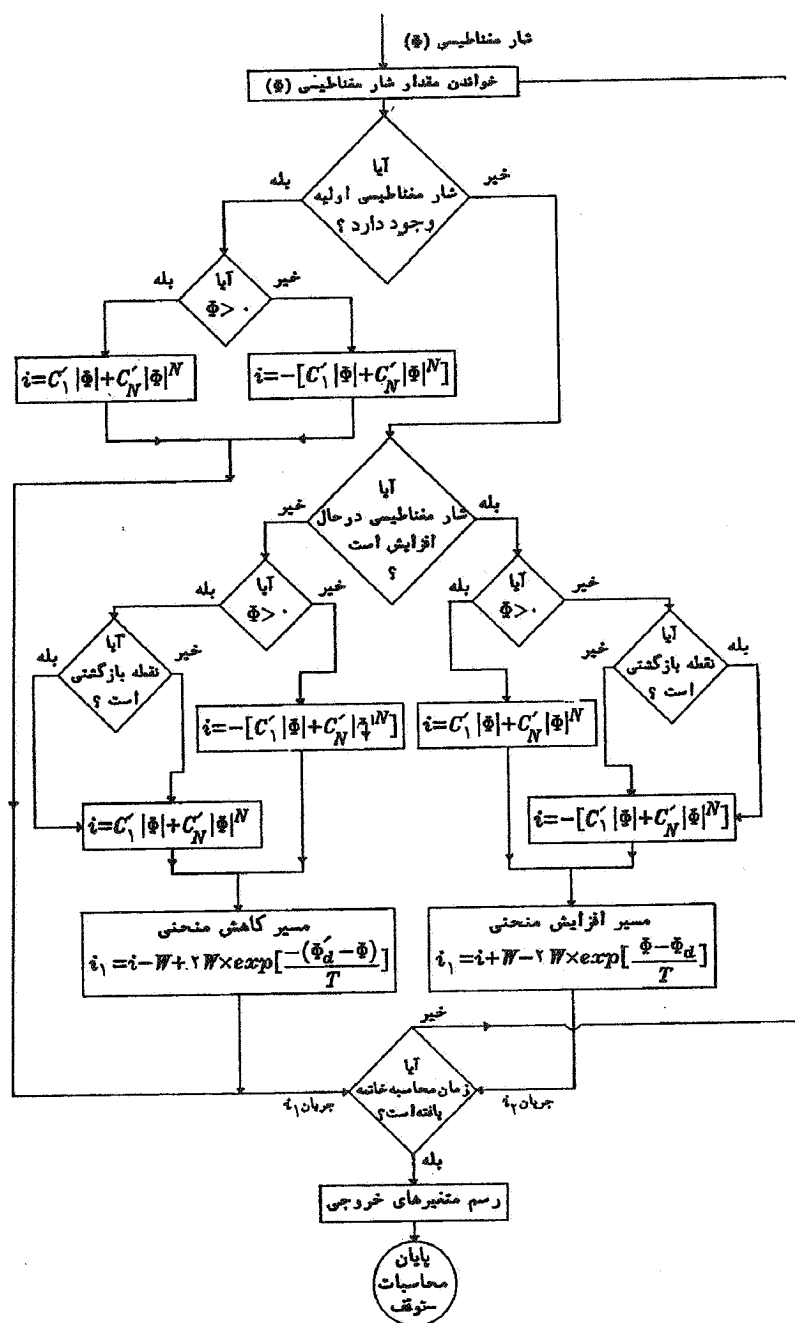


شکل ۷-الف نمودار جریان برنامه اصلی

داده شده در بخش (۲) این مقاله با روش فوق‌الذکر محاسبه شده‌اند و مقادیر $T=0/17$ و $W=54/5$ به‌دست آمده‌اند.

منحنی کامل پسماند اندازه‌گیری و محاسبه شده این هسته را در شکل (۱۶) ملاحظه می‌کنید. بر مبنای فرض یک موج سینوسی برای B با دامنه $B_{max}=1/35$ (تسلا) و با فرکانس $F=50\text{HZ}$ حلقه‌های کوچکتر پسماند این هسته نیز در شکل (۱۷) آمده است.

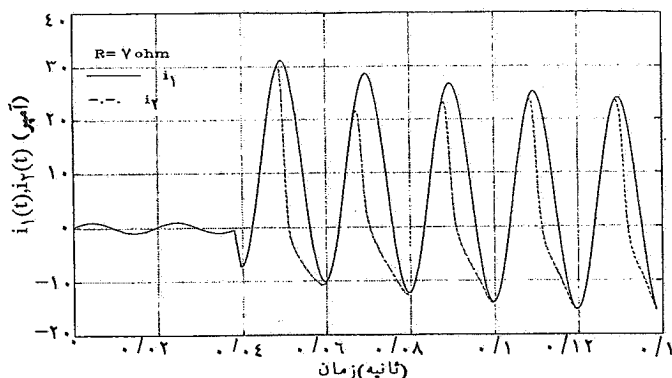
این زیر برنامه برای یک هسته دیگر (برای یک CT دیگر) مورد آزمایش قرار گرفته و مقادیر $W=75$ و $T=0/3$ برای آن محاسبه شده‌اند (با روش سعی و خطا). نتایج حاصله برای مدل حلقه‌های پسماند برای حالتی که هسته دارای شارپسماند بوده و به وسیله اعمال یک میدان مغناطیسی متغیر با زمان غیر مغناطیسی می‌شود در شکل (۱۸) آورده شده است.



