انتقال حرارت به طریقهٔ جابه‌جایی اجباری برای سیالات غیر نیوتنی در لوله‌ها

سید غلامرضا اعتماد*

دانشکدهٔ مهندسی شیمی، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۷۵/۱۰/۱۸ - دریافت نسخهٔ‌نهایی: ۱۳۷۶/۸/۱۹)

چکیده - در این تحقیق از روش اجزای محدود گالرکین[۱] برای حل معادله‌های دیفرانسیل پاره‌ای سه بعدی پیوستگی، اندازهٔ حرکت وانرژی برای جریان آرام سیالات نیوتنی وغیر نیوتنی مدل پاورلا[۲] در داخل لولهٔ افقی استفاده شده است. معادله‌های حاکم بر اساس متغیرهای خاصی بی بعد شده وسپس بر اساس استفاده از جزء مناسب برای میدان جریان به معادله‌های جبری تبدیل می‌شوند که برای تسریع همگرایی از طریق ترکیبی از روشهای تکرار ثابت[۳] ونیوتن رافسون[۴] حل می‌شوند. از دمای ثابت در دیواره[۵] وهمچنین شار گرمایی ثابت در دیواره[۶] به‌عنوان شرایط مرزی گرمایی استفاده شده است. ضریب اصطکاک ظاهری[۷] و افت فشار اضافی[۸] و همچنین عددناسلت[۹] برای محدودهٔ وسیعی از اندیس پاورلا[۱۰] محاسبه شده است. اثر شرایط مرزی گرمایی وعدد پرانتل[۱۱] برروی عدد ناسلت از موارد دیگری است که در این مقاله مورد بحث قرار گرفته اند.

Forced Convection Heat Transfer of Non-Newtonian Fluids Through Circular Ducts

S. Gh. Etemad

Department of Chemical Engineering, Isfahan University of Technology

ABSTRACT- ***The Galerkin finite element method is used to solve the three dimensional continuity, momentum and energy equations for laminar Newtonian and power-law model non-Newtonian flow through horizontal circular tube. The governing equations are non-dimensionalized with respect to specific variables and converted into algebraic equations using appropriate elements. To accelerate convergence a combination strategy of fixed iteration and Newton-Raphson methods are employed. Uniform wall temperature as well as constant wall heat flux are used as thermal boundary conditions. Apparent friction factor and incremental pressure drop and also Nusselt number are obtained for a wide range of power-law indices. The effects of thermal boundary conditions and Prandtl number on heat transfer characteristics are presented and discussed.***

---

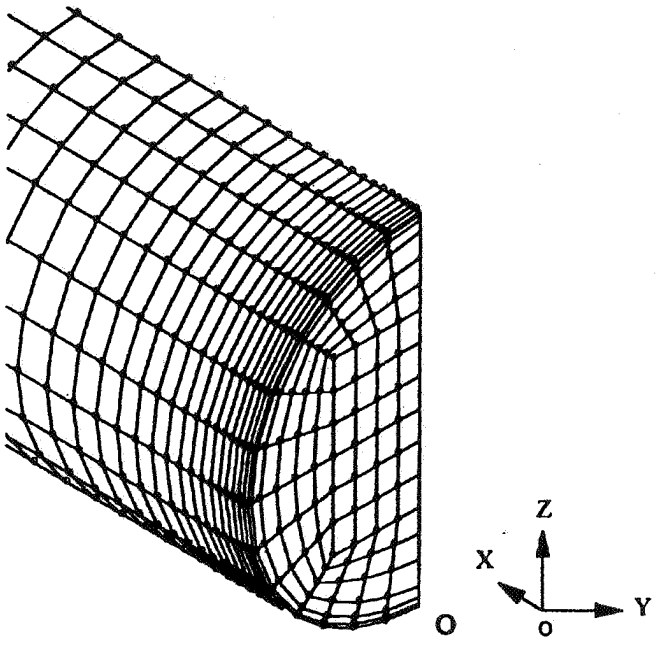
* استادیار

فهرست علائم

A_c	مساحت مقطع	n	اندیس پاورلا	U_f	سرعت افقی بی بعد در حالت توسعه یافته
C	توسط معادلهٔ (۱۰) تعریف می‌شود	N	مسافت عمودی بی بعد	U_{max}	سرعت بیشینهٔ بی‌بعد
C_p	ظرفیت گرمایی	Nu_H	عددناسلت توسعه یافته برای شرط مرزی H	v	سرعت در جهت y
D	توسط معادلهٔ (۱۰) تعریف می‌شود	$Nu_{H,x}$	عددناسلت محلی برای شرط مرزی H	V	سرعت بی بعد در جهت y
D_h	قطر لوله	Nu_T	عددناسلت توسعه یافته برای شرط مرزی T	w	سرعت در جهت z
E	توسط معادلهٔ (۱۰) تعریف می‌شود	$Nu_{T,x}$	عددناسلت محلی برای شرط مرزی T	W	سرعت بی بعد در جهت z
f	ضریب اصطکاک فنینگ	Nu_x	عددناسلت محلی	x	مسافت افقی
f_{app}	ضریب اصطکاک ظاهری	p	فشار	X	مسافت افقی بی بعد ($\frac{x}{D_h}$)
F	توسط معادلهٔ (۱۰) تعریف می‌شود	P	فشار بی بعد	ΔX	فاصلهٔ بی بعد بین دو نقطهٔ افقی
g	شتاب ثقل	Δp	افت فشار افقی	x^+	مسافت افقی بی بعد (معادلهٔ ۱۴)
G	توسط معادلهٔ (۱۰) تعریف می‌شود	$\Delta P'$	افت فشار افقی بی بعد در ناحیه ورودی	x^*	مسافت افقی بی بعد (معادلهٔ ۱۵)
h_x	ضریب انتقال گرما محلی	Pe	عددپکلت ($\frac{\rho C_p u_e D_h}{K}$)	y	مسافت در جهت y
H	توسط معادلهٔ (۱۰) تعریف می‌شود	Pr	عدد پرانتل (معادلهٔ ۱۱)	Y	مسافت بی بعد در جهت y
K	ضریب هدایت گرمایی	q	شار گرمایی دیواره	z	مسافت در جهت z
k	ضریب پایداری	Qx	شار گرمایی بی بعد برای شرط مرزی‌گرمایی T ($\frac{qD_h}{k(T_w-T_e)}$)	Z	مسافت بی بعد در جهت z
$K(x)$	افت فشار اضافی (معادله‌های ۱۸ و ۱۹)	r	مختصات شعاعی	Δ	تانسور شدت تغییر شکل در مختصات کارتزین ($\Delta_{ij}=\frac{\delta v_i}{\delta x_j}+\frac{\delta v_j}{\delta x_i}$)
$K(\infty)$	افت فشار اضافی توسعه یافته (معادلهٔ ۲۰)	r'	مختصات شعاعی بی بعد	θ	دمای بی بعد
l	طول ورودی هیدرودینامیکی	Re	عدد رینولدز (معادلهٔ ۱۱)	$\theta_{b,x}$	دمای متوسط بی‌بعد در نقطهٔ x
L	طول ورودی هیدرودینامیکی بی بعد ($\frac{l}{D_h}$)	T	دما	$\prod$	توسط معادلهٔ (۱۰) تعریف می‌شود
L^+	طول ورودی هیدرودینامیکی بی بعد ($\frac{L}{Re}$)	u	سرعت افقی	ρ	چگالی سیال
		u_e	سرعت ورودی در جهت x	τ_w	تنش برشی دردیواره
		U	سرعت افقی بی بعد		

