کاربرد روشهای مبتنی بر شبیه سازی در آشکارسازی اهداف راداری

محمد فرزان صباحی[*]، محمود مدرس هاشمی[**] و عباس شیخی[**]

دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه شیراز

(دریافت مقاله: ۸۶/۱/۲۱– دریافت نسخه نهایی: ۸۶/۷/۳۰)

چکیده – در این مقاله آشکارسازی با استفاده از روشهای عددی مبتنی بر نمونه برداری مونت کارلو بررسی شده است. در این روشها با استفاده از تولید اعداد تصادفی عملیات تخمین پارامترهای نامعلوم و یا محاسبه آماره آشکار ساز انجام می‌پذیرد. به‌عنوان نمونه دو آشکار ساز بر مبنای روش نمونه برداری اهمیتی[1] ارایه می‌شود. در این آشکار سازها،که آن را آشکار ساز ذره‌ای[2] می‌نامیم، با استفاده از تولید اعداد تصادفی اقدام به محاسبه تقریبی نسبت درستنمایی با استفاده از تخمین پارامترهای نامعلوم (شبیه GLRT) و یاانتگرال‌گیری روی پارامترهای نامعلوم (شبیه AALR) می‌کنیم. روشهای ارائه شده،با توجه به طبیعت عددی آنها، قابل اعمال به طیف وسیعی از مسایل آشکار سازی و به‌خصوص مسائلی که روشهای تحلیلی برای آنها وجود ندارد خواهد بود. نتایج شبیه سازی در چندین حالت مختلف نشان دهندهٔ این است که در حالاتی که روش GLRT قابل اعمال است، آشکارساز پیشنهادی عملکرد قابل رقابتی دارد. از طرف دیگر آشکارساز پیشنهادی به بسیاری از مسائل که در آنها تخمین ML پارامترها موجود نبوده و یا توزیع پیشین آنها مشخص است، قابل اعمال است.

واژگان کلیدی : آشکارسازی راداری، نمونه برداری مونت کارلو، روشهای مبتنی بر شبیه سازی، نمونه برداری اهمیتی

Simulation-Based Radar Detection Methods

M. Farzan Sabahi, M. Modarres Hashemi, and A. Sheikhi

Department of Electrical and Computer Engineering, Isfahan University of Technology
Faculty of Engineering, Shiraz University

Abstract: ***In this paper, radar detection based on Monte Carlo sampling is studied. Two detectors based on Importance Sampling are presented. In these detectors, called Particle Detector, the approximated likelihood ratio is calculated by Monte Carlo sampling. In the first detector, the unknown parameters are first estimated and are substituted in the likelihood ratio (like***

* – دانشجوی دکتری ** – استادیار

the GLRT method). In the second detector, the averaged likelihood ratio is calculated by integrating out the unknown parameters (like the AALR method). Thanks to the numerical nature of these methods, they can be applied to many detection problems which do not have analytical solutions. Simulation results show that both the proposed detectors and the GLRT have approximately the same performance in problems to which the GLRT can be applied. On the other hand, the proposed detectors can be used in many cases for which either no ML estimate of unknown parameters exists or their prior distribution is known.

Keywords: ***Radar detection, Monte-Carlo sampling, Simulation-based methods, Importance Sampling.***

فهرست علائم

AR	فرایند Auto Regressive	α	دامنه هدف
$\underline{a}$	ضرایب فرایند AR	$\Lambda(\underline{y})$	نسبت درستنمایی
H_0	فرضیه عدم وجود هدف	Ω	شیفت فرکانسی نرمالیزه شده داپلر هدف
H_1	فرضیه وجود هدف	σ^2	توان نویز سفید
$k_n(.)$	تابع بسل تعمیم یافته نوع دوم از مرتبه n	$\underline{\theta}$	بردار پارامترهای مجهول
$p(\underline{\theta}\mid\underline{y})$	: توزیع پسین پارامترها به شرط مشاهدات	$\underline{\theta}^{(i)}$	نمونه تولید شده پارامتر مجهول
$p(\underline{y}\mid H_i)$	مقدار درستنمایی	$w(\underline{\theta}^{(i)})$ یا $w^{(i)}$	وزن نمونه i ام

۱- مقدمه

در آشکارسازی راداری اغلب نیاز به تخمین پارامترهای نامعلوم یا محاسبه انتگرالهای پیچیده است. برای آشکارسازی معیارهای مختلفی بیان شده است. معیار عمومی که در نظریه آشکارسازی در رادار استفاده می‌شود معیارنیمن- پیرسون است که مطابق با این معیار، نسبت درستنمایی[۳] از روی بردار دریافتی $\underline{y}$ محاسبه شده و با یک سطح آستانه مقایسه می‌شود.[۱]

$$\Lambda(y)=\frac{P_Y(y\mid H_1)}{P_Y(y\mid H_0)}\ \begin{matrix}>H_1\\<H_0\end{matrix}\ \eta \qquad (۱)$$

سطح آستانه η به گونه‌ای انتخاب می‌شود که احتمال هشدار غلط (P_{fa}) در یک حد مشخص ثابت بماند. آشکارسازی که طبق این معیار به‌دست آمده باشد آشکارساز بهینه نامیده می‌شود. روشن است که در مقایسه آشکارسازهای مختلف، هر کدام که در P_{fa} ثابت احتمال آشکارسازی یا P_D بیشتری داشته باشند عملکرد بهتری دارد. در حالت کلی هر کدام از فرضهای H_0 و یا H_1 ممکن است حاوی پارامترهای نامعلوم باشند. اگر بردار پارامترهای نامعلوم دراین فرضها را به ترتیب $\underline{\theta}_0$, $\underline{\theta}_1$ بنامیم نسبت درستنمایی به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\Lambda(\underline{y})=\frac{\int p(\underline{y}\mid H_1,\underline{\theta}_1)\,p(\underline{\theta}_1\mid H_1)\,d\underline{\theta}_1}{\int p(\underline{y}\mid H_0,\underline{\theta}_0)\,p(\underline{\theta}_0\mid H_0)\,d\underline{\theta}_0} \qquad (۲)$$

به $\Lambda(\underline{y})$ در این حالت نسبت درستنمایی میانگین[۴] (ALR) گفته می‌شود. در صورتی که تمام یا بعضی از اجزای $\underline{\theta}_0$, $\underline{\theta}_1$ قطعی باشند توزیعهای $P(\underline{\theta}_1\mid H_1)$ و یا $P(\underline{\theta}_0\mid H_0)$ حاوی توابع ضربه خواهند بود. محاسبهٔ $\Lambda(y)$ در اغلب موارد منجر به محاسبهٔ انتگرالهای پیچیده و یا تخمین پارامترهای متعدد خواهد شد. وقتی تعداد این پارامترها زیاد و یا شکل توزیعها پیچیده می‌شود محاسبهٔ $\Lambda(y)$ بسیار دشوارتر خواهد شد. به‌عنوان مثال در آشکارسازی همدوس با فرض تموج آرام هدف، اگر نویز به‌صورت AR گوسی از مرتبهٔ M مدل شود در صورت معادله (۲) 2M+3 مجهول (M ضریب مختلط فرایند AR، توان نویز سفید ورودی فیلتر AR و دامنهٔ مختلط هدف) و در مخرج آن 2M+1 مجهول وجود دارد.

رویکرد دیگری که به جای معادله (۲) پیشنهاد می‌شود آزمون GLRT[۵] است. در این روش تخمین ML پارامترهای

نامعلوم تحت هر یک از فرضیه‌های H_0 یا H_1 جایگزین مقادیر واقعی آنها شده و نسبت درستنمایی طبق معادله (۱) محاسبه می‌شود [۲]. از معایب این روش می‌توان به نداشتن مبنای دقیق نظری، در دسترس نبودن تخمین ML به‌صورت تحلیلی در حالت کلی و برخورد کردن با تمام پارامترها به‌صورت پارامترهای قطعی اشاره کرد. به عبارت دیگر چنانچه اطلاعات پیشینی[۶] در مورد پارامترهای نامعلوم موجود باشد GLRT از آن استفاده نمی‌کند.

برای محاسبه (۲) می‌توان به تقریب صورت و مخرج معادله نیز اقدام کرد. در این روش که AALR[۷] نامیده می‌شود توابع با شکلهای ساده‌تری که انتگرال آنها شناخته شده است جایگزین می‌شوند و سپس $\Lambda(\underline{y})$ به‌دست می‌آید. بدیهی است که موجود بودن تقریب مناسب به‌ویژه وقتی که تعداد پارامترها زیاد است مورد تردید است.

مسائل متعددی وجود دارد که روشهای فوق قابل اعمال به آن نیست. یک راه حل عمومی در این موارد استفاده از روشهای عددی است. مثلاً در [۳ و ۴] به روشهای CGLR[۸] و CALR[۹] اشاره شده است. در CGLR آشکارسازی یک هدف با داپلر نامعلوم مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور برای داپلر هدف K نقطه بین یک بازه مشخص (مثلاً $(0,2\pi)$در نظر گرفته و برای هر کدام از نقاط GLRT استفاده می‌شود. در CALR نیز انتگرالها با مجموع تخمین زده می‌شوند. به عبارتی از روش مبتنی بر شبکه‌بندی برای محاسبه انتگرال استفاده شده است. در [۵] یک آشکارسازی چند کاناله بررسی شده و چون به‌دست آوردن تخمین ML از طریق تحلیلی مشکل بوده است یک روش عددی برای پیدا کردن ریشه مشتق تابع درستنمایی ارائه شده است. البته برای به‌دست آوردن ماکزیمم تابع درستنمایی می‌توان از روشهای عددی دیگری نیز بهره جست. مثلاً روش نیوتن- رافسون [۶]، روشهای گرادیان و یا EM[۱۰] .اغلب این روشها، روشهای تکراری هستند که به منظور رسیدن به نقطه ماکزیمم،تابع درستنمایی را در هر تکرار افزایش می‌دهند[۷]. در این مقاله برای تقریب معادله (۲) از روشهای عددی مبتنی بر نمونه برداری مونت کارلو استفاده می‌شود. روش مونت کارلو پیش از این در محاسبه انتگرالها به کار گرفته شده است. در این بخش مروری بر کاربرد این روش در حل مسائل تخمین پارامتر خواهیم داشت.