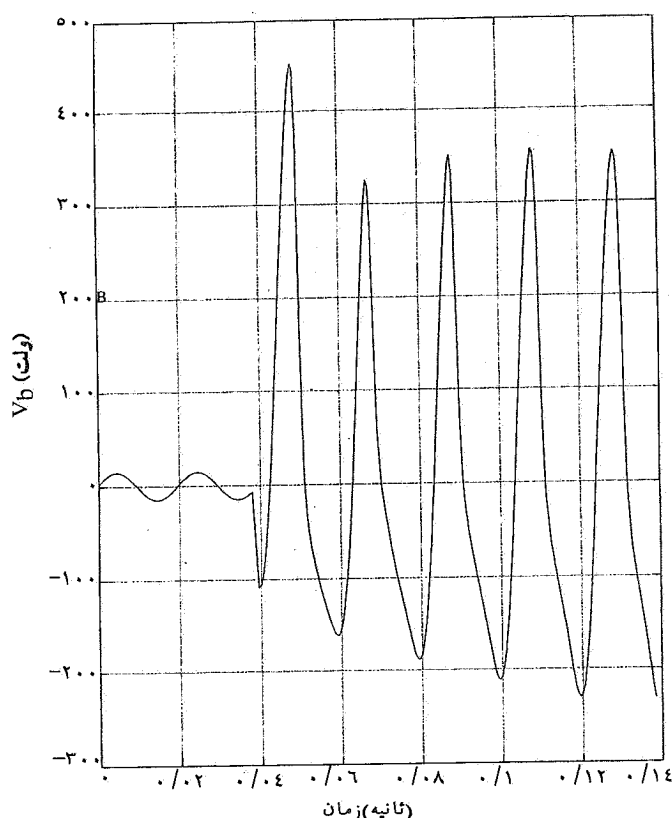
شکل ۷- ب نمودار جریان زیر برنامه ترسیم کننده حلقه پسماند

(منظور جریان ثانویه ارجاع شده به سمت اولیه است). به علاوه در بارهای مقاومتی کم، هسته دیرتر به اشباع می رود. شکل (۱۲) شار مغناطیسی کننده هسته را با همان شرایط مذکور در حالت بالا برای یک بار خازنی، مقاومتی نشان می دهد. از روی این شکل ملاحظه می شود که بارهای خازنی برعکس بارهای سلفی باعث به شدت به اشباع بردن هسته CT می شوند و از این نقطه نظر بدترین نوع بار است. بالاخره شکل (۱۳)، منحنی شـ

قسمتی بهینه پیشنهادی مذکور برای یک بار مقاومتی ۷ اهمی نمایش داده شده اند. از این شکلها نتیجه می شود که در بار مقاومتی ۷ اهمی، هسته سریعاً به اشباع رفته به طوری که دامنه شار مغناطیسی هسته بعد از وقوع خطا در شبکه تقریباً ۲۰ برابر شده و به محض به اشباع رفتن هسته، به علت صفر شدن ولتاژ دوسر بار در ثانویه CT جریان بار سریعاً به صفر می گراید و در زمانهایی که هسته از اشباع خارج می شود دوباره جریانهای اولیه و ثانویه برهم منطبق می شوند