۱ـ مقدمه

فرایندهای گرمایی سیالات ویسکوز غیر نیوتنی در صنایع مختلف از جمله صنایع شیمیایی ، پتروشیمی ، پلیمر وغذایی و ... مورد استفاده قرار میگیرند. در این صنایع مبدلهای گرمایی از وسایل کلیدی بوده وبرای طراحی درست وبهینه کردن ابعاد آنها داشتن اطلاعات کافی از افت فشار و شدت انتقال گرما برای سیالات درداخل کانالهای مختلف ضروری است . باتوجه به ویسکوزیتهٔ بالای این سیالات وکوچک بودن قطر لوله های مورد استفاده در مبدلهای گرمایی ، جریان سیال معمولاً آرام است. در صورت کوتاه بودن این مبدلها بیشتر افت فشار وانتقال گرما در قسمت ابتدایی لوله که در آن جریان وگرما توسعه یافته نیست صورت می‌گیرد. بدین دلیل قسمت ابتدایی لوله که در آن جریان وگرما به‌طور همزمان در حال توسعه یافتن هستند از اهمیت زیادی برخوردار است. دونوع شرط مرزی گرمایی معمولاً در حل مسائل انتقال گرما با جابه‌جایی اجباری در داخل کانالها به‌کارگرفته می‌شود که عبارت‌اند از : دمای ثابت در دیواره که با T نشان داده می‌شود و شار گرمایی



شکل ۱- جزء بندی میدان جریان

ثابت در دیواره که با H مشخص می‌شود.

به‌دلیل کاربرد زیاد لوله های مدور در صنایع ، جریان وانتقال گرمای سیالات نیوتنی در داخل لوله ها توسط محققان بسیاری مورد بررسی قرار گرفته است . کیز [۱] با استفاده از روش عددی تفاضل محدود[۱۲]، حرکت وانتقال گرمای سیالات نیوتنی را در داخل لوله در قسمت توسعه یافتن همزمان جریان وگرما[۱۳] مورد مطالعه قرار داد. هردو شرط مرزی T و H برای عدد پرانتل ۰/۷ توسط وی به‌کار گرفته شد. همچنین هورنبک [۲] از طریق خطی سازی معادلهٔ اندازهٔ حرکت برای شرایط مرزی T و H واعداد پرانتل ۰/۷ و ۲و۵ بابه‌کارگیری روش تفاضل محدود مسئله را حل کرد. جنسن [۳] از طریق تفاضل محدود بر مبنای حجم کنترل برای شرط مرزی T و عدد پرانتل بادامنهٔ ۰/۰۱ تا ۵۰ مسئله را مورد بررسی قرار داد. وی از شبکه های بسیار ریز برای حل معادله‌های حاکم استفاده کرد. پاگلیارین [۴] از طریق حل عددی باروش اجزای محدود عدد ناسلت محلی را برای محدودهٔ وسیعی از عدد پرانتل (۰/۱ تا ۱۰۰) وعدد پکلت[۱۴] (۵ تا ۵۰۰) محاسبه کرد. شام وجنسن [۵] از طریق تفاضل محدود برمبنای حجم‌کنترل[۱۵] وهمچنین گوین [۶] از طریق تفاضل محدود برمبنای سری تیلور برای شرایط مرزی T و H معادله‌های حاکم راحل و اعداد ناسلت محلی را در طول کانال ارائه کردند. در مورد سیالات غیر نیوتنی مک کیلوپ [۷] مساله را برای اندیس پاورلای متفاوت واعداد پرانتل گوناگون بااستفاده از حل لایه مرزی برای شرایط مرزی گرمایی T و H مورد تجربه وتحلیل قرار داد. لین [۸] ولین وشاه [۹] از روش تفاضل محدود برای حل معادله‌های اندازهٔ حرکت وانرژی در محدودهٔ ابتدایی لوله استفاده کردند. تحقیقات بالا در مورد سیالات غیر نیوتنی فقط اعداد پاورلا واعداد پرانتل خاصی را شامل می‌شود. در مورد حرکت وانتقال گرمای سیالات نیوتنی وغیر نیوتنی در داخل کانالهای غیر مدورنیز می‌توان به مقاله‌های اعتماد وهمکاران [۱۰-۱۲] و اعتماد و موجومدار [۱۳ و ۱۴] اشاره کرد.

مطالعهٔ منابع موجود بیانگر وجود اطلاعات اندکی در ارتباط باافت فشار واعداد ناسلت سیالات غیر نیوتنی مدل پاورلا در قسمت ابتدایی لوله برای شرایط مرزی گرمایی T و H است. تحقیق حاضر برای پرکردن این خلاء وایجاد اطلاعات لازم در این رابطه وبحث در مورد دلایل فیزیکی آنها انجام شده است . در این مقاله اثرات اندیس پاورلا روی میدان جریان و گرما واثرات شرایط مرزی گرمایی وعدد پرانتل روی انتقال گرما مورد بررسی قرار گرفته‌اند .

۲- بخش نظری

میدان جریان مورد استفاده در این تحقیق در شکل (۱) مشخص شده است .باتوجه به تقارن کانال نسبت به صفحهٔ مرکزی معادله‌ها فقط برای نصف لوله حل شده‌اند. سیال باسرعت ودمای یکنواخت وارد لوله شده و دیوارهٔ لوله در دمای ثابت یا در شار گرمایی ثابت نگهداشته می‌شود. مدل پاورلا برای سیالات غیر نیوتنی در حالت کلی خود به‌شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\tau = k \left| \frac{1}{2} \Delta : \Delta \right|^{\frac{n-1}{2}} \Delta \qquad (1)$$

که در آن Δ تانسور شدت تغییر شکل[۱۶] و n اندیس پاورلا و k ضریب پایداری[۱۷] است. در صورتی‌که n کوچکتر از یک باشد سیال شبه پلاستیک[۱۸] ودرحالت مساوی یک نیوتنی وبزرگترازیک دای‌لاتانت[۱۹] نامیده می‌شود. معادله‌های پیوستگی ، اندازهٔ حرکت وانرژی بافرض جریان آرام ، پایدار ، خواص فیزیکی ثابت وجزئی

بودن اتلاف گرمایی در حالت بی بعد به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

معادلهٔ پیوستگی :

$$\frac{\delta U}{\delta X}+\frac{\delta V}{\delta Y}+\frac{\delta W}{\delta Z}=0 \qquad (۲)$$

معادلهٔ اندازهٔ حرکت در جهت x:

$$U\frac{\delta U}{\delta X}+V\frac{\delta U}{\delta Y}+W\frac{\delta U}{\delta Z}=-\frac{\delta P}{\delta X}$$

$$+\frac{1}{Re}\left(\frac{\delta C}{\delta X}+\frac{\delta D}{\delta Y}+\frac{\delta E}{\delta Z}\right) \qquad (۳)$$