تخمین آماری پارامتر(یا تابعی از پارامتر) از دو دیدگاه قابل بررسی است. یکی دیدگاه کلاسیک که در آن پارامترها قطعی و نامعلوم فرض می‌شوند و دیگری دیدگاه بیزی که در آن پارامتر مجهول، یک متغیر تصادفی در نظر گرفته می‌شود که تحققی از آن مورد نظر است. در حالت اخیر در مورد پارامترها اطلاعات پیشینی به شکل یک تابع توزیع پیشین[۱۱] در نظر گرفته می‌شود. این تابع توزیع ممکن است حاوی اطلاعات کمی بوده یا اصلا خالی از اطلاعات[۱۲] باشد(مثل توزیع یکنواخت در کل ناحیه ممکن). با داشتن اطلاعات پیشین و همچنین درستنمایی[۱۳] داده‌های مشاهده شده می‌توان توزیع پسین[۱۴] پارامترها را به شکل زیر به‌دست آورد:

$$p(\underline{\theta}\,|\,\underline{y}) = \frac{p(\underline{y}\,|\,\underline{\theta})p(\underline{\theta})}{p(\underline{y})} \qquad (۳)$$

که در آن $\underline{y}$ بردار مشاهدات، $\underline{\theta}$بردار پارامترها و $p(\underline{y}\,|\,\underline{\theta})$، درستنمایی داده‌هاست. نظریه بیز بیان می‌کند که تمامی اطلاعات ممکن در مورد $\underline{\theta}$ در $p(\underline{\theta}\,|\,\underline{y})$ موجود است. از این توزیع پسین می‌توان در سایر تحلیلها استفاده کرد. متاسفانه به دلیل وجود جمله $p(\underline{y})$ در مخرج معادله(۳) به‌دست آوردن تحلیلی توزیع پسین اغلب کار مشکلی است. با توجه به معادله:

$$p(\underline{y}) = \int p(\underline{y}\,|\,\underline{\theta})p(\underline{\theta})d\underline{\theta} \qquad (۴)$$

برای محاسبه $p(\underline{y})$، به‌ویژه اگر تعداد پارامترها زیاد باشد ،یک انتگرال با ابعاد بالا باید محاسبه شود. چون جمله $p(\underline{y})$ برای تمامی مقادیر $\underline{\theta}$ جمله ثابتی است اصطلاحا به آن ثابت نرمالیزاسیون[۱۵] می‌گویند. همچنین با توجه به معادله (۴) به $p(\underline{y})$، درستنمایی کناری[۱۶] هم گفته می‌شود و آن را با m نشان می‌دهیم.

هر چند به‌دست آوردن توزیع پسین کار مشکلی است ولی اگر به طریقی بتوان نمونه‌های مستقل $\underline{\theta}$ را طبق توزیع پسین

تولید کرد می‌توان از این نمونه‌ها برای تقریب عددی روابط استفاده کرد. به‌عنوان یک مثال ساده می‌توان به تخمین تابعی از $\underline{\theta}$ با در دست داشتن مشاهدات، $\underline{y}$، اشاره کرد. می‌توان گفت که مقدار مورد انتظار یا میانگین تابع $h(\underline{\theta})$ به شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$E\left[h(\underline{\theta})\right] = \int h(\underline{\theta})p(\underline{\theta}\,|\,\underline{y})d\underline{\theta} \qquad (۵)$$

پایه تمام روشهای انتگرال‌گیری مونت کارلو تقریب این انتگرال به شکل زیر است:

$$E\left[h(\underline{\theta})\right] \cong \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} h(\theta^{(i)}) \qquad (۶)$$

که $\underline{\theta}^{(i)}$ نمونه‌هایی از توزیع $p(\underline{\theta}\,|\,\underline{y})$ هستند. بدین ترتیب با فرض تولید نمونه ازتوزیع پسین می‌توان هر تابع دلخواهی از $\underline{\theta}$ را تقریب زد. به‌عنوان مثال اگر فرض کنیم $h(\underline{\theta}) = \underline{\theta}$ می‌توان اقدام به تخمین خود پارامتر کرد.

در این مقاله ما برای اولین بار به کاربرد روشهای عددی مبتنی بر شبیه سازی (مونت کارلو) در حل مسائل نظری آشکارسازی راداری می‌پردازیم. بدین منظور پس از طرح مبانی این روشها در بخشهای (۲) و (۳) به ارائه دو الگوریتم آشکارسازی مبتنی بر شبیه سازی (مونت کارلو) در بخش (۴) و ارائه نتایج حاصل از اعمال آنها به چند مسئله آشکارسازی راداری در بخش (۵) خواهیم پرداخت.

۲- روشهای مونت کارلو

به‌طور کلی روشهایی که در آنها از اعداد تصادفی برای شبیه سازی استفاده می‌شود روشهای شبیه سازی *مونت کارلو* نامیده می‌شوند. کلمه *مونت کارلو* در حقیقت بر گرفته از مراکز تفریح مشهور در *مونت کارلو* است که در آنها برای تصادفی کردن بازیها از اعداد تصادفی استفاده می‌شده است. اولین استفاده عملی از این روش درسال ۱۹۰۰ توسط *لازارینی*[۱۷] انجام شده است. او با انجام ۳۰۴۸ آزمایش تصادفی، که عبارت از پرتاب سوزن بین دو خط با فاصله مشخص بود، π را تا ۷ رقم اعشار محاسبه کرد. استفاده گسترده از روشهای مونت کارلو از سال ۱۹۴۹ شروع می‌شود. در این سال فیزیکدانی به نام *متروپولیس*[۱۸] در مقاله مشهوری این روش را معرفی کرد [۸] که پایه بسیاری از تحقیقات بعدی شد.

مسئله اصلی در روشهای مونت کارلو تولید نمونه از یک توزیع دلخواه است. برای این کار راههای مختلفی وجود دارد که به بیان تعدادی از آنها می‌پردازیم.

۲-۱- نمونه برداری مونت کارلو بر مبنای زنجیره مارکف[۱۹] (MCMC)

یک راه برای به‌دست آوردن نمونه از توزیع دلخواه $p(.)$ ساختن یک زنجیره مارکف با توزیع ایستان $p(.)$ است. اگر X_k چنین زنجیره گسسته‌ای باشد به شرط کاهش ناپذیری[۲۰] و غیر متناوب بودن[۲۱] زنجیره می‌توان نوشت:

$$\forall x,y: \quad p(X_k = y\,|\,X_0 = x) \xrightarrow[k\to\infty]{} p(y) \qquad (۷)$$

به‌علاوه برای هر تابع $h(.)$ که $E_p\left[h(x)\right] < \infty$ داریم:

$$\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} h(x_k) \xrightarrow[N\to\infty]{} E_p\left[h(x)\right] \qquad (۸)$$

که منظور از همگرایی، همگرایی در احتمال است. نتیجه اخیر نیازی به نامتناوب بودن زنجیره ندارد [۹]. برای ساختن زنجیرهٔ مارکف با توزیع ایستان دلخواه دو حالت کلی وجود دارد که عبارت‌اند از الگوریتم *متروپولیس*- هستینگ[۲۲] [۱۰] ونمونه بردار گیبز[۲۳] [۱۱].

۲-۲- نمونه برداری اهمیتی[۲۴]

ایده اصلی در این روش تولید نمونه‌های وزن دار است .وقتی که تولید نمونه طبق توزیع هدف، $p(.)$، به راحتی امکانپذیر نباشد می‌توان از یک توزیع دلخواه دیگر مثل $q(.)$ نمونه تولید کرده و رابطه تقریب مونت کارلو را به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$E\left[h(\underline{\theta})\right] = \int h(\underline{\theta})p(\underline{\theta})d\underline{\theta} = \int h(\underline{\theta})\frac{p(\underline{\theta})}{q(\underline{\theta})}q(\underline{\theta})d\underline{\theta} \qquad (۹)$$

به $q(\underline{\theta})$ تابع توزیع اهمیت وبه $w(\underline{\theta}) = \frac{p(\underline{\theta})}{q(\underline{\theta})}$ وزن اهمیت[۲۵] گفته می‌شود. روشن است که برای برقراری رابطه (۹) باید شرط زیر

برقرار باشد:

$$p(\underline{\theta}) > 0 \Rightarrow q(\underline{\theta}) > 0 \qquad (۱۰)$$

این روش در [۱۲] برای محاسبه انتگرالها به‌کار گرفته شده است. در حقیقت معادله (۹) را می‌توان به این صورت تعبیر کرد که میانگین تابع $h(\underline{\theta})w(\underline{\theta})$ روی توزیع $q(\underline{\theta})$ محاسبه شده است:

$$E_p[h(\underline{\theta})] = E_q[h(\underline{\theta})w(\underline{\theta})] \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} h(\underline{\theta}^{(i)})w(\underline{\theta}^{(i)}) \qquad (۱۱)$$

در این معادله $\underline{\theta}^{(i)}$ها نمونه‌های تولید شده طبق توزیع $q(.)$ هستند. به این روش نمونه برداری اهمیتی ،IS، گفته می‌شود. می‌توان نشان داد که هر چه $q(.)$ تقریب بهتری از $p(.)$ باشد این روش کارایی بهتری خواهد داشت[۱۳]. به عبارت دقیقتر واریانس $w(\underline{\theta})$ نمایانگر کارایی روش می‌باشد[۱۳].