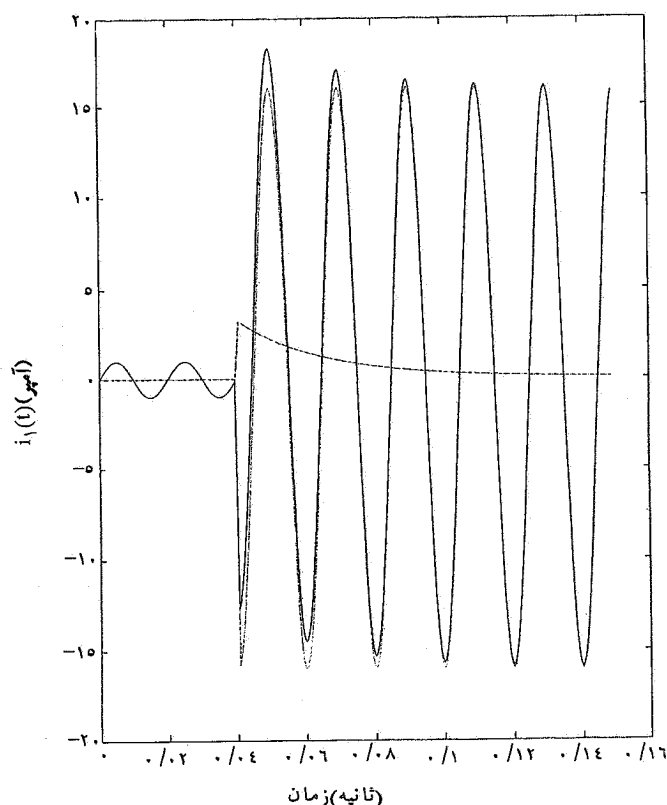


شکل ۹- منحنی زمانی جریان ثانویه CT در یک بار مقاومتی



شکل ۱۰- شکل موج زمانی ولتاژ ثانویه CT در یک بار مقاومتی

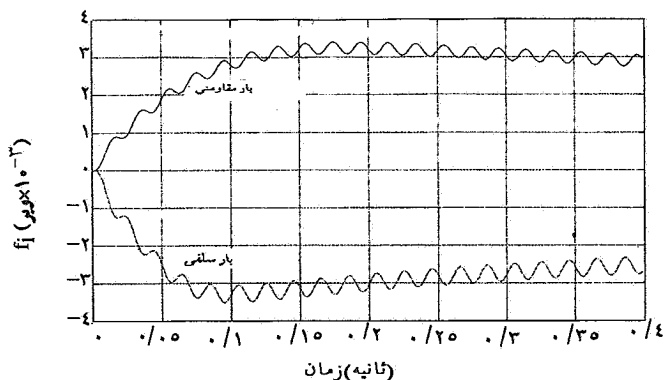
کامپیوتری تعیین می‌شوند (با انتخاب مناسب فاصله زمانی Δt حل معادلات). گرچه که مدل دو جمله از لحاظ اقتصاد کامپیوتری بهینه تراز سایر مدل‌هاست ولی وقتی که از مدل CT خواسته باشیم در سیستم‌های روی خط و خارج خط شامل دستگاه‌های آزمون رله‌های حفاظتی مربوطه استفاده کنیم، مدل دو قسمتی پیشنهادی در این مقاله بهترین مدل از دو نقطه نظر دقت انطباق نسبتاً بالا و اقتصاد خوب کامپیوتری (وقت‌بری و حجم ذخیره سازی کم) است. برای CT معرفی شده در بخش (۲) با منحنی پسماند عملی



شکل ۸- مدل زمانی جریان اولیه CT

مقدار لحظه‌ای شار مغناطیس کننده هسته را در یک بار سلفی خالص نشان می‌دهد و این بدان معناست که در بارهای سلفی، هسته ترانسفورماتور دیرتر به اشباع رفته و حتی ممکن است به‌طور معکوس هم مغناطیس شود.

برای نشان دادن برتری توانایی مدل دو قسمتی پیشنهادی بهینه در این مقاله از دو نقطه نظر اقتصاد خوب کامپیوتری (وقت‌بری و حجم ذخیره ساز کم) و نیز دقت نسبتاً بالا نسبت به مدل‌های چندجمله‌ای و دوجمله‌ای و مدل‌های نمایی، برای دو نمونه هسته فولادی مربوط به دو CT از کارخانه ABB، منحنی‌های حاصله بر پایه مدل‌های چند جمله‌ای، دوجمله‌ای، دو جمله و مدل دو قسمتی پیشنهادی همراه با نقاط عملی اندازه‌گیری شده طی شکل‌های (۱۴ و ۱۵) به نمایش گذاشته شده‌اند. همان طور که از روی این شکل‌ها دیده می‌شود در اولین مرحله، ادعای بالاتر بودن صحت انطباق مدل پیشنهادی در این مقاله نسبت به سایر مدل‌ها به اثبات رسیده است. علت آن این است که در مدل دو قسمتی مانند مدل دوجمله‌ای درجه معادلات (ضرایب N و m) از پیش تعیین نشده‌اند بلکه براساس درصد دقت انطباق درخواستی و میزان نیاز اقتصاد

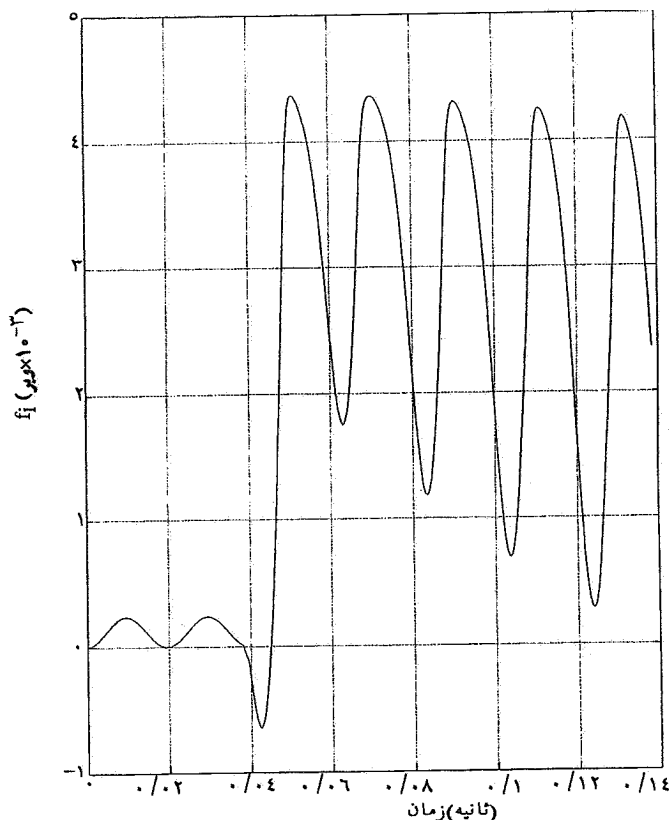


شکل ۱۲- شکل موج زمانی فلوی مغناطیس کننده هسته CT در یک بار سلفی، مقاومتی و مقاومتی خالص