معادلهٔ اندازهٔ حرکت در جهت y:

$$U\frac{\delta V}{\delta X}+V\frac{\delta V}{\delta Y}+W\frac{\delta V}{\delta Z}=-\frac{\delta P}{\delta Y}$$

$$+\frac{1}{Re}\left(\frac{\delta F}{\delta Y}+\frac{\delta D}{\delta X}+\frac{\delta G}{\delta Z}\right) \qquad (۴)$$

معادلهٔ اندازهٔ حرکت در جهت z:

$$U\frac{\delta W}{\delta X}+V\frac{\delta W}{\delta Y}+W\frac{\delta W}{\delta Z}=-\frac{\delta P}{\delta Z}$$

$$+\frac{1}{Re}\left(\frac{\delta H}{\delta Z}+\frac{\delta G}{\delta Y}+\frac{\delta E}{\delta X}\right) \qquad (۵)$$

معادلهٔ انرژی :

$$U\frac{\delta\theta}{\delta X}+V\frac{\delta\theta}{\delta Y}+W\frac{\delta\theta}{\delta Z}=-\frac{1}{Pe}$$

$$\left(\frac{\delta^2\theta}{\delta X^2}+\frac{\delta^2\theta}{\delta Y^2}+\frac{\delta^2\theta}{\delta Z^2}\right) \qquad (۶)$$

در معادله‌های بالا متغیرهای بی بعد عبارت انداز :

$$U=\frac{u}{u_e},\quad V=\frac{v}{u_e},\quad W=\frac{w}{u_e} \qquad (۷)$$

$$X=\frac{x}{D_h},\quad Y=\frac{y}{D_h},\quad Z=\frac{z}{D_h} \qquad (۸)$$

$$P=\frac{p-\rho gz}{\rho u_e^2} \qquad (۹)$$

$$C=2\left(\frac{\Pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}}\frac{\delta U}{\delta X},\ D=\left(\frac{\Pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{\delta U}{\delta Y}+\frac{\delta V}{\delta X}\right)$$

$$E=\left(\frac{\Pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{\delta U}{\delta Z}+\frac{\delta W}{\delta X}\right),\ F=2\left(\frac{\Pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}}\frac{\delta V}{\delta Y}$$

$$G=\left(\frac{\Pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{\delta V}{\delta Z}+\frac{\delta W}{\delta Y}\right),\ H=2\left(\frac{\Pi}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}}\frac{\delta W}{\delta Z}$$

$$\frac{\Pi}{2}=\left\{2\left[\left(\frac{\delta U}{\delta X}\right)^2+\left(\frac{\delta V}{\delta Y}\right)^2+\left(\frac{\delta W}{\delta Z}\right)^2\right]+\left(\frac{\delta U}{\delta Y}+\frac{\delta V}{\delta X}\right)^2+\left(\frac{\delta W}{\delta Y}+\frac{\delta V}{\delta Z}\right)^2+\left(\frac{\delta U}{\delta Z}+\frac{\delta W}{\delta X}\right)^2\right\} \qquad (۱۰)$$

$$Re=\frac{\rho u_e^{2-n}D_h^n}{k},\ Pr=\frac{kC_p\left(\frac{u_e}{D_h}\right)^{n-1}}{K},\ Pe=Re.Pr \qquad (۱۱)$$

برای شرط مرزی گرمایی دمای ثابت در دیواره (T) :

$$\theta=\frac{T-T_w}{T_e-T_w} \qquad (۱۲)$$

برای شرط مرزی شار گرمایی ثابت در دیواره (H) :

$$\theta=\frac{T-T_e}{q\frac{D_h}{k}} \qquad (۱۳)$$

در حل معادله‌های بالا وتحلیل نتایج به‌دست آمده از گروه‌های بی بعد زیر استفاده شده است :

الف - برای جریان در حال توسعه مسافت بی بعد در جهت حرکت سیال (x^+) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$x^+=\frac{x}{D_hRe} \qquad (۱۴)$$

ب - در صورتی که بررسی گرما مورد نظر باشد از عدد بی بعد زیر (x^*) به عنوان مسافت بی بعد استفاده می‌شود.

$$x^*=\frac{x}{D_hRePr}=\frac{x^+}{Pr} \qquad (۱۵)$$

ج - طول ورودی هیدرودینامیکی[۲۰] (l) عبارت است از طولی از

لوله که در آن سرعت بیشینهٔ سیال به ۹۹ درصد مقدار سرعت در حالت توسعه یافته می‌رسد. این پارامتر به‌صورت زیر بی بعد می‌شود:

$$L = \frac{l}{D_h}, L^+ = \frac{L}{Re} \qquad (۱۶)$$

د - ضریب اصطکاک فنینگ[۲۱] (f) عبارت است از نسبت تنش برش محلی دیوار به انرژی جنبشی سیال در واحد حجم . برای جریان توسعه یافته :

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{۱}{۲}\rho u_e^۲} = \frac{\Delta p}{\frac{۱}{۲}\rho u_e^۲} \cdot \frac{۱}{۴\Delta X} \qquad (۱۷)$$

در معادلهٔ (۱۷) p فشار متوسط در سطح مقطع است. در ناحیه ورودی لوله f معمولاً ضریب اصطکاک ظاهری (f_{app}) نامیده می‌شود که براساس افت فشار کل از ابتدای کانال (X=۰) تا محل مشخصی مثل X تعریف می‌شود.

هـ- در ناحیه ورودی هیدرودینامیکی افت فشار معمولاً ترکیبی از دوجزء است:

۱- افت فشار براساس جریان توسعه یافته

۲- افت فشار اضافی به‌خاطر تغییر نیمرخ سرعت

بخش دوم افت فشار ، افت فشار اضافی (k(x)) نامیده می‌شود:

$$\Delta P' = \frac{\Delta p}{\frac{۱}{۲}\rho u_e^۲} = f\,(۴X) + K(x) \qquad (۱۸)$$

$$\Delta P' = (f.Re)\,(۴x^+) + K(x) = (f_{app}Re)\,(۴x^+) \qquad (۱۹)$$

در ناحیه توسعه یافته ، K(x) با K(∞) نشان داده می‌شود. رابطهٔ بین K(∞) و f.Re رامی‌توان به‌صورت زیر مشخص کرد:

$$\Delta P' = (f.Re)\,(۴x^+) + K(\infty) \qquad (۲۰)$$

و - دمای بی بعد متوسط[۲۲] محلی در هر سطح مقطع به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta_{b,x} = \frac{\int_{Ac} U\theta dA_c}{\int_{Ac} U dA_c} \qquad (۲۱)$$

ز - عددناسلت محلی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Nu_x = \frac{h_x D_h}{K} \qquad (۲۲)$$

برای شرط مرزی دمای ثابت در دیواره (T):