در بسیاری اوقات وزن اهمیت را نمی‌توان مستقیما به‌دست آورد چون توزیع هدف یعنی $p(\underline{\theta})$ در دسترس نیست. در چنین مواردی دانستن توزیع هدف تا حد یک ثابت کافی است. یک مثال از چنین موقعیتی نمونه برداری از توزیع پسین پارامترها در معادله (۱) است. در این حالت داریم:

$$p(\underline{\theta} \mid \underline{y}) \propto p(\underline{y} \mid \underline{\theta})p(\underline{\theta}) \qquad (۱۲)$$

در این حالت می‌توانیم وزن اهمیت را تا حد یک ثابت محاسبه کنیم:

$$w(\underline{\theta}) = \frac{p(\underline{y} \mid \underline{\theta})p(\underline{\theta})}{q(\underline{\theta})} \propto \frac{p(\underline{\theta} \mid \underline{y})}{q(\underline{\theta})} \qquad (۱۳)$$

و معادله (۱۱) به شکل زیر اصلاح می‌شود[۱۳]:

$$E_p[h(\underline{\theta})] \approx \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} h(\underline{\theta}^{(i)})w(\underline{\theta}^{(i)})}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} w(\underline{\theta}^{(i)})} \qquad (۱۴)$$

در این حالت می‌توان وزنهای نرمالیزه شده را به شکل زیر تعریف نمود :

$$\tilde{w}(\underline{\theta}^{(i)}) = \frac{w(\underline{\theta}^{(i)})}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} w(\underline{\theta}^{(i)})} \qquad (۱۵)$$

۲-۳- نمونه برداری اهمیتی وفقی

هر چه تابع توزیع اهمیت، $q(.)$، به تابع توزیع هدف، $p(.)$، شبیه تر باشد کارایی روش نمونه برداری اهمیتی بیشتر خواهد داشت. به همین دلیل می‌توان به‌جای انتخاب یک $q(.)$ ثابت، دسته‌ای از توابع توزیع را در نظر گرفت و در طی تکرارهای متوالی سعی در بهبود بخشیدن تقریب مونت کارلوی به‌دست آمده از نمونه‌ها کرد.به‌عنوان مثال می‌توان دسته‌ای از توابع توزیع را در نظر گرفت که با میانگین و کواریانس توزیع مشخص می‌شوند.پس از هر بار تولید نمونه، میانگین و کواریانس توزیع جدید توسط نمونه‌های فعلی ودر جهت بهبود تقریب مورد نظر به روز می‌شوند.برای جزییات بیشتر در این زمینه می‌توان به [۱۴ و ۱۵] مراجعه کرد.

۲-۴- نمونه برداری اهمیتی ترتیبی

روشهای مطرح شده تا کنون همگی نیاز به در دست داشتن کل مشاهدات به‌صورت یکجا دارند.در بسیاری از مسائل تعداد بسیار زیادی از داده‌ها به‌صورت متوالی در یافت می‌شوند. در چنین مسائلی انجام محاسبات به‌صورت ترتیبی بسیار سودمند خواهد بود. در دهه ۹۰ فعالیتهای وسیعی در زمینه نمونه برداری اهمیتی ترتیبی انجام شده است. نمونه برداری اهمیتی ترتیبی که با نام فیلترینگ ذره‌ای[۲۶] نیز شناخته می‌شود کاربرد وسیعی در حوزه پردازش بلادرنگ[۲۷] پیدا کرده است. فیلترینگ ذره‌ای به صورت بالقوه قابل اعمال به هر مسئله‌ای است که بتوان آن را به صورت یک فضای حالت مدل کرد. در این مسائل "حالت" در طی قدمهای زمانی تغییر می‌کند و با استفاده از مشاهدات، که معمولا آغشته به نویز هستند، سعی در تخمین زدن آن می‌شود. به دلیل این ماهیت عمومی، این روش کاربردهای زیادی در حوزه‌های مختلف علوم نظیر اقتصاد، نجوم، هواشناسی، مخابرات و ... پیدا کرده است. در [۱۶] مجموعه مقالات ارزشمندی در مورد روش فیلترینگ ذره‌ای جمع آوری شده است.

۳- محاسبه درستنمایی کناری

در ساختار بیزی انتخاب اینکه داده‌های دریافتی طبق چه

مدلی تولید شده‌اند بر مبنای احتمال پسین مدل صورت می‌گیرد. اگر مدل مورد نظر را M بنامیم این اطلاعات در $p(M \mid \underline{y})$ قرار دارد که $\underline{y}$ بردار مشاهدات یا داده‌های دریافتی است. به‌عنوان مثال اگر انتخاب بین دو مدل M_0 و M_1 مورد نظر باشد می‌توان نسبت توزیعهای پسین[۲۸]، PO، را مورد بررسی قرار داد :

$$PO = \frac{p(M_1 \mid \underline{y})}{p(M_0 \mid \underline{y})} = \frac{p(\underline{y} \mid M_1)p(M_1)}{p(\underline{y} \mid M_0)p(M_0)} \qquad (۱۶)$$

نسبت $\frac{p(\underline{y} \mid M_1)}{p(\underline{y} \mid M_0)}$ را اصطلاحا ضریب بیز[۲۹] نیز می‌گویند که رابطه بسیار نزدیکی با روابط مربوط به آزمون فرضیه[۳۰] دارد. در آزمون فرضیه دو فرض H_0 و H_1 در نظر گرفته می‌شود و نسبت درستنمایی $\frac{p(\underline{y} \mid H_1)}{p(\underline{y} \mid H_0)}$ با یک آستانه مقایسه می‌شود. در عمل هر کدام از فرضها یا مدلها احتمالا حاوی پارامترهای نامعلومی هستند که اگر آنرا $\underline{\theta}$ بنامیم می‌توان نوشت:

$$p(\underline{y} \mid H_i) = \int p(\underline{y} \mid \underline{\theta}, H_i)p(\underline{\theta} \mid H_i)d\underline{\theta} \qquad (۱۷)$$

که به این مقدار درستنمایی کناری داده‌های دریافتی تحت فرض H_i گفته می‌شود.

فرض کنیم داده‌های دریافتی از مدل H_i تبعیت کنند. اگر برای سادگی از نوشتن H_i در معادلات صرف نظر کنیم می‌توان نوشت :

$$p(\underline{\theta} \mid \underline{y}) = \frac{p(\underline{y} \mid \underline{\theta})p(\underline{\theta})}{\int p(\underline{y} \mid \underline{\theta})p(\underline{\theta})d\underline{\theta}} = \frac{\text{Likelihood} \times \text{Prior}}{\text{marginal Likelihood}} \qquad (۱۸)$$

فقط در بعضی موارد خاص که شکل تابع درستنمایی نمایی بوده و توزیع پیشین نیز هم خانواده[۳۱] باشد می‌توان مقدار درستنمایی کناری را، که آن را m می‌نامیم، به‌صورت تحلیلی محاسبه کرد. برای بقیهٔ حالتها باید به دنبال روشهای مناسب عددی بود. بعضی روشها در [۱۷ و ۱۸] مرور شده اند.از جمله آنها می‌توان به روش لاپلاس [۱۹]، روشهای مبتنی بر MCMC [۲۰] و [۲۱]، روشهای مبتنی بر نمونه برداری اهمیتی و ... اشاره کرد.در اینجا مروری بر روشهای مبتنی بر نمونه برداری اهمیتی می‌کنیم که در الگوریتمهای پیشنهادی از آن استفاده شده است.

۳-۱- روشهای مبتنی برIS

بر مبنای روشIS نمونه‌ها از یک تابع توزیع اهمیت تولید می‌شوند و بر اساس آنها انتگرال (۱۷) محاسبه می‌شود.برحسب اینکه تابع توزیع اهمیت چگونه انتخاب شود روشهای مختلفی پیشنهاد شده است.

۳-۲- مونت کارلوی ساده- نمونه برداری از توزیع پیشین

درستنمایی کناری را می‌توان با میانگین گیری از مقدار درستنمایی روی توزیع پیشین به‌دست آورد[۲۲]. می‌توان نوشت:

$$m = E_p\left[p(\underline{y} \mid \underline{\theta})\right] \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} p(\underline{y} \mid \underline{\theta}^{(i)}) = m_{prior} \qquad (۱۹)$$

که $\underline{\theta}^{(i)}$ها نمونه‌های تولید شده از توزیع پیشین هستند. این روش خیلی کارامد نیست چون نمونه‌های توزیع پیشین ممکن است در ناحیه‌ای باشند که درستنمایی مقدار کمی دارد و بنابراین باید تعداد زیادی نمونه استفاده شود.

۳-۳- نمونه برداری از توزیع پسین[۳۲] یا توابع اهمیت دیگر

کارایی را می‌توان با انتخاب توابع اهمیت دیگر بهبود داد. اگر از توزیع q(.) برای تولید $\underline{\theta}^{(i)}$ها استفاده کنیم می‌توان نوشت [۱۳]:

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{N} w^{(i)} p(\underline{y} \mid \underline{\theta}^{(i)})}{\sum_{i=1}^{N} w^{(i)}} \quad , \quad w^{(i)} = \frac{p(\underline{\theta}^{(i)})}{q(\underline{\theta}^{(i)})} \qquad (۲۰)$$

به دلیل اینکه تمام اطلاعاتی که در مورد $\underline{\theta}$ موجود است در $p(\underline{\theta} \mid \underline{y})$ نهفته است، به نظر منطقی می‌رسد که در صورت امکان از توزیع پسین برای تولید نمونه استفاده شود یعنی $q(\underline{\theta}) = p(\underline{\theta} \mid \underline{y})$. تولید نمونه از توزیع پسین می‌تواند با نمونه برداری MCMC و یا سایر روشها صورت بگیرد.

در مسائلی که توزیع پسین و نمونه‌های آن در دسترس نیست می‌توان نمونه‌های وزن داری بر مبنای یک تقریب از توزیع پسین به‌دست آورد. به‌عنوان مثال فرض کنید به‌جای

نمونه‌های $p(\underline{\theta}|\underline{y})$ نمونه‌هایی از $q(\underline{\theta})$ در دسترس هستند. اگر وزنهای این نمونه‌ها را طبق معادله

$$w^{(i)} = \frac{p(\underline{y}|\underline{\theta}^{(i)})p(\underline{\theta}^{(i)})}{q(\underline{\theta}^{(i)})} \propto \frac{p(\underline{\theta}^{(i)}|\underline{y})}{q(\underline{\theta}^{(i)})} \qquad (۲۱)$$

تعریف کنیم می‌توان نشان داد که میانگین وزنها (که در این حالت وزنهای نرمالیزه نشده هستند) در $N\to\infty$ به سمت m میل می‌کنند و بنابراین $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} w^{(i)}$ تخمینی از m است [۱۳ و ۲۳].