یکدیگر نتیجه می شود که مدل دو قسمتی، بهینه ترین مدل از نقطه نظرهای دقت بالای انطباق و اقتصاد کامپیوتری توأم در کنار یکدیگرند. ۲- در بارگذاریهای مختلف نتیجه گیری می شود که اثر به اشباع رفتن هسته در بارهای مقاومتی، بریده شدن قسمتی از جریان ثانویه است و همچنین در بارهای مقاومتی کم، هسته دیرتر به اشباع می رود. بارهای سلفی باعث می شود که هسته دیرتر به اشباع رفته و از این رو جریان خطا در ثانویه کاهش یافته و بنابراین سبب دقت بیشتر در عملکرد ترانسفورماتور خواهد بود. برعکس، بارهای خازنی بدترین وضعیت از نقطه نظر به اشباع بردن هسته اند.

۳- نرم افزار کامپیوتری همراه با زیر برنامه های متعلقه آماده شده در این مقاله، به نحو شایسته ای می تواند در طراحی ترانسفورماتور جریان (هر نوع حفاظتی و اندازه گیری) و نیز در نوع اندازه گیری آنها برای تعیین پاسخ فرکانسی CT مربوطه در یک باند فرکانسی نسبتاً وسیع به منظور تعیین درصد خطای نسبت تبدیل به ازای امواج جریان اولیه معوج شده هارمونیک مورد استفاده قرار گیرد.

۴- این مقاله، مدل ترانسفورماتورهای جریان (CT) را با روش جداسازی تلفات فوکو از کل تلفات هسته و مدلسازی الکتریکی آن به صورت یک مقاومت ثابت مستقل از فرکانس موازی قرار گرفته با القایش مغناطیسی کننده و نیز مدلسازی خود حلقه پسماند بر اساس یک مدل جدید پیشنهاد کرده است که به خاطر دو خصلت خوب و مهم اقتصاد کامپیوتری و دقت انطباق نسبتاً بالای بهینه و هر دوی آنها در کنار یکدیگر این امکان را به این مدل می دهد تا از آن بتوانیم در سیستمهای روی خط و خارج خط شامل دستگاههای آزمون



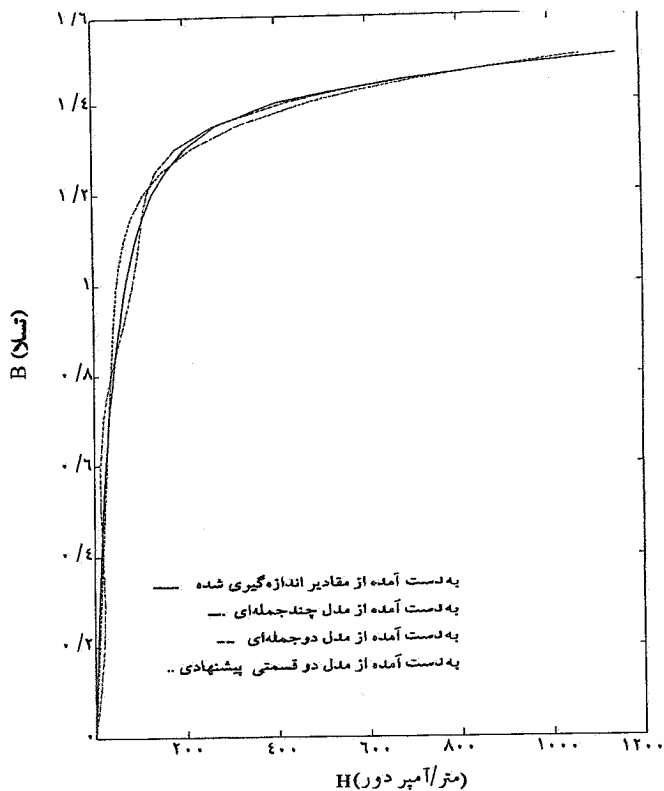
شکل ۱۱- شکل موج زمانی فلوی مغناطیس کننده هسته CT در یک بار مقاومتی

نمایش داده شده در شکل های (۱۶) و (۱۷)، برای بارهای مختلف سلفی و مقاومتی خالص و یا ترکیبی از آنها آزمون هایی انجام شده که نتایج آنها در شکل های (۱۹) تا (۲۴) نمایش داده شده اند. برای بررسی اثرات تلفات فوکو بر روی جریان مغناطیس هسته با مدل تکمقداره پیشنهادی در این مقاله (دو قسمتی بهینه) بدون در نظر گرفتن اثرات حلقه پسماند نیز آزمونهای جداگانه ای انجام شده است که نتایج حاصل از آنها در شکل های (۲۵) و (۲۶) نمایش داده شده اند.