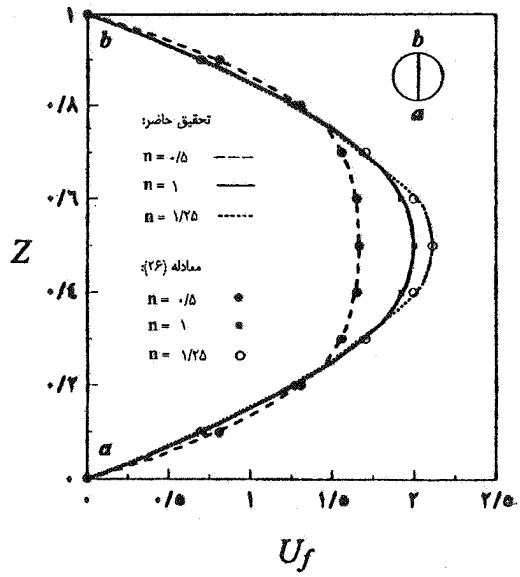
$$Nu_x = \frac{(\frac{\delta\theta}{\delta N})_{w,m}}{\theta_{b,x}} \qquad (۲۳)$$

برای شرط مرزی شارگرمایی ثابت در دیواره (H):

$$Nu_x = \frac{(\frac{\delta\theta}{\delta N})_{w,m}}{\theta_{w,m} - \theta_{b,x}} \qquad (۲۴)$$

در معادله‌های بالا N بردار عمود بر سطح کانال است.

دراین مسئله به علت طول زیادکانال (x^+=۰/۴ و ۰/۰۴ =x^*) و همچنین بالا بودن عدد پکلت (۵۰۰۰ - ۵۰۰) می‌توان فرض کرد که در انتهای کانال جریان سیال وگرما توسعه یافته است . معادله‌های برای شرایط مرزی T و H ، بااستفاده از نرم افزار FIDAP که براساس استفاده از روش اجزای محدود گالرکین استوار است حل شدند. روش اجزای محدود گالرکین در منابع زینکوویچ [۱۵] وپیتمن [۱۶] به خوبی توضیح داده شده است . میدان جریان توسط ۶۱ و ۱۱ و ۱۹ جزء شش وجهی به ترتیب در جهات x و y و z جزء بندی شده (شکل ۱) و برای فشار از روش پنالتی[۲۳] با پارامتر پنالتی $۱۰^{-۹}$ استفاده شد. به‌علت تغییرات سرعت ودمای زیاد در ناحیه ورودی وهمچنین در نزدیکی دیوار، اجزای بسیارکوچک در این نواحی به‌کارگرفته شدند. برای حل معادله‌های جبری به دست آمده از روش ترکیبی استفاده شد که با روش تکرار ثابت شروع و پس از چند تکرار به روش نیوتن رافسون تغییرداده می‌شود. این مسئله سبب صرفه جویی زیادی در وقت محاسباتی کامپیوتر می‌شود. پایداری عددی مسئله توسط به‌کارگیری روش پتروگالرکین[۲۴] تصحیح شد. از متغیرهای وابسته وبردارهای باقیمانده به عنوان معیاری برای همگرایی استفاده شد. همگرایی زمانی حاصل می‌شود که اختلاف نسبی بین متغیرهای وابستهٔ دو تکرار متوالی و همچنین بردار باقیمانده از یک مقدار مشخصی کمتر باشد . در این مطالعه این مقدار $۱۰^{-۵}$ انتخاب شد.



شکل ۲- مقایسهٔ سرعتهای توسعه یافتهٔ صفحهٔ مرکزی بین نتایج تحقیق حاضر و روش تحلیلی (معادلهٔ ۲۵)

۳- نتایج وبحث

برای اطمینان از درستی جوابها ، نتایج عددی به دست آمده با اطلاعات تحلیلی وتجربی وعددی موجود در منابع مختلف مورد مقایسه قرار گرفت . برای سیال مدل پاورلا توزیع سرعت توسعه یافته (U_f) وهمچنین حاصلضرب ضریب اصطکاک وعدد بی بعد رینولدز (f.Re) در حالت توسعه یافته از معادله‌های زیر محاسبه می‌شوند:

$$Uf = \frac{3n+1}{n+1}\left[1 - \left|(2r'-1)^{\frac{n+1}{n}}\right|\right] \qquad (۲۵)$$

$$f.Re = 2^{n+1}\left(\frac{3n+1}{n}\right)^{n} \qquad (۲۶)$$

در معادلهٔ (۲۵) $r'=\frac{r}{D_h}$ است. نیمرخ سرعت توسعه یافته برای مقادیر متفاوت اندیس پاورلا که از این تحقیق حاصل شده‌اند بامقادیر به دست آمده از معادلهٔ (۲۵) به خوبی تطبیق می‌کند (شکل (۲). نتایج محاسبه شده برای ضریب اصطکاک وافت فشار اضافی برای سیال نیوتنی با داده های هورنبک [۲] که از طریق حل عددی با روش تفاضل محدود به دست آمده است مقایسه شده که در شکل (۳-الف و ب) نشان داده شده‌اند. براساس ادعای شاه وبهاتی [۱۷] نتایج هوربنک [۲] در بین نتایج محققان تا سال ۱۹۸۹ از دقت بالایی برخوردار بوده است. دراین شکل نتایج لاوال [۱۸] نیز که بااستفاده از روش تفاضل محدود برمبنای حجم کنترل به دست آمده است دیده می‌شوند که بانتایج تحقیق حاضر تطبیق خوبی دارند.

جدول ۱ مشخصات جریان وانتقال گرما سیالات نیوتنی وغیر نیوتنی مدل پاورلا را درحالت توسعه یافته نشان می‌دهد. در این جدول از نتایج تحلیلی برد وهمکاران [۱۹] که برمبنای روش جداسازی متغیرهابه دست آمده است برای مقایسه استفاده شده است . برای حالت توسعه یابندگی همزمان جریان وانتقال گرما برای سیالات نیوتنی نتایج تحقیق حاضر برای شرط مرزی گرمایی H با نتایج گوین [۶] ومک کیلوپ [۷] وبرای شرط مرزی گرمایی T بانتایج جنسن [۳] وهورنبک [۲] مقایسه شده است (شکل ۴ - الف). برای سیالات غیر نیوتنی نیز مقایسه بین نتایج این تحقیق بانتایج مک کیلوپ[۷] برای n=۰/۵ در (شکل ۴- ب) نمایش داده شده است . این مقایسه ها بیانگر تطبیق ونزدیکی خوب نتایج حاضر بااطلاعات موجود در منابع است.