۴- آشکار ساز ذره‌ای

به‌طور کلی از روشهای مونت کارلو به دو صورت می‌توان در آشکار سازی استفاده کرد:

الف- تخمین پارامترهای مجهول و استفاده در نسبت درستنمایی (مشابه با GLRT)

ب- تخمین نسبت درستنمایی با استفاده از تقریب مقادیر درستنمایی کناری و تقسیم آنها بر یکدیگر (مشابه با AALR)

به آشکار سازی که از روشهای فوق استفاده می‌کند اصطلاحا آشکار ساز ذره‌ای گفته و آنها را به ترتیب PD1 و PD2 می‌نامیم. اگر بردارمشاهدات را با $\underline{y}$ وبردار پارامترهای مجهول را با $\underline{\theta}$ نشان دهیم می‌توان با تولید نمونه از تابع توزیع پسین، $p(\underline{\theta}|\underline{y})$، به تخمین MMSE پارامتر اقدام کرد. لازم به ذکر است که در اغلب موارد تولید نمونه از تابع توزیع پسین کار مشکلی است بنابراین می‌توان از روش نمونه برداری اهمیتی برای تولید نمونه‌های وزن دار استفاده کرد. حتی در این حالت نیز محاسبه وزنهای اهمیت به دلیل وابستگی آنها به $p(\underline{y})$ مشکل است اما خوشبختانه با توجه به معادلات (۱۳) و(۱۵) دانستن توزیع پسین تا حد یک ثابت کفایت می‌کند. مراحل آشکار سازی ذره‌ای را می‌توان به شکل زیر بیان کرد:

۴-۱- الگوریتم PD1

تحت هر یک از فرضیه‌های H_0 و H_1 :

الف- نمونه‌های $\{\underline{\theta}^{(i)}\}_{i=1...N}$ را مطابق اطلاعات پیشینی که از $\underline{\theta}$ موجود است تولید می‌کنیم.

ب- با فرض اینکه نمونه‌های $\{\underline{\theta}^{(i)}\}_{i=1...N}$ از توزیع $q(.)$ تولید شده‌اند $\tilde{w}^{(i)}$ $i=1,2,...$ را مطابق با معادلات (۱۳) و (۱۵) محاسبه کرده و مجموعه نمونه‌های وزن دار $\{\underline{\theta}^{(i)},\tilde{w}^{(i)}\}_{i=1...N}$ را تشکیل می‌دهیم (این نمونه‌ها ذره‌های وزن دار نیز نام دارند).

ج- مطابق با معادله $\hat{\underline{\theta}}=\sum_{i=1}^{N}\tilde{w}^{(i)}\underline{\theta}^{(i)}$ تخمین پارامترها را به‌دست آورده و با فرض معلوم بودن پارامترها مقدار درستنمایی تحت فرضیه کنونی را به‌دست می‌آوریم.

در این حالت با فرض اینکه محدوده غیر صفر $q(.)$ محدوده غیر صفر $p(.|\underline{y})$ را در بر بگیرد می‌توان نشان داد که با $N\to\infty$، $\hat{\theta}$ به سمت تخمین MMSE از θ میل می‌کند[۱۳]. با در دست داشتن مقدار درستنمایی تحت هر یک از فرضیه‌ها اقدام به محاسبه نسبت درستنمایی کرده و آن را با سطح آستانه مقایسه می‌کنیم.

۴-۲- الگوریتم PD2

تحت هر یک از فرضیه‌های H_0 و H_1

الف- نمونه‌های $\{\underline{\theta}^{(i)}\}_{i=1...N}$ را مطابق اطلاعات پیشینی که از $\underline{\theta}$ موجود است تولید می‌کنیم.

ب- بافرض اینکه نمونه‌های $\{\underline{\theta}^{(i)}\}_{i=1...N}$ از توزیع $q(.)$ تولید شده‌اند، وزنهای نرمالیزه نشده $w^{(i)}$ $i=1,2,...$ را از معادله (۲۱) محاسبه نموده و مقدار درستنمایی کناری تحت فرضیه کنونی را مطابق با معادله $m=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} w^{(i)}$ به‌دست می‌آوریم.

در این حالت نیز با فرض اینکه محدوده غیر صفر $q(.)$ محدوده غیر صفر $p(.|\underline{y})$ را در بر بگیرد می‌توان نشان داد که با

$m, N \to \infty$ به سمت مقدار واقعی درستنمایی کناری میل می‌کند[۱۳]. مجددا با در دست داشتن مقدار درستنمایی کناری تحت هر یک از فرضیه‌ها اقدام به محاسبه نسبت درستنمایی کرده و آن را با سطح آستانه مقایسه می‌کنیم.

در هر یک از الگوریتمهای فوق می‌توان تابع توزیع اهمیت، q(.)، را طی قدمهای متوالی تغییر داد. البته باید توجه داشت که همه توابع توزیع اهمیت می‌بایست شرط همگرایی را بر اورده کنند. یک راه برای این کار، اضافه کردن یک مرحله دیگر به الگوریتمها به شرح زیر است:

با استفاده از نمونه‌های $\{\underline{\theta}^{(i)}\}_{i=1...N}$، $\bar{\theta}$ و $\mathrm{cov}(\theta)$ را مطابق معادلات زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{\theta} = \sum_{i=1}^{N} \tilde{w}^{(i)} \underline{\theta}^{(i)}$$
$$\mathrm{cov}(\theta) = \sum_{i=1}^{N} \tilde{w}^{(i)} (\theta^{(i)} - \bar{\theta})(\theta^{(i)} - \bar{\theta})^{H} \qquad (۲۲)$$

و از تابع $N(\bar{\theta}, \mathrm{cov}(\theta))$ به‌عنوان q(.) استفاده کرده ومجددا به مرحله ۲ می‌رویم.

۵- نتایج شبیه سازی

در شبیه سازیهای این بخش با در نظر گرفتن مدل کلی مسائل آشکارسازی راداری، فرض می‌کنیم که هدف انتخاب یکی از فرضیه‌های زیر است:

$$H_1 : \underline{y} = \alpha \underline{s} + \underline{n}$$
$$H_0 : \underline{y} = \underline{n} \qquad (۲۳)$$

بردار $\underline{y}$ شامل p پالس بازگشتی از هدف به صورت $\underline{y} = (y_1 \quad ... \quad y_p)^T$، بردار $\underline{n}$ شامل نمونه‌های کلاتر در هر یک از پالسهای دریافتی و α دامنه سیگنال بازگشتی از هدف است. $\underline{s}$ نیز مطابق معادله زیر تعریف می‌شود:

$$\underline{s} = [1 \quad e^{i\Omega} \quad .... \quad e^{j(p-1)\Omega}]^T \qquad (۲۴)$$

که در آن Ω شیفت فرکانسی داپلر نرمالیزه شده هدف است. در حالت کلی، کلیه متغیرها می‌توانند مختلط باشند.

۵-۱- آشکارسازی هدف با دامنه مجهول در نویز سفید گوسی با واریانس مجهول

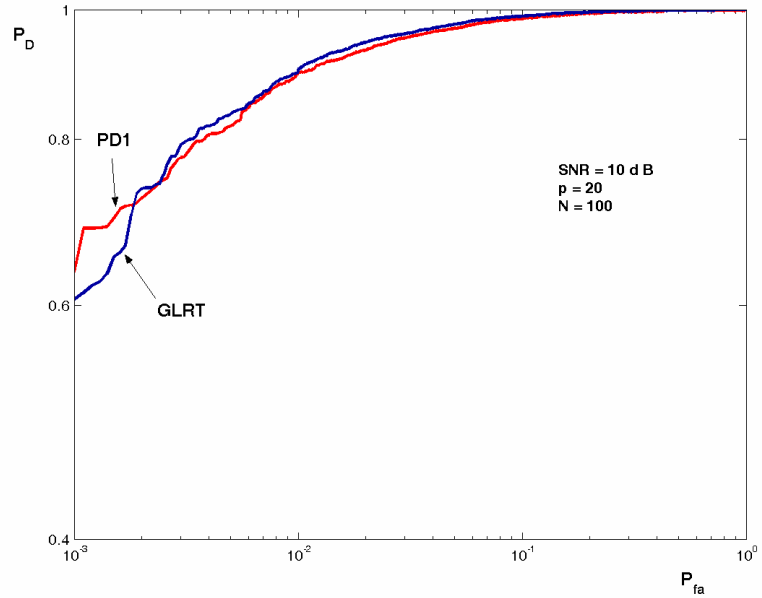
برای این مسئله آشکارساز GLRT وجود دارد و به شکل زیر به دست می‌آید [۲] :

$$\frac{\underline{y}^H \underline{y}}{\underline{y}^H (pI_{p\times p} - \underline{S}\underline{S}^H)\underline{y}} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta \qquad (۲۵)$$

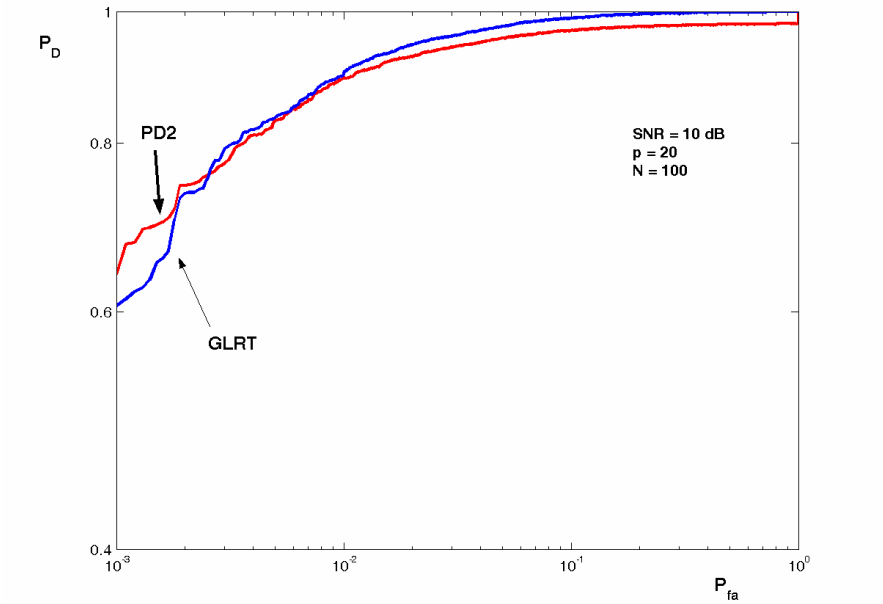
که p تعداد پالسهای برگشتی از هدف و $I_{p\times p}$ ماتریس یکه است و بنابراین می‌توان نتایج حاصل را با آن مقایسه کرد. در این مسئله پارامترهای نامعلوم در فرض H_1 برابر $\underline{\theta} = (\alpha, \sigma^2)^T$ و در فرض H_0 برابر $\underline{\theta} = \sigma^2$ است که σ^2 واریانس نویز سفید است. در این حالت نسبت سیگنال به نویز از معادله $SNR = \frac{|\alpha|^2 \underline{s}^H \underline{s}}{\sigma^2}$ به‌دست می‌آید. در روش PD1، α و σ^2 را تخمین زده و با مقایسه نسبت درستنمایی با یک سطح آستانه مطابق رابطه $\frac{f(y|\hat{\alpha}, \hat{\sigma}_1^2, H_1)}{f(y|\hat{\sigma}_0^2, H_0)} \underset{<H_0}{>H_1} \eta$ به آشکار سازی اقدام می‌کنیم. در طراحی آشکارساز ذره‌ای به منظور تولید نمونه‌های α، از توزیع پیشین یکنواخت در بازه $[0,2\pi]$ برای تولید زاویه واز توزیع پیشین یکنواخت در بازه $[0,|\alpha|_{max}]$ برای تولید دامنه استفاده می‌کنیم. $|\alpha|_{max}$ را می‌توان با توجه به بزرگترین هدف ممکن انتخاب کرد. برای تولید نمونه‌های σ^2 نیز از توزیع یکنواخت در یک بازه معقول استفاده می‌کنیم. چنین بازه‌ای را می‌توان مثلا با توجه به سلولهای مجاور سلول تحت آزمون تعیین کرد. شکل (۱) مقایسه دو روش PD1 و GLRT که از شبیه سازی ۱۰۰۰۰ داده مستقل به‌دست آمده است را نشان می‌دهد.پارامترهای شبیه سازی عبارت‌اند از:

$p=20$,$\Omega=1$ rad/s , $\sigma^2=2$, SNR=10 dB , $N=200$, $|\alpha|_{max}=5$

که p تعدادپالسهای کوهرنت دریافتی و N تعداد نمونه‌های تولید شده در ساختار آشکارساز است. در ساختار آشکارسازهای PD برای تولید نمونه‌های σ^2 ازتوزیع یکنواخت در بازه [۶ , ۰] استفاده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود



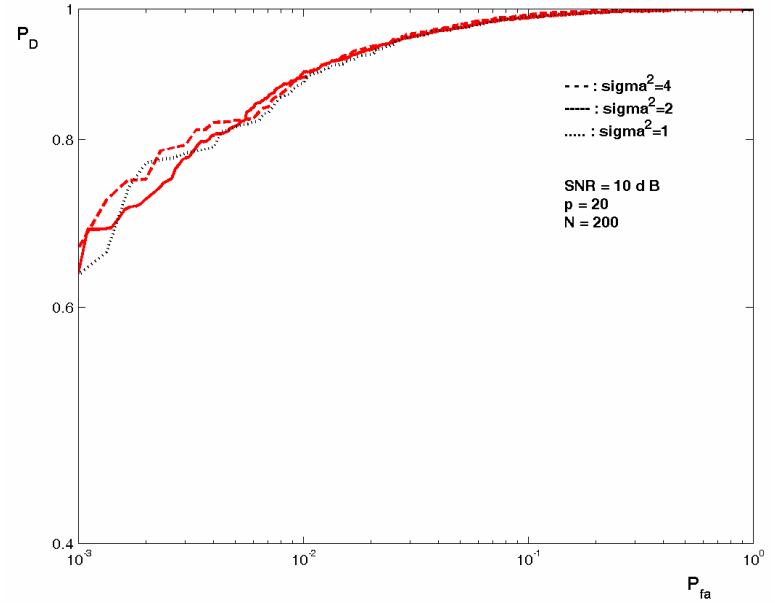
شکل ۱- مقایسه آشکار ساز PD1 با GLRT در نویز سفید با واریانس مجهول



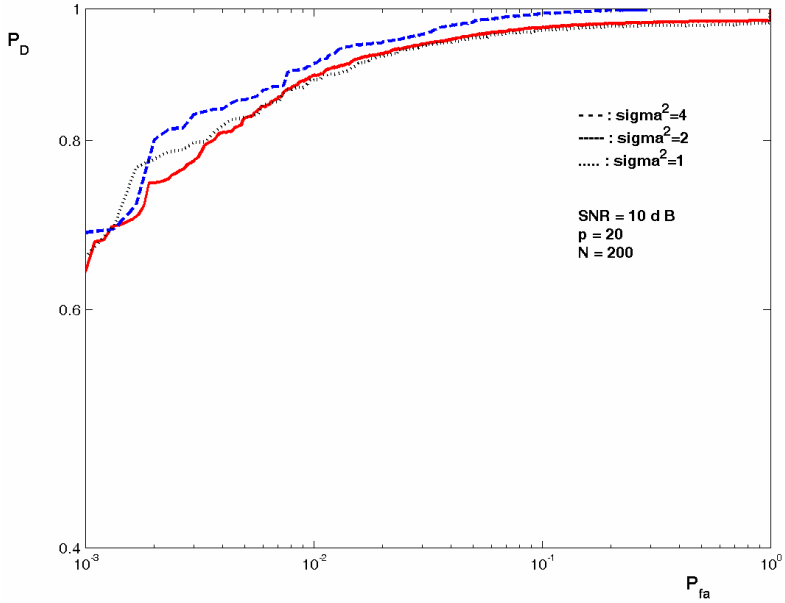
شکل ۲- مقایسه آشکار ساز PD2 با GLRT در نویز سفید با واریانس مجهول

عملکرد دو روش در این حالت تقریبا یکسان است. در شکل (۲) نتیجه مقایسه روش PD2 با GLRT نشان داده شده است که در این حالت نیز نتایج مشابه است.مقادیر شبیه سازی مشابه قسمت قبل است. لازم به ذکر است مقدار $\sigma^2=2$ فقط در شبیه سازی فرض شده است و هیچ یک از آشکارسازها دارای اطلاعات قبلی در این مورد نیستند.

برای اینکه مقاوم بودن الگوریتم نسبت به تغییر پارامترها را بررسی کنیم، شبیه سازیهای فوق را برای چند مقدار متفاوت σ^2 و α انجام می‌دهیم. شکلهای (۳) و (۴) به تر تیب نشان دهنده عملکرد الگوریتمهای PD1 و PD2 برای سه مقدار مختلف σ^2 هستند. بقیه پارامترهای شبیه سازی مشابه قبل است. لازم به ذکر است که در این شکلها SNR ثابت و برابر 10 dB فرض شده



شکل ۳- مقاوم بودن آشکار ساز PD1 نسبت به تغییر پارامترها

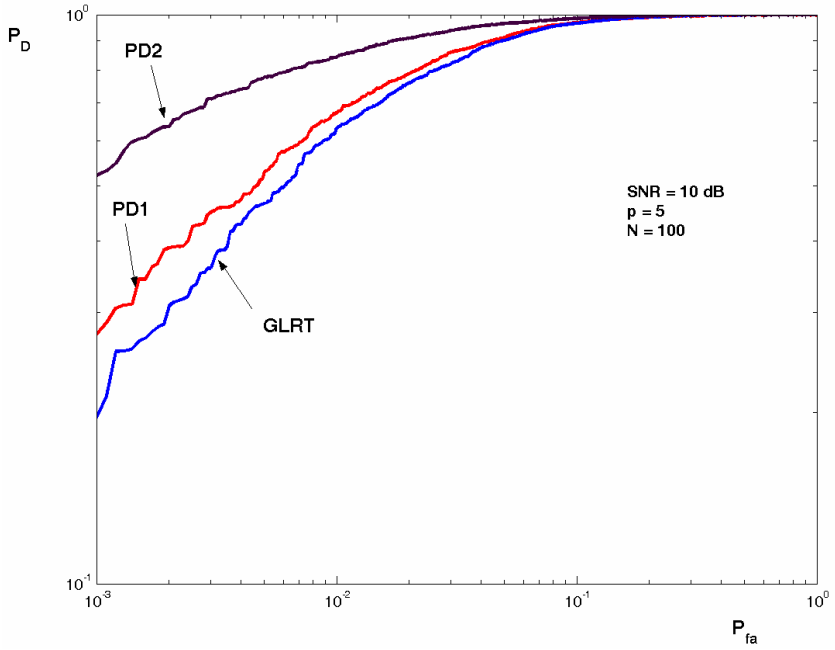


شکل۴- مقاوم بودن آشکار ساز PD2 نسبت به تغییر پارامترها

است. بدین منظور، با تغییر σ^2 ، α را نیز تغییرداده‌ایم تا مقدار SNR ثابت بماند.

با توجه به اینکه تعداد پالسهای دریافتی در عملکرد روش تخمین موثر است مسئله فوق را برای ۵ پالس دریافتی در نظر می‌گیریم. همان‌گونه که در شکل (۵) مشاهده می‌شود کارایی این روشها و به‌ویژه روش PD2 در مقایسه با GLRT بهبود محسوسی دارد. دلیل افت عملکرد GLRT این است که در تعدادکم مشاهدات، تخمین پارامترها از روش ML تخمین مناسبی نخواهد بود. در این شبیه سازی N=100 و مقادیر بقیه پارامترهای شبیه سازی مشابه قسمت قبل است.