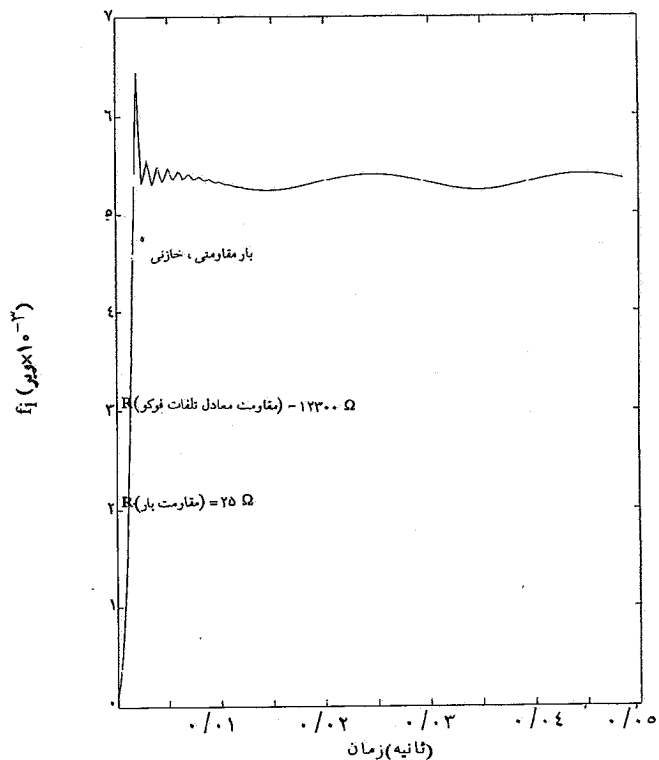
۸- نتایج

در این مقاله به طور خلاصه نتایج زیر استخراج می شود:

۱- مدل کامپیوتری ترانسفورماتورهای جریان بدون نظر گرفتن تلفات هسته (اعم از فوکو و پسماند) با در نظر گرفتن مدلهای تکمقداره چند جمله، دو جمله ای و دو قسمتی بهینه پیشنهادی در این مقاله به نمایش گذاشته شده است. در مقایسه این نتایج با



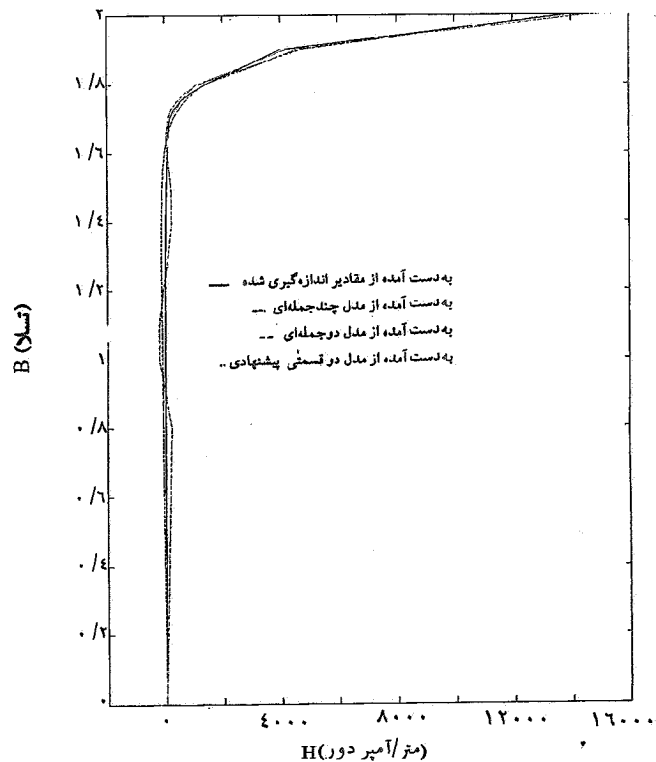
شکل ۱۵- منحنی مغناطیسی هسته CT به دست آمده از مدل‌های مختلف، (مثال دوم)



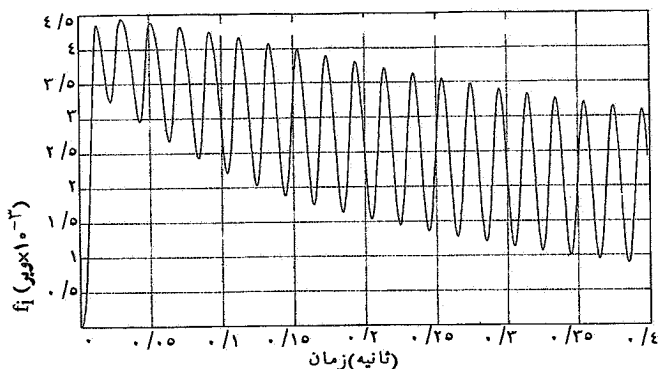
شکل ۱۳- شکل موج زمانی فلوی مغناطیس کننده هسته CT در یک بار خازنی، مقاومتی

رله‌های حفاظتی جریان زیاد، واتمتری و دیستانس استفاده کنیم (به جای خود CT‌های واقعی حفاظتی). لازم به ذکر است که برنامه کامپیوتری تهیه شده برای مدلسازی روش‌های ارائه شده قبلی برای حلقه‌های پسماند نیز قابل استفاده است.