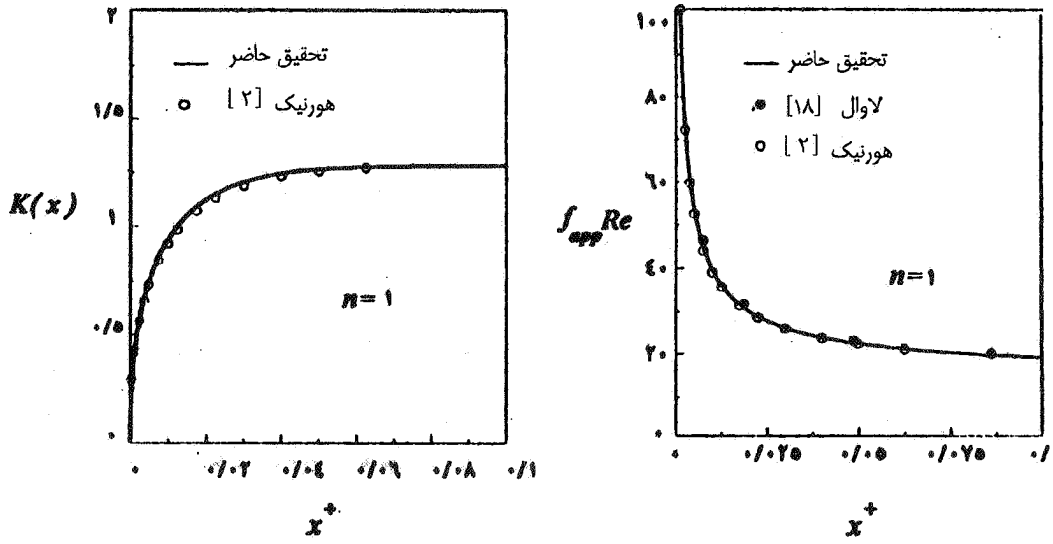
۳-۱ اثر اندیس پاورلا

۳-۱-۱ جریان سیال

شکل (۵- الف و ب) نیمرخ سرعت بی بعد را در $x^+=0/002$ و در حالت توسعه یافته برای اندیسهای پاورلای متفاوت نشان می‌دهد. در نزدیکی دیواره در صورت تساوی شدت برشی واندیس پایداری ، ویسکوزیتهٔ ظاهری برای سیالات شبه پلاستیک کمتر از سیالات دای‌لاتانت است. در ناحیه ورودی کانال به علل اثرات ویسکوز وهمچنین مقدار زیاد شدت برشی در نزدیکی دیواره ، سرعت سیالات شبه پلاستیک در نزدیکی دیوارهٔ کانال بیشتر از سیالات دای‌لاتانت است . قانون بقای جرم ایجاب می‌کند که سرعت سیال شبه پلاستیک در نزدیکی مرکز لوله کمتر باشد. در فواصل دورتر از ابتدای لوله اثرات ویسکوز به مناطق مرکزی لوله نفوذ می‌کند وتاثیر اندیس پاورلا روی نیمرخ سرعت کاهش می‌یابد. سرعت بی بعد بیشینه (U_{max}) وهمچنین $f_{app}Re$ و $K(x)$ برای اندیس پاورلاهای متفاوت در شکل (۶- الف وب) نشان داده شده اند. جدول ۱ نیز حاوی مشخصات جریان وگرمای سیال در حالت توسعه یافته

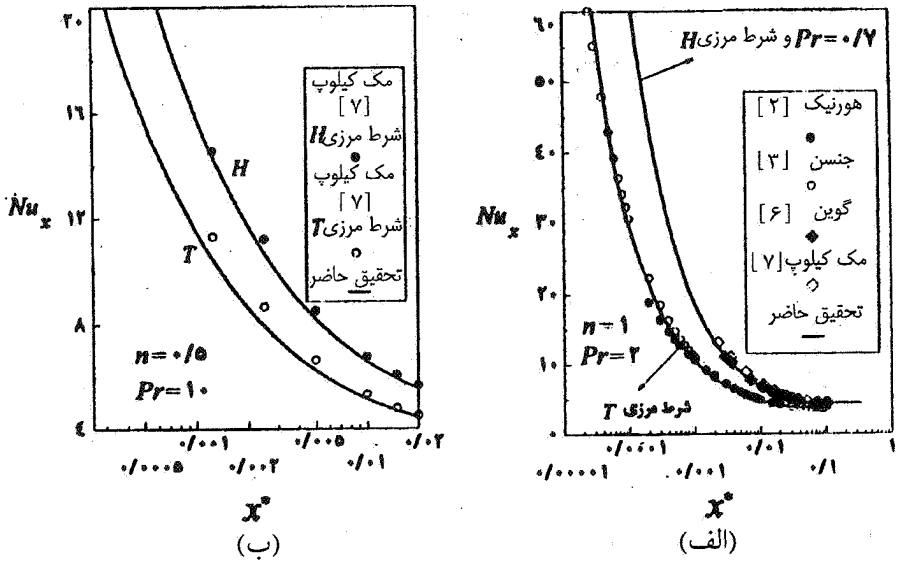
جدول ۱- مقایسهٔ مشخصات جریان و گرما بین تحقیق حاضر و سایر اطلاعات موجود در منابع

اندیس	مراجع	L^+	K(∞)	f.Re	U_{max}	Nu_T	NU_H
n=۰/۵	معادله های (۲۵) و(۲۶)	-	-	۶/۳۲۵	۱/۶۶۷	-	-
	برد و همکاران [۱۹]	-	-	-	-	۳/۹۴۹	۴/۷۴۶
	تحقیق حاضر	۰/۰۹۸	۰/۶۳۲	۶/۳۲۱	۱/۶۶۵	۳/۹۵۰	۴/۷۴۴
n=۱	معادله های (۲۵) و(۲۶)	-	-	۱۶/۰۰	۲/۰۰	-	-
	برد و همکاران [۱۹]	-	-	-	-	۳/۶۵۷	۴/۳۶۴
	تحقیق حاضر	۰/۰۵۴	۱/۲۶۸	۱۵/۹۹۵	۱/۹۹۶	۳/۶۵۹	۴/۳۶۳
n=۱/۲۵	معادله های (۲۵) و(۲۶)	-	-	۲۵/۲۳۸	۲/۱۱۱	-	-
	برد و همکاران [۲۰]	-	-	-	-	-	۴/۲۷۵
	تحقیق حاضر	۰/۰۳۷	۱/۷۰۱	۲۵/۲۳۱	۲/۱۰۸	۳/۵۹۰	۴/۲۷۲