مسائل فوق را با فرض اینکه دامنه هدف نیز مطابق با یک



شکل ۵- مقایسه آشکار ساز PD1 و PD2 با GLRT در نویز سفید با واریانس مجهول در تعداد پالس کم

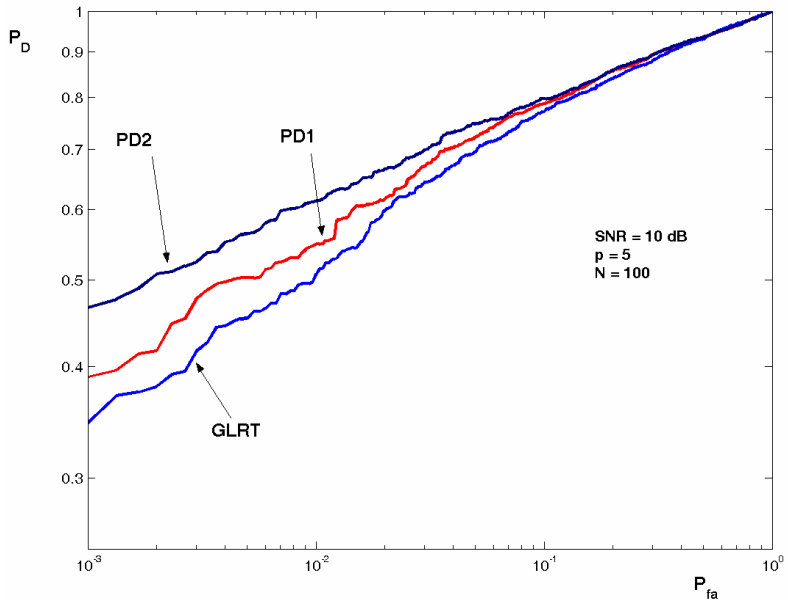
توزیع پیشین واقعی (مدلهای سورلینگ) تغییر می‌کند می‌توان بررسی کرد. به این منظور فرض می‌کنیم α طبق یک توزیع گوسی مختلط با میانگین صفر و واریانس $\sigma_T^2 = 4$ تولید شود (مدل سورلینگ I). برای اعمال روش تحلیلی می‌توان ترکیبی از روشهای GLRT و ALR را به کار گرفت. در حقیقت در فرض H_1 ابتدا با فرض معلوم بودن α تخمین ML از σ^2 را به‌دست می‌آوریم و سپس $\hat{f}(\underline{y}\,|\,H_1) = \int f(\underline{y}\,|\,\alpha,\hat{\sigma}^2_{ML},H_1)\ CN(\alpha;0,\sigma_T^2)\ d\alpha$ را محاسبه می‌کنیم. در فرض H_0 نیز $\hat{f}(\underline{y}\,|\,H_0) = f(\underline{y}\,|\,\hat{\sigma}^2_{ML},H_0)$ را به‌دست آورده و نسبت درستنمایی را با یک سطح آستانه مقایسه می‌کنیم. محاسبه $\hat{f}(\underline{y}\,|\,H_1)$ منجر به محاسبه یک انتگرال پیچیده دو بعدی می‌شود که می‌توان آن را با روشهای عددی حل کرد. به دلیل اینکه حل تحلیلی این مسئله در دست نیست، در اینجا نیز نتایج را با GLRT مقایسه می‌کنیم. انتظار می‌رود به دلیل استفاده از اطلاعات پیشین در مورد توزیع α روشهای PD عملکرد بهتری داشته باشند. شکل (۶) این حدس را تائید می‌کند. سایر پارامترهای طراحی آشکارساز ذره‌ای و پارامترهای شبیه‌سازی مشابه شکل (۵) است.

۵-۲- آشکارسازی هدف با دامنه مجهول در نویز AR گوسی با پارامترهای مجهول

در کاربردهای راداری در بسیاری از موارد نمی‌توان کلاتر را به‌صورت گوسی سفید مدل کرد. به عبارت دیگر اندازه‌گیریهای واقعی نشان دهنده عدم تطابق با مدل سفید گوسی است. برای به دست آوردن مدل مناسب کلاتر تحقیقات گسترده‌ای انجام شده و مدلهای مختلفی نیز پیشنهاد شده است.از جمله مهمترین این مدلها، مدل *AR* گوسی است [۲۴-۲۷]. در این مسئله بردار تداخل مربوط به کلاتر ($\underline{n}$) به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\underline{n} = (n_1 \quad \dots \quad n_p)^T$$
$$n_k = \sum_{j=1}^{M} a_j n_{k-j} + w_k \qquad (۲۶)$$

که w_k گوسی مختلط با میانگین صفر و واریانس σ_w^2 بوده و $\underline{a} = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_M]$ ضرایب فرایند AR است. در این مسئله $\theta = (\underline{a}, \sigma_w^2)$ نشان دهنده بردار پارامترهای کلاتر است. آشکار ساز GLRT برای این مسئله در [۲۸] به‌دست آمده و ARGLR نامگذاری شده است.[۱] لازم به یاد آوری است که در



شکل ۶- مقایسه آشکار سازهای PD با GLRT در نویز سفید با واریانس مجهول و هدف سورلینگ ۱

صورت در نظر گرفتن مدل AR برای کلاتر در [۲۸ و ۲۹] بهبود قابل توجه کارایی روش ARGLR بر روشهای دیگر نظیر آشکار ساز کلی[۳۳] [۳۰] و آشکارساز IBDA[۳۴]، [۲۴ و ۳۱] نشان داده شده است و بنابراین در ادامه تنها به مقایسه نتایج با ARGLR خواهیم پرداخت. شکلهای (۷) و (۸) نتایج مقایسه ROC به دست آمده از روش PD و GLRT که از شبیه سازی ۱۰۰۰۰ داده مستقل بهدست آمده است را نشان میدهد. پارامترهای شبیه سازی عبارتاند از:

$\sigma_w^2 = 2$ و $\underline{a}$= [-0.25 +j0.25 -0.3] و N=500 و p=20 و

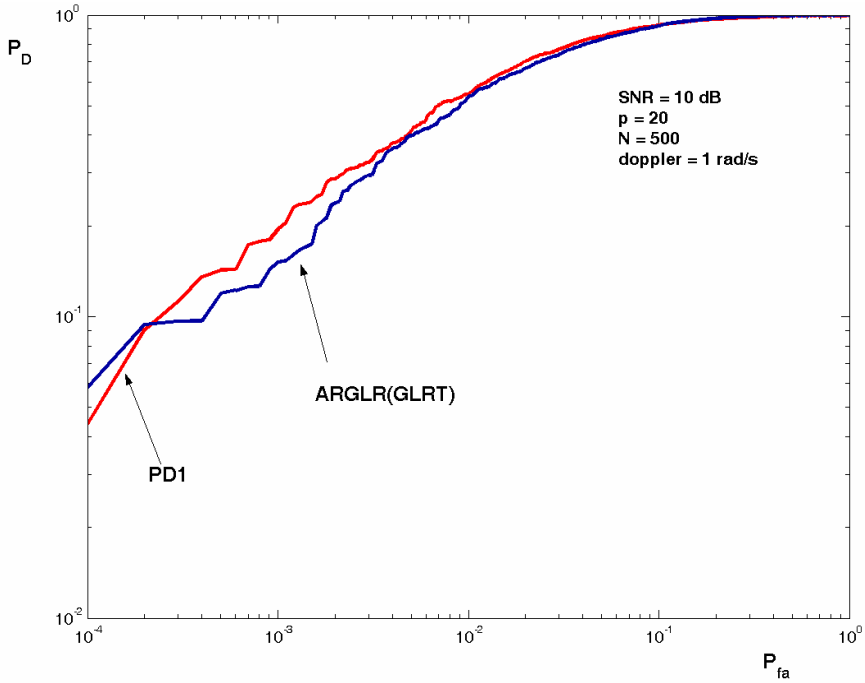
Doppler =1 rad/s و $|\alpha|_{max}$=5 و SNR=10dB

مقدار SNR طبق [۲۸] به صورت $|\alpha|^2 \underline{S}^H R_N^{-1} \underline{S}$ تعریف میشود. بدین ترتیب برای رسیدن به SNR مطلوب با استفاده از R_N واقعی مقدار $|\alpha|$ را در شبیه سازی تنظیم میکنیم.

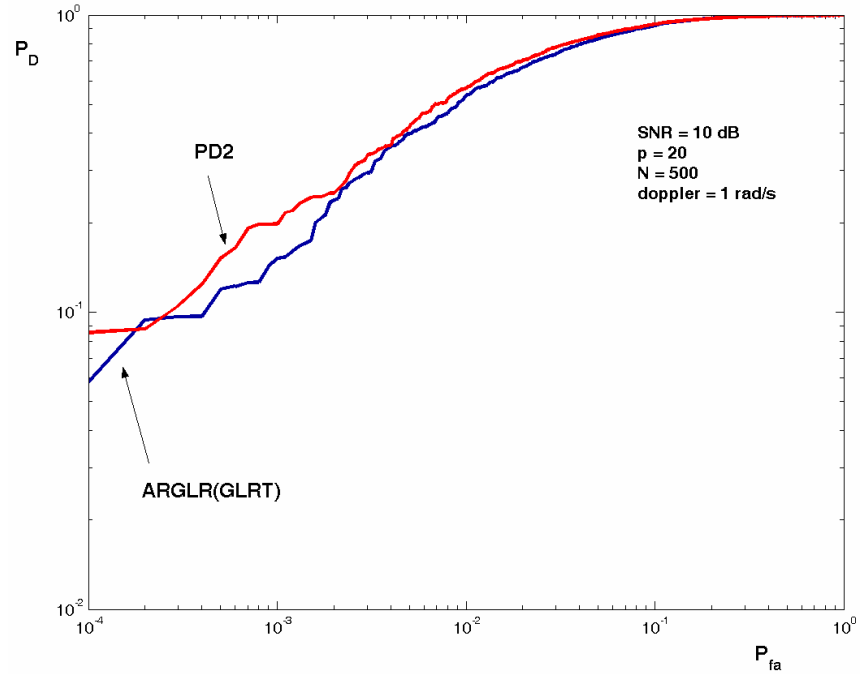
همانگونه که دیده میشود نتایج بسیار به هم نزدیکاند. در ساختار آشکارساز ذرهای برای تولید نمونههای $\underline{a}$ از توزیع یکنواخت داخل دایره واحد (به منظور پایداری) و برای تولید نمونههای σ_w^2 ازتوزیع یکنواخت در بازه [0,6] استفاده شده است. تولید نمونههای دامنه نیز با توجه به $|\alpha|_{max}$ و طبق روشی که قبلا گفته شد انجام میگیرد.

نتایج تحقیقات نشان میدهد که در این حالت نیز مشابه با حالت نویز سفید، با تغییر مقادیر σ_w^2 , $\underline{a}$ عملکرد الگوریتم نسبت به ARGLR ثابت میماند [۳۲]. به عبارت دیگرالگوریتم نسبت به تغییر پارامترها مقاوم است.