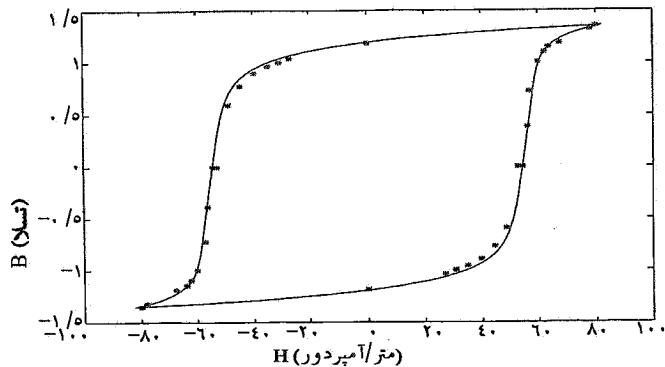
۵- از روی نتایج به دست آمده پیشنهادی بدون در نظر گرفتن مدل کامل حلقه پسماند ولی منظور کردن فقط تلفات فوکو به صورت یک مقاومت ثابت مستقل از فرکانس، نتیجه گیری می‌شود که تأثیر جریانهای فوکو عبارت است از کاسته شدن بیشینه دامنه جریان مغناطیس کننده هسته و در نتیجه دیرتر به اشباع رفتن آن. بدان معنی که این تلفات را صرف نظر از دیدگاه اتلاف انرژی و پایین آوردن راندمان سیستم و نیز ایجاد اعوجاج در متغیرهای خروجی CT، صرفاً به خاطر اینکه هسته ترانسفورماتور دیرتر به اشباع می‌رود شاید بتوان نقطه مثبت کوچکی قلمداد کرد.



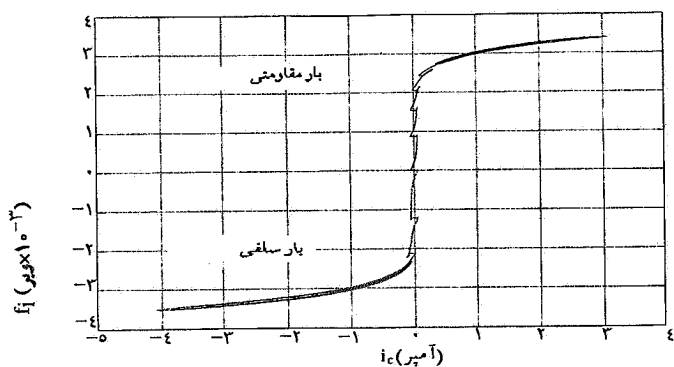
شکل ۱۴- منحنی مغناطیسی هسته CT به دست آمده از مدل‌های مختلف، (مثال اول)



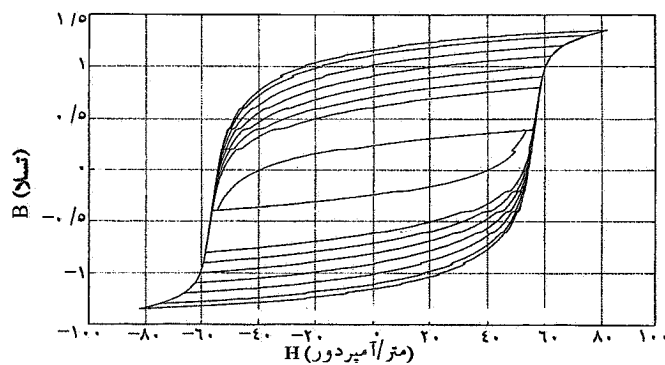
شکل ۱۹- منحنی فلوی مغناطیس‌کننده هسته در مقابل جریان مغناطیسی آن در بارهای سلفی، مقاومتی



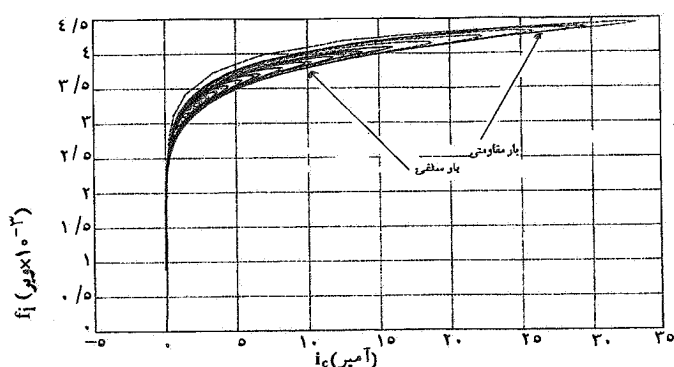
شکل ۱۶- منحنیهای اندازه‌گیری و محاسبه شده حلقه پسماند هسته CT



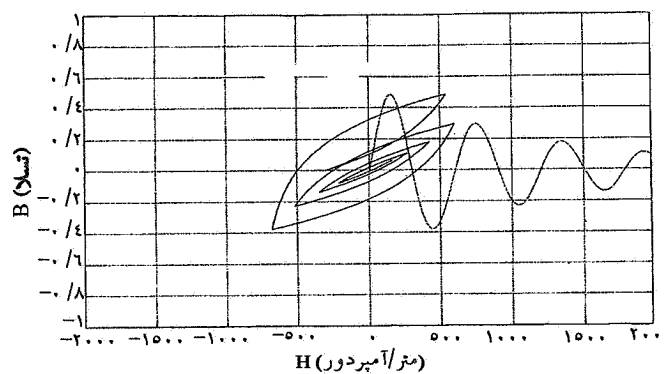
شکل ۲۰- منحنی فلوی مغناطیس‌کننده هسته در مقابل جریان معادل هسته در بارهای سلفی، مقاومتی، (مثال اول).