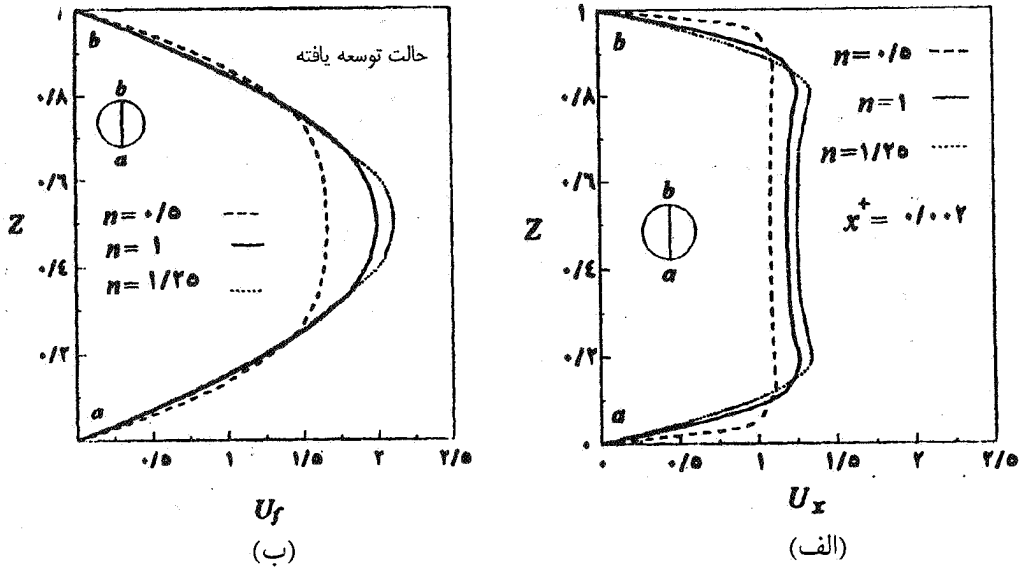


شکل ۳- مقایسهٔ بین نتایج تحقیق حاضر و سایر اطلاعات موجود در منابع

است. به علت توزیع سرعت تخت تر برای سیال بااندیس پاورلای کوچکتر، U_{max} باکاهش n کاهش می‌یابد. همچنین n کوچکتر باعث K(x) و K(∞) کوچکتر ولی L^+ بزرگتری می‌شود. براساس شکل (۶) وجدول ۱ اندیس پاورلا تاثیر زیادی روی افت فشار دارد. ویسکوزیتهٔ ظاهری کوچکتر در نزدیکی دیواره، برای سیالات شبه پلاستیک و برای عدد رینولدز مساوی سبب افت فشار کمتری در مقایسه با سیالات دای‌لاتانت می‌شود. بنابراین دو عامل مهم‌درارتباط با ضریب اصطکاک وجود دارد که عبارت‌اند از : ناحیه ورودی واندیس پاورلا . منطقهٔ در حال توسعه هیدرودینامیکی $f_{app}Re$ بالاتری نسبت به حالت توسعه یافته دارد. به‌طور مثال برای سیال با n = ۰/۵ در $x^+ = ۰/۰۰۲$ مقدار $f_{app}Re$ حدود ۲۸۰ درصد بیشتر از f.Re در حالت توسعه یافته است . این مقدار برای n=۱ برابر ۴۱۰ درصد است. جریان ثانویه در منطقهٔ ابتدایی کانال ($x^+=۰/۰۰۲$) برای اندیس پاورلای مختلف در شکلهای (۷) و (۸) نمایش داده شده اند. همان طورکه از این شکلها مشخص است مقدار جریان ثانویه برای



شکل ۴- مقایسهٔ Nu_x بین نتایج تحقیق حاضر و سایر اطلاعات موجود در منابع

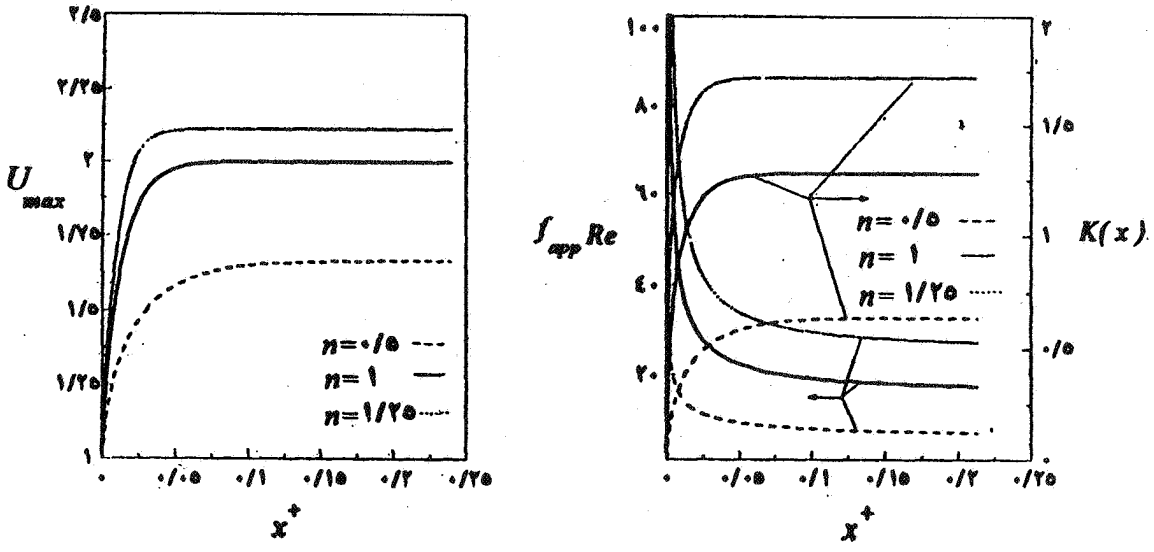


شکل ۵- مقایسهٔ نیمرخ سرعت بی بعد برای اندیس پاورلای متفاوت الف- در حال توسعه ب - توسعه یافته

اندیس پاورلای کوچکتر در نزدیکی دیواره شدیدتر ودر فواصل دورتراز دیوار لوله ضعیفتر است.

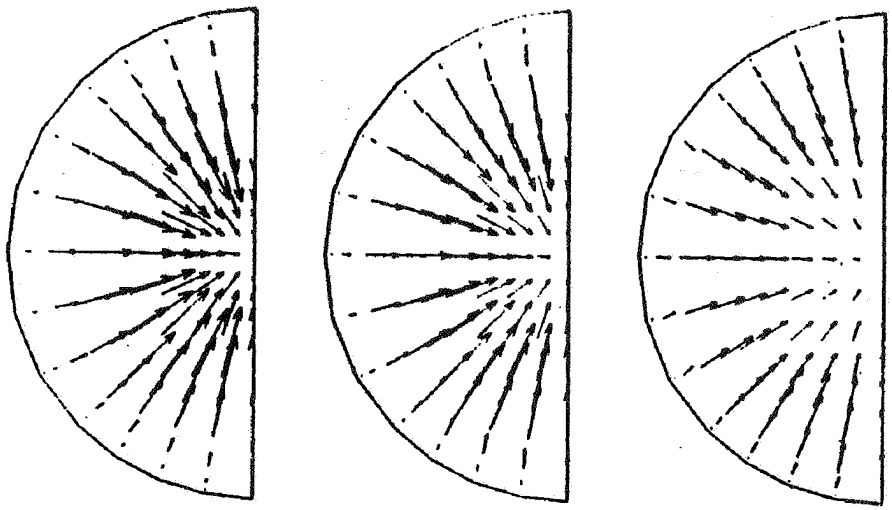
۳-۱-۲ انتقال گرما

عدد ناسلت محلی وهمچنین دمای متوسط بی بعد محلی برای اندیسهای متفاوت پاورلا در شکل (۹-الف وب) نشان داده شده‌اند. همان‌طورکه قبلاً بیان شد اعداد ناسلت توسعه یافته نیز در جدول ۱ مشخص شده‌اند معمولاً باکاهش اندیس پاورلا عددناسلت برای هر دو شرط مرزی T و H افزایش پیدا می‌کند. دلیل این امر اختلاف سرعت زیادتر درکنار دیواره برای سیالاتی با اندیس پاورلای کوچکتر است. به علت توسعه یابندگی ، در پایین دست کانال این اختلاف در اعداد ناسلت کاهش می‌یابد. برای شرط مرزی گرمایی H، همان طورکه از شکل (۹) مشخص است، $\theta_{b,x}$ تحت تأثیر n نیست. در واقع شار گرمایی برای این شرط مرزی برای سیالات بااندیسهای پاورلای متفاوت یکسان است وبنابراین تفاوت در نیمرخ سرعت در دمای متوسط سیال