یکی از روشهای طراحی آشکارساز طراحی بر اساس بدترین حالت هدف، یعنی کوچکترین هدف ممکن است.در این حالت میتوان دامنه هدف یعنی $|\alpha|$ را معلوم و متناظر با کوچکترین هدف ممکن در نظر گرفت.به این ترتیب چون در شرایط واقعی مقدار $|\alpha|$ بزرگتر است میتوان از کارآیی آشکارساز اطمینان داشت. اگر فرض کنیم $|\alpha|$ معلوم است اعمال روش GLRT به راحتی امکانپذیر نیست زیرا تخمین MLبقیه پارامترها در دست نیست ولی در روش آشکارسازی ذرهای از این اطلاعات میتوان استفاده کرد. در حقیقت در آشکارساز ذرهای برای تولید مقادیر α در این مسئله فقط کافی است نمونههای فاز آن را تولید کنیم. بدین ترتیب میتوان آشکار ساز بهینه محلی[۳۵] را بهدست آورد. هر چند آشکار ساز بهینه محلی معمولا با شرط $|\alpha| \to 0$ تعریف میشود ولی در این مسئله نیز چون آشکارساز برای کوچکترین هدف بهینه میشود آن را بهینه محلی مینامیم. انتظار میرود که در نتیجه

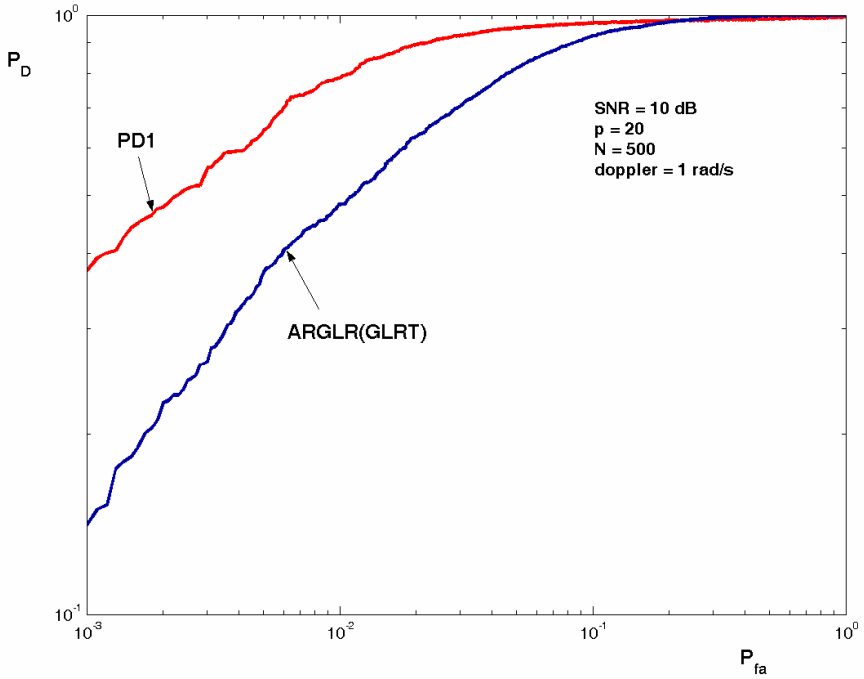


شکل ۷- مقایسه آشکار ساز PD1 با GLRT در نویز گوسی رنگی با کواریانس مجهول



شکل ۸- مقایسه آشکار ساز PD2 با GLRT در نویز گوسی رنگی با کواریانس مجهول

استفاده از اطلاعات اضافی، PD بـه نتیجـه بهتـری منجـر شـود. شکل (۹) این حدس را تایید می‌کند. مقادیر شبیه سازی مـشابه حالت قبل است. برای تولید زاویه α از توزیع پیشین یکنواخت در بازه $[0,2\pi)$ استفاده شده است.



شکل ۹ – مقایسه آشکار ساز PD1 با GLRT در نویز گوسی رنگی با کواریانس مجهول در حالتی که دامنه هدف معلوم است (LOD)

۵-۳- آشکارسازی هدف با دامنه مجهول در کلاتر K ترکیبی

توزیع دیگری که برای مدل کردن کلاترهای واقعی پیشنهاد شده است مدل K ترکیبی است [۳۳-۳۶] که در حقیقت مثالی از حالت غیر سفید و غیر گوسی است. در این حالت کلاتر یک فرایند تغییر ناپذیر کروی[۳۶] (*SIRP*) در نظر گرفته می‌شود که از حاصلضرب یک کلاتر گوسی رنگی و یک متغیر تصادفی گاما با توزیع مشخص به دست می‌آید. در این مسئله قسمت گوسی را یک فرایند *AR* از مرتبه *2* با ضرایب نامعلوم در نظر می‌گیریم. لازم به ذکر است که حل تحلیلی این مسئله در دست نیست ولی با صرف نظر از توزیع گامای متغیر تصادفی ضرب شونده، می‌توان همان روش *ARGLR* را اعمال کرد. به عبارت دیگر در روش *ARGLR* متغیر تصادفی ضرب شونده نیز به‌صورت *ML* تخمین زده شده و بنابراین از اطلاعات پیشین آن استفاده نمی‌شود. در روش *PD* می‌توان از اطلاعات پیشینی که در مورد توزیع متغیر تصادفی ضرب شونده وجود دارد استفاده کرد. اگر متغیر تصادفی ضرب شونده که توزیع گاما دارد را با t نشان دهیم با فرض میانگین واحد برای t می‌توان نوشت[۳۷]:

$$p(t)=\frac{v^v}{\Gamma(v)}t^{v-1}e^{-vt} \qquad t>0 \qquad (۲۷)$$

همچنین داریم:

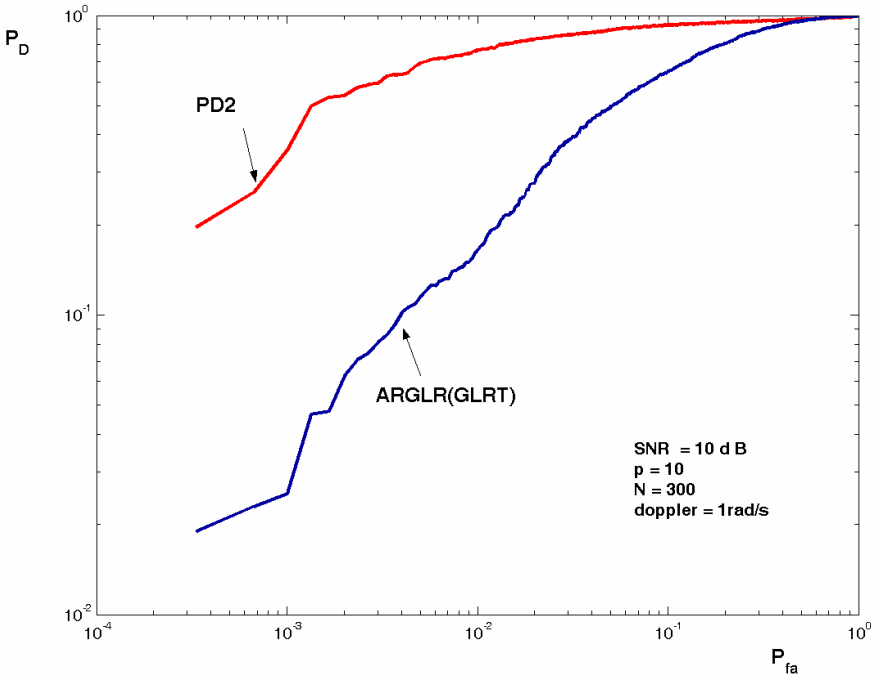
$$p(\underline{y}\,|\,\underline{a},\sigma_w^2,\alpha,H_1) = \int p(\underline{y}\,|\,\underline{a},\sigma_w^2\alpha,t,H_1)p(t\,|\,\underline{a},\sigma_w^2,\alpha,H_1)dt \qquad (۲۸)$$

با توجه به اینکه t از ضرایب AR و هدف مستقل است می‌توان گفت $p(t\,|\,\underline{a},\sigma_w^2,\alpha,H_1)=p(t\,|\,H_1)$. همچنین به شرط معلوم بودن $\underline{a},\sigma_w^2$ کواریانس کلاتر معلوم است و می‌توان نوشت[۳۷].

$$p(\underline{y}\,|\,\underline{a},\sigma_w^2,\alpha,H_1) = \int p(\underline{y}\,|\,\underline{a},\sigma_w^2,\alpha,t,H_1)p(t\,|\,H_1)dt \qquad (۲۹)$$

$$= \frac{2v^{\frac{v+p}{2}}x^{\frac{v-p}{2}}}{\pi^P \det(R_N)\Gamma(v)}k_{v-p}(\sqrt{4vx})$$

که در آن v پارامتر شکل توزیع k و R_N ماتریس کواریانس به‌دست آمده با توجه به $\underline{a},\sigma_w^2$ و $k_n(.)$ تابع بسل تعمیم یافته



شکل ۱۰- مقایسه آشکار ساز PD2 با ARGLR در نویز رنگی با توزیع k و کواریانس مجهول

نوع دوم از مرتبه n بوده و x به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$x = (\underline{y} - \alpha\underline{S})^H R_N^{-1} (\underline{y} - \alpha\underline{S}) \qquad (۳۰)$$

با معلوم شدن $p(\underline{y} \mid \underline{a}, \sigma^2, \alpha, H_1)$ وزن نمونه‌ها مطابق معادلات (۱۳) و (۱۵) یا (۲۰) و (۲۱) قابل محاسبه است. محاسبه وزنها تحت فرضیه H_0 نیز به طریق مشابه (با حذف α از معادلات (۲۹) و (۳۰)) امکانپذیر بوده و روش PD قابل اعمال خواهد بود. به عبارت دیگر برای محاسبه وزن نمونه‌ها از اطلاعات پیشین t استفاده شده است. شکل (۱۰) نتیجه مقایسه روش PD2 با ARGLR را که از شبیه سازی ۱۰۰۰۰ داده مستقل به دست آمده است نشان می‌دهد .در این شکل p=10 و N=300 و بقیه مقادیر شبیه سازی مانند حالت قبل (گوسی رنگی) انتخاب شده است. همان گونه که انتظار می‌رود به واسطه استفاده از اطلاعات پیشین، نتیجه بهبود محسوسی دارد.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله آشکارسازی راداری با استفاده از روشهای مبتنی بر نمونه برداری مونت کارلو بررسی شده و دو آشکار ساز بر مبنای روش نمونه برداری اهمیتی ارایه شده است. در آشکار ساز PD1 با استفاده از تولید اعداد تصادفی اقدام به تخمین پارامترهای مجهول و جاگذاری در نسبت درستنمایی برای محاسبه آماره آشکارساز می‌شود ودر آشکار ساز PD2 با انتگرال‌گیری مونت کارلو روی پارامترهای نامعلوم نسبت درستنمایی محاسبه می‌شود. نتایج شبیه سازی در حالتهای کلاتر گوسی سفید، کلاترگوسی رنگی و کلاترغیر سفید و غیرگوسی (k ترکیبی) نشان دهندهٔ این است که در حالاتی که روش GLRT قابل اعمال است، آشکارسازهای پیشنهادی عملکرد قابل رقابتی دارند. از طرف دیگر در حالاتی که در آنها تخمین ML پارامترها موجود نبوده و یا توزیع پیشین آنها مشخص است، می‌توان از آشکارسازهای پیشنهادی استفاده کرد. البته در مسائلی که بررسی گردید با صرف نظر از بعضی اطلاعات پیشین می‌توان روش GLRT را اعمال کرد. مشاهده می‌شود که در این حالات آشکارسازهای پیشنهادی منجر به بهبود محسوس عملکرد نسبت به GLRT می‌شوند.