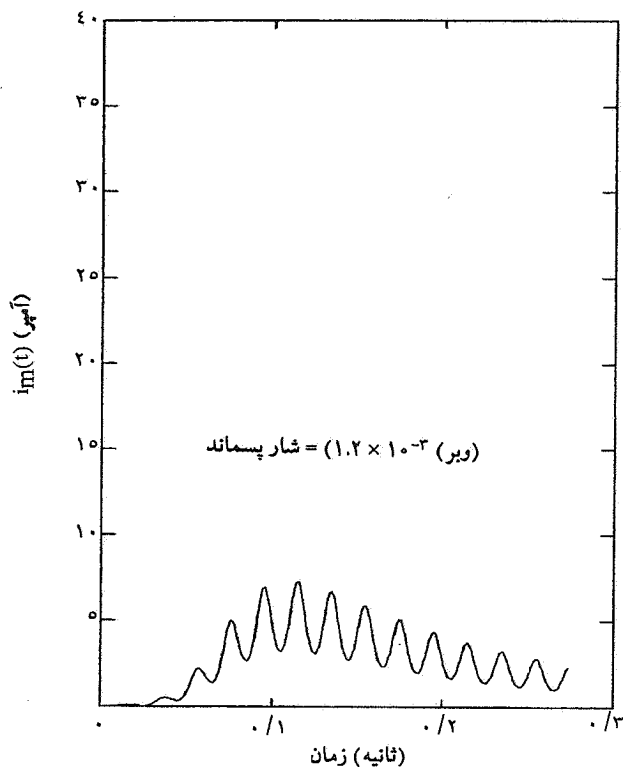
شکل ۱۷- منحنی محاسبه شده حلقه پسماند به ازای موج سینوسی زمانی پایدار برای چگالی القایش مغناطیسی هسته



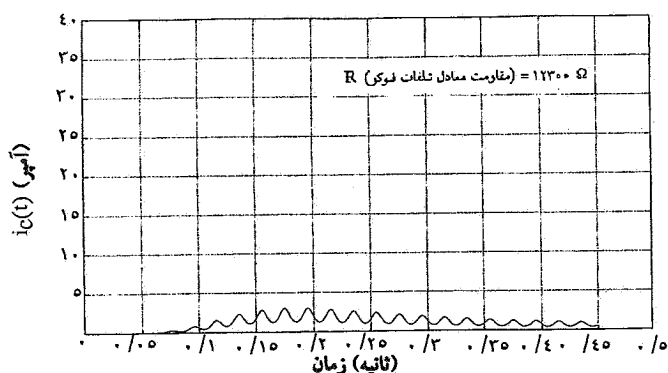
شکل ۲۱- منحنی فلوی مغناطیس‌کننده هسته در مقابل جریان معادل هسته در بارهای سلفی، مقاومتی، (مثال دوم)



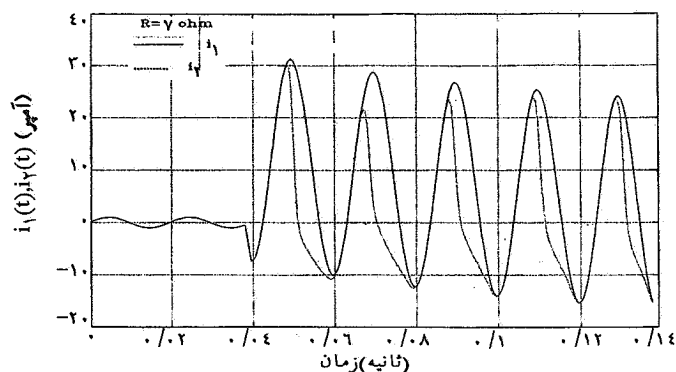
شکل ۱۸- منحنی پسماند هسته به ازای موج سینوسی میراشونده زمانی برای چگالی القایش مغناطیسی هسته



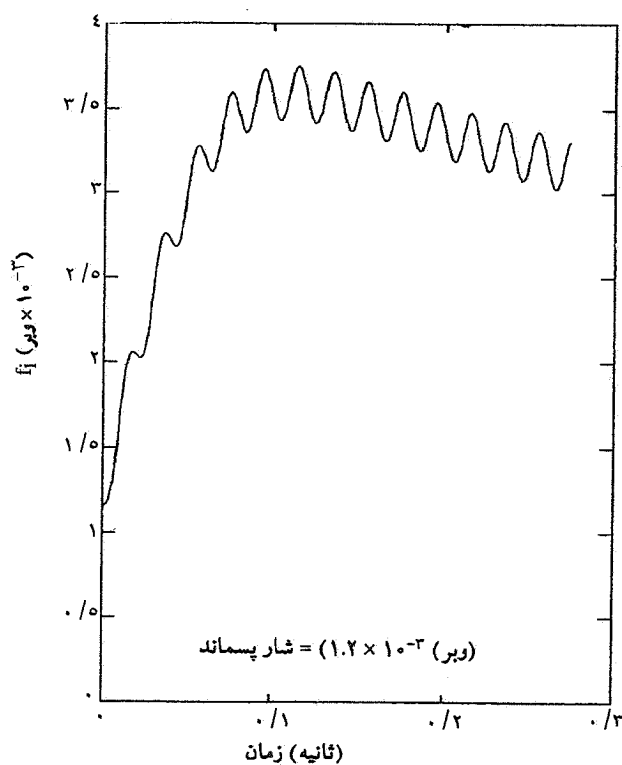
شکل ۲۲- منحنی زمانی جریان مغناطیس‌کننده هسته با بودن شار پسماند