(ب) (الف)

شکل ۶- ضریب اصطکاک ظاهری، افت فشار اضافی و سرعت بی بعد بیشینه برای اندیس پاورلای متفاوت



(ج) (ب) (الف)

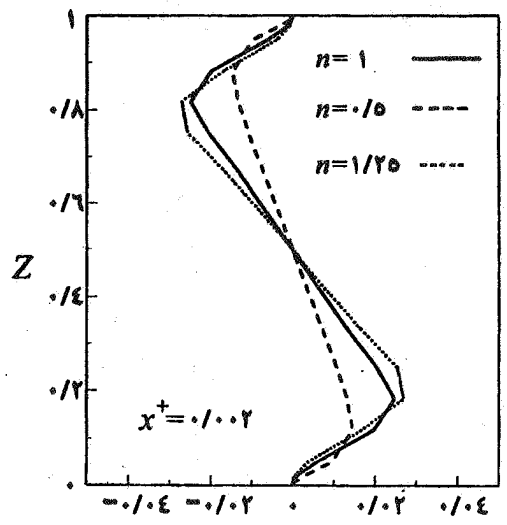
شکل ۷- جریان ثانویه برای اندیس پاورلای متفاوت الف - n=۰/۵ ب - n=۱ ج - n=۱/۲۵

در مقطع خاصی تأثیرگذار نخواهد بود. همان طورکه اشاره شد اثر n روی اعدد ناسلت برای هر دو شرط مرزی T و H زیاد است .به طور مثال در مقطع $x^* = ۰/۰۰۰۲$ باکاهش اندیس پاورلا از ۱/۰ به ۰/۵ مقدار $Nu_{T,x}$ ، ۲۸ در صد ومقدار $Nu_{H,x}$ ، ۲۷ درصد افزایش پیدا می‌کند. این مقدار افزایش برای حالت توسعه یافته به‌ترتیب حدود ۸ درصد و ۹ درصد است.

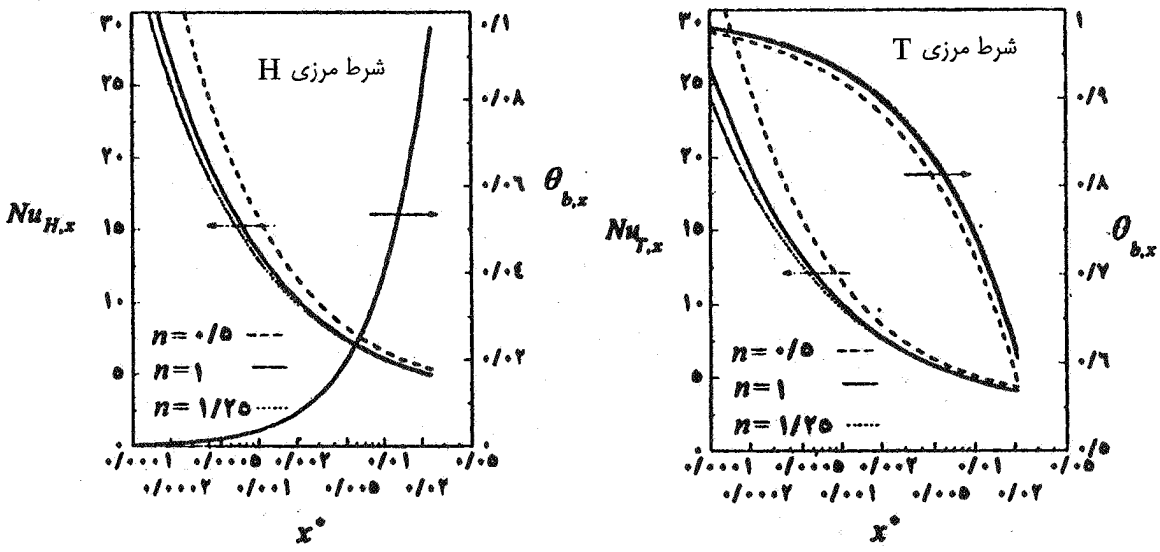
معمولاً" برای شرط مرزی گرمایی T، دمای سیال در نزدیکی دیواره به دمای خود دیواره میل می‌کند، بنابراین اختلاف دمای سیال در دیواره برای شرط مرزی T کمتر از شرط مرزی H است. این امر سبب می‌شود که عدد ناسلت T کمتر از H باشد.

۳-۱-۳ اثر عدد پرانتل

برای شرط مرزی T، عددناسلت محلی بستگی به انتقال گرما از دیواره ها وهمچنین دمای متوسط محلی دارد. شکل (۱۰- الف وب) شار گرمایی از دیواره ، دمای متوسط بی بعد، وعددناسلت رابرحسب X برای اعداد پرانتل متفاوت نشان می‌دهد. عددپرانتل



شکل ۸- جریان ثانویه برای اندیس پاورلای متفاوت



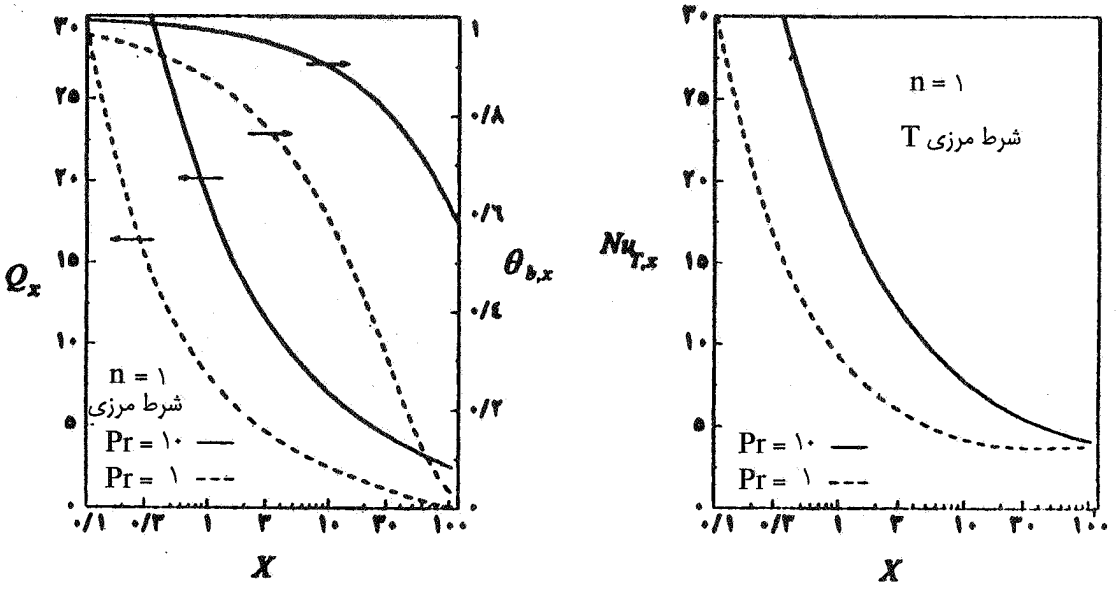
(ب) (الف)