واژه‌نامه

1. importance sampling
2. particle detector
3. likelihood ratio
4. averaged likelihood ratio
5. generalized likelihood ratio test
6. prior information
7. approximated ALR
8. constrained GLR
9. constrained ALR
10. expectation maximization
11. prior
12. non informative
13. likelihood
14. posterior distribution
15. normalizing constant
16. marginal likelihood
17. Lazzarini
18. Metropolis
19. Markov chain Monte Carlo
20. irreducibility
21. aperiodic
22. Metropolis – Hasting
23. Gibbs sampler
24. importance sampling
25. importance weight
26. particle filtering
27. real time
28. posterior odds
29. Bayes factor
30. hypothesis testing
31. conjugate prior
32. posterior
33. Kelly
34. innovation based detection algorithm
35. locally optimum detector(LOD)
36. spherically invariant random process

مراجع

1. Skolnik, M. I., *Iintroduction to Radar Systems*, McGrawHill , 3rd ed., 2001.
2. Kay, S.M., *Fundamental of Statistical Signal Processing : Detection Theory*, prentice hall, 1st ed., 1998.
3. Nayebi, M. M, Aref, M. R., and Bastani, M. H., "Detection of Coherent Radar Signals with Unknown Doppler Shift" *IEE Proc. Radar, Sonar and Navig*., Vol. 143, No. 2, PP.79-86, April 1996.

۴. نایبی، م. م. ،"آشکارسازی اهداف راداری در کلاتر و نـویز،" پایان نامه دکترا، ۱۳۷۲، دانشگاه تربیت مدرس.

5. Liu, B., Chen, B., and Michels, J. H., "A GLRT for Multichannel Radar Detection in the Presence of Both Compound Gaussian Clutter and Additive White Gaussian Noise," *Elsevier, Digital Signal Processing*, Vol. 15, PP. 437-454, 2005.
6. Kress, R., *Numerical Analysis*, Springer, 1998.
7. Andriuu, C., Doucet, A., Singh, S. S., and Tadic, V. B., "Particle Methods for Change Detection, System Identification, and Control," *Proceeding of IEEE*, Vol. 92 , No 3, PP. 423-438, March 2004.
8. Metropolis, N., and Ulam, S., "The Monte Carlo Method," *Journal of American Statististical Association*, Vol. 44, PP. 335–341, 1949
9. Robert G. O., "Markov Cahin Concepts Related to Sampling," in *Markov Chaine Monte Carlo in Practice*, PP. 45-47, London: chapman and Hall, 1996.
10. Hastings, W. K., "Monte Carlo Sampling Methods Using Markov Chains and Their Applications," *Biometrika*, Vol. 57, PP. 97–109, 1970.
11. Geman S., and Geman D., "Stochastic Relaxation, Gibbs Distriubutions and the Bayesian Restoration of Images," *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 6, PP. 721-741, 1984
12. Kloek, T., and Van Dijk, H. K., "Bayesian Estimates of Equation System Parameters: An Application of Integration by Monte Carlo," *Econometrica*, Vol. 46, PP. 1-19, 1978.
13. Geweke, J., "Bayesian Inference in Econometric Models Using Monte Carlo Integration," *Econometrica*, Vol. 57, PP.1317-1339, 1989
14. Oh, M. S., Berger, J., "Adaptive Importance Sampling in Mote Carlo Integration," *Journal of Statistics Computer and Simulation*, Vol. 41, PP. 143-168, 1992.
15. Cappé, O., Guillin, A., Marin, J. M., and Robert, C., "Population Monte Carlo," *Journal of Computational & Graphical Statistics*, Vol. 13, PP. 907-929, December 2004.
16. Doucet, A., de Freitas, N., and Gordon, N., *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, Springer, 2001.
17. Kass, R. E., and Raftery, A. E., "Bayes Factors," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 90, No. 430, PP.773-795, 1995.
18. Bos, C. S., "Time Varying Parameter Models for Inflation and Exchange Rates," PhD thesis, Tinbergen Institude, Erasmus University, Roterdam, 2001.
19. Tierney L., and Kadane J. B., "Accurate Approximations for Posterior Moments and Marginal Densities," *Journal of American Statistical Association*, Vol. 81, PP. 82-86, 1986.
20. Chib, S., "Marginal Likelihood from the Gibbs Output," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 90, PP. 1313-1321, 1995.
21. Chib, S., and Jeliazkov, I., "Marginal Likelihood from the Metropolis-Hastings Output," *Journal of the American Statistical Association* ,Vol. 96, PP. 270-281, 2001.
22. McCulloch, R. E., and Rossi, P., "Bayes Factors for Nonlinear Hypotheses and Likelihood Distributions," *Biometrika*, Vol. 79, PP. 663-679, 1992.

23. Neal, R. M., "Annealed Importance Sampling," *Statistics and Computing* , Vol. 11, PP.125-139, 2001.
24. Haykin, S., *Adapotive Radar Detection and Estimation*, John Wiley , 1992.
25. Nohara, T.J., and Haykin, S., "AR-Based Growler Detection in Sea Clutter," *IEEE Transaction on Signal Processing*, Vol. 41 , No 3, PP. 1259-1271, 1993.
26. Souvorova, S., Moran, B., and Viola, M., "Adaptive Modelling of Sea Clutter and Detection of Small Targets in Heavy Clutter," *IEEE Proceedings of the International Conference on Radar*, PP. 614-618, 2003.
27. Michels, J. H., Varshney, P., and Weiner, D., "A Synthesis Method for Multichannel Autoregressive Processes," *IEEE 24th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, PP.63-68, 1990.
28. Sheikhi, A., Nayebi, M. M., and Aref, M.R., "Adaptive Detection Algorithm for Radar Signals in Autoregressive Interference," *IEE proc. Radar, Sonar and Navigation*, Vol. 145, No. 5 , PP. 309-314, 1998.

۲۹. شیخی، ع.، "آشکارسازی وفقی اهداف راداری،" پایان نامه دکترا، ۱۳۷۸، دانشگاه صنعتی شریف.

30. Kelly, E. J., "An Adaptive Detection Algorithm," *IEEE Transaction on AES*, Vol. 22, PP.115-127, 1986.
31. Haykin, S., and Metford, P. A. S., "Some Limiting Forms of an Innovations-Based Discrete Time Detection Algorithm," *IEEE Transaction on AES*, Vol. 23 , PP. 405-411, 1987.

۳۲. صباحی، م.ف.، "به کارگیری روشهای مبتنی برشبیه سازی در آشکارسازی راداری،" پایان نامه دکترا، در حال تدوین، دانشگاه صنعتی اصفهان.

33. Watts S., "Radar Detection Prediction in Sea Cluter Using Compound K-distribution Model," *IEEE Proceedings F, commun., Radar & Signal Proc*., Vol. 132 ,No 7, PP. 613-620, 1985.
34. Jao J. K., "Amplitude Distribution of Composite Terrain Clutter and the K-distribution," *IEEE Transaction on Anttenas and Propagation*, Vol. 32, PP. 1049-1062, 1984.
35. E. Conte, Longo, M., and Lops, M., " Modelling and Simulation of Non-Rayleigh Radar," *IEE Proceedings F, commun., Radar & Signal Proc*., Vol. 138, No 2, PP. 121-130, 1991.
36. Gini, F., and Greco, M. V., "Suboptimum Approach to Adaptive Coherent Radar Detection in Compound-Gaussian Clutter," *IEEE Transaction on AES*, Vol. 35, No 3, PP. 1095-1104, 1999.

۳۷. تابان، م. ر.، "آشکارسازی سیگنال رادار در حالت غیر گوسی،" پایان نامه دکترا، ۱۳۷۷، دانشگاه صنعتی اصفهان.

پیوست:

(۱) آشکار ساز ARGLR در [۲۸] به صورت آزمون $\ln(\hat{\sigma}_0^2)-\ln(\hat{\sigma}_1^2) \underset{<H_0}{\overset{>H_1}{\gtrless}} \eta$ به دست آمده است که در این رابطه داریم:

$\hat{\underline{a}}_0=\left(Y^H Y\right)^{-1}\left(Y^H \underline{u}\right)$ و $\hat{\sigma}_0^2=\frac{1}{p}(\underline{u}-Y\hat{\underline{a}}_0)^H(\underline{u}-Y\hat{\underline{a}}_0)$ همچنین $\hat{\underline{a}}_1=\left(Y'^H Y'\right)^{-1}\left(Y'^H \underline{u}'\right)$ و $\hat{\sigma}_1^2=\frac{1}{p}(\underline{u}'-Y'\hat{\underline{a}}_1)^H(\underline{u}'-Y'\hat{\underline{a}}_1)$

در عبارات فوق بردارهای $\underline{u}$ و $\underline{u}'$ و ماتریسهای Y و Y' با معادلات زیر به‌دست می‌آیند:

$$\underline{Y'=HY} \quad , \quad \underline{u'=Hu} \quad , \quad \underline{u}=\begin{bmatrix} y_{M+1} & . & . & . & y_p \end{bmatrix}^T \quad , \quad Y=\begin{bmatrix} y_M & \cdots & y_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N-1} & \cdots & y_{p-M} \end{bmatrix}_{(p-M)\times M}$$

ماتریس H، ماتریس تصویر بر زیرفضای عمود بر بردار ϕ است که برابر است با:

$$H=I-\frac{\underline{\phi}\underline{\phi}^H}{\underline{\phi}^H\underline{\phi}} \quad \text{و} \quad \underline{\phi}=[1,e^{j\Omega},\ .\ .\ .,e^{j(p-M-1)\Omega}]^T$$