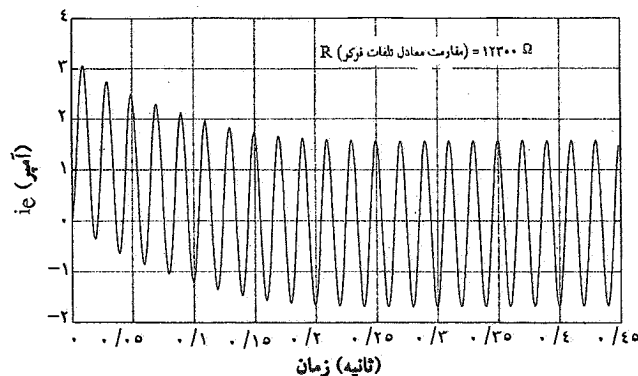
شکل ۲۴- شکل موج زمانی جریان کل معادل مغناطیسی و تلفاتی هسته فقط شامل تلفات فوکو. (بدون در نظر گرفتن مدل حلقه پسماند).



شکل ۲۳- منحنیهای زمانی جریانهای اولیه و ثانویه CT با توجه به مدل کامل هسته



شکل ۲۵- منحنی زمانی فلو مغناطیس‌کننده هسته با فرض بودن شار پسماند



شکل ۲۶- شکل موج زمانی مؤلفه معادل جریان تلفاتی هسته فقط شامل تلفات فوکو
(بدون در نظر گرفتن مدل حلقه پسماند)

واژه نامه

- | | | |
|-------------------------|-------------|-----------------------------|
| 1. current transformers | 3. off-line | 5. auto-reclosure |
| 2. on-line | 4. fault | 6. finite difference-method |

مراجع

- Macfadyen, W. K., Simpson, R. R., Slater, R. D., and Wood, W. S., "Method of Predicting Transient Current Patterns in Transformer," *IEE proceedings*, Vol. 120, pp. 412-423, 1973.
- Krishnamoorthy, T. S., and Venugopl, M., "Determination of Best Fit Parameter of a Model for Excitation Curve," *IEE Proceedings*, pp. 1215-1223, Dec. 1973.
- Nobu Shmatani and Hiroshi Fujita, "Approximation of Magnetization Curves," *IEE Transactions*, Vol. 101, pp. 706-715, 1981.
- Dick, E. P., and W. Watson, W., "Transformer Models for Transient based on Field Measurements," *IEE Transactions on PAS 100*, No. 1, pp. 409-417 January, 1981.
- Prusty, S., and Rao, M. V. S., "New Method for Predetermination of True Saturation Characteristic of Transformers and Non - Linear Reactors," *IEE proceedings*, Vol. 127, part c, No. 22, pp. 123-129, March 1980.
- Poljak, M., and Kolibas, N., "Computation of Current Transformer Performanc", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 3, No. 4, pp. 1816-1822, 1988.
- Idoniboyebu, D. C., "Transient response of Protection Transformer," *IEEE Transaction on Power Delivery*, Vol. 3, NO. 4, pp. 1314-1322, 1988.
- Geralds, G. F., *MC Numerical Analysis*, McGraw-Hill, 1989.
- مهری، بهمن "محاسبات عددی"، انتشارات دانشگاه صنعتی شریف.
- Wentz, E. C., and Allen, D. W., "Help for the Relay Engineer in dealing with Transient Current," *IEEE Transactions*, PAS-101, (3), (3), pp. 539-525.
- O'Kelly, D., "Simulation of Transient and Steady-state Magnetisation Characteristics with Hystersis," *IEEE Proceedings*, 124, (6), PP. 568-578, 1974.
- Samesima, M. I., and Dias, E. M., "Frequency Response Analysis and Modeling of Measurement Transformer under Distored Current and Voltage supply," *IEEE Tranactions on Power Delivery*, Vol.

- 6, No. 4, pp. 1762-1769, 1991.
13. Cullity, B. D., Introduction to Magnetic Materials, Addison - Wesley Publishing Company INC, 1972.
14. Hanalla, A. Y., and Macdonald, D. C., "Representation of Soft Magnetic Materials," *IEE Proceedings*, Vol. 127, part. A, No. 6, pp. 806-814, July 1980.
15. O'Kelly, D., "Calculation of the Transient Performance of Protective Current Transformers including Core Hysteresis," *IEE proceedings*, part-C Vol. 139, No. 5., pp. 455-460 Sept. 1992.