شکل ۹- عدد ناسلت برای شرایط مرزی و اندیس پاورلای متفاوت Pr = ۱۰ و Re = ۵۰۰

کوچکتر باعث تسریع در توسعهٔ گرمایی می‌شود که این خود سبب کاهش دمای متوسط بی بعد وشار گرمایی از دیواره می‌شود. رقابت بین این دوعامل کاهش عددناسلت رابرای عددپرانتل کوچکتردر ناحیه ورودی به‌دنبال خواهد داشت . در ناحیه توسعه یافته مقدار عددناسلت مستقل از عددپرانتل به عدد خاصی میل می‌کند. شکل (۱۱- الف وب) اثر عددپرانتل راروی دماهای بی بعد محلی ومتوسط وهمچنین عددناسلت برای شرط مرزی H برحسب تابعی از X نشان می‌دهد. عددپرانتل کوچکتردر مقطع مشخصی از کانال به‌علت توسعهٔ گرمایی سریعتر سبب افزایش دماهای بی بعد محلی ومتوسط شده ونهایتا" منجربه کاهش عددناسلت را می‌شود.

۴- نتیجه گیری

معادله‌های اندازهٔ حرکت وانرژی برای حرکت سیال نیوتنی وغیر نیوتنی مدل پاورلا در داخل لوله در حالتهای توسعه یافته و توسعه یابندگی همزمان جریان وگرما باروش عددی اجزای محدود گالرکین حل شدند. نتایج بیانگر اثر زیاد اندیس پاورلا روی میدان جریان



شکل ۱۰- مشخصات گرمایی برحسب X برای شرط مرزی T و اعداد پرانتل متفاوت Re = ۵۰۰

وانتقال گرماست. کاهش اندیس پاورلا سبب کاهش افت فشار اضافی، سرعت بیشینه و همچنین حاصلضرب ضریب اصطکاک وعدد رینولدز می‌شود. اثر اندیس پاورلا روی طول ورودی هیدرودینامیکی نیز محسوس بوده و کاهش آن سبب افزایش این طول می‌شود. اندیس پاورلا اثر چشمگیری نیز روی انتقال گرما دارد وبرای هر دوشرط مرزی T و Hکاهش n سبب افزایش عددناسلت می‌شود. اثر عددپرانتل نیز روی عددناسلت برای هردو شرط مرزی T و H زیاد بوده وکاهش عددپرانتل کاهش عددناسلت رابرای هردو حالت به همراه خواهد داشت.

واژه نامه:

1. Galerkin finite element
2. power law model
3. fixed iteration
4. Newton Raphson
5. constant wall temperature
6. constant wall heat flux
7. apparent friction factor
8. incremental pressure drop
9. Nusselt number
10. power law index
11. Prandtl number
12. finite difference
13. simultaneously developing flow and heat transfer
14. Peclet number
15. control volume based finite difference
16. rate of deformation tensor
17. consistency index
18. pseudoplastic
19. dilatant
20. hydrodynamic entrance length
21. Fanning friction factor
22. dimensionless bulk temperature
23. penalty method
24. Petrov-Galerkin

مراجع

1. Kays, W. M., "Numerical Solutions for Laminar Flow Heat Transfer in Circular Tubes," *Trans ASME*, Vol. 77, pp. 1265-1274, 1955.
2. Hornbeck, R. W., "An All-Numerical Methods for Heat Transfer in the Inlet of a Tube," American Society of Mechanical Engineering, Paper 65-WA/HT-39, 1965.
3. Jensen, M. K., " Simultaneously Developing Flow in an Isothermal Circular Duct," *International communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 16, pp. 811-820, 1989.
4. Pagliarini, G., "Steady Laminar Heat Transfer in the

Entry Region of Circular Tubes with Axial Diffusion of Heat and Momentum," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 1037-1052, 1989.

5. Shome, B., and Jensen, M. K., "Correlations for Simultaneously Developing Laminar Flow and Heat Transfer in a Circular Tube," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 2710-2713, 1993.
6. Nguyen, T. V., "Incremental Heat Transfer Number in the Entry Region of Circular Tube," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 3659-3662, 1993.
7. Mckillop, A. A., "Heat Transfer for Laminar Flow on Non-Newtonian Fluids in Entrance Region of a Tube," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 7, pp. 853-862, 1964.
8. Lin, T., "Numerical Solutions of Heat Transfer to Yield Power Law Fluids in the Entrance Region," M.S. Thesis, University of Wisconsin, Milwaukee, 1977.
9. Lin, T., and Shah, V. L., "Numerical Solution of Heat Transfer to Yield Power Law Fluids Flowing in the Entrance Region," *Proceeding of the Sixth International Heat Transfer Conference*, Vol. 5, pp. 317-321, 1978.
10. Etemad, S. Gh., Mujumdar, A. S., and Huang, B., "Viscous Dissipation Effects in Entrance Region Heat Transfer for a Power Law Fluid Flowing Between Parallel Plates," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 15, No. 2, pp. 122-132, 1994.
11. Etemad, S. Gh., Mujumdar, A. S., and Huang, B., "Laminar Forced Convection Heat Transfer of a Non-Newtonian Fluid in the Entrance Region of a Square Duct with Different Boundary Conditions," *Proceeding of 10th International Heat Transfer Conference*, Vol. 4, pp. 231-236, 1994.
12. Etemad, S. Gh., Mujumdar, A. S., and Nassef, R., "Simultaneously Developing Flow and Heat Transfer of Non-Newtonian Fluid in Equilateral Triangular Duct," *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 20, pp. 898-908, 1996.
13. Etemad, S. Gh., and Mujumdar, A. S., " The Effect of Aspect Ratio and Rounded Corners on the Laminar Forced Convection Heat Transfer of a Non-Newtonian Fluid in the Entrance Region of Rectangular Duct," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 21, No. 2, pp. 283-296, 1994.
14. Etemad, S. Gh., and Mujumdar, A. S., "Effects of Variable Viscosity and Viscous Dissipation on Laminar Convection Heat Transfer of a Power Law Fluid in the Entrance Region of a Semi-Circular Duct," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No. 2, pp. 2725-2531, 1995.
15. Zienkiewicz, O. C., *Finite Element Method*, McGraw -Hill, New York, 1977.
16. Pittman, J. F., *Finite Elements for Field Problems*, Hanser Publishers, New York, 1989.
17. Shah, R. K., and Bhatti, M. S., *Laminar Convection Heat Transfer in Ducts, Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer* Edited by Kakac, S., Shah, R. K., and Aung, W., John Wiley & Sons, pp. 3.1-3.137, 1987.
18. Lawal, A., "Laminar Flow and Heat Transfer to Variable Property Power-Law Fluids in Arbitrary Cross-Sectional Ducts," Ph.D. Thesis, McGill University, Montreal, Quebec, Canada, 1985.
19. Bird, R. B., Armstrong, R. C., and Hassager, O., *Dynamics of Polymeric Liquids*, Vol. 1, John Wiley & Sons, New York, 1977.