

یک مدل رفتاری برای خاکهای ماسه‌ای

محمد ملکی*

دانشکده مهندسی، دانشگاه پوعلی سینا همدان

(دريافت مقاله: ۸۶/۱۱/۲۳ - دریافت نسخه نهایی: ۸۶/۱۲/۲۱)

چکیده - در این مقاله یک مدل رفتاری کشسانی خمیری بواز پیش بینی رفتار خاکهای ماسه‌ای زیر اثر بارگذاریهای یک طرفه^۱ و سیکلی ارائه شده است. این مدل توسعه‌ای از یک مدل موجود (CJS3) است. مدل CJS3 دارای یک مکانیزم کشسانی و دو مکانیزم خمیری همسان و انحرافی است. قانون جریان در مکانیزم خمیری انحرافی غیر متعدد در نظر گرفته شده و حرکت سطح تسليم با یک قانون سخت شوندگی سینماتیک انجام می‌گیرد. علاوه بر سطوح تسليم، مشخصه (جدا کننده حالات اتساع و انقباض) و گسیختگی، در این تحقیق سطوح حالت بحرانی و تاریخچه (جدا کننده رژیمهای بکر و سیکلی) نیز تعریف شده‌اند و مدول سخت شوندگی و قانون اتساع در بارگذاریهای یک طرفه و سیکلی بر اساس نتایج و مشاهدات تجربی به طور موثری اصلاح شده‌اند. مدول سخت شوندگی در رژیم سیکلی تابعی از تغییر شکلهای خمیری انحرافی و حجمی تغییر می‌کند و با توجه به تعریف سطح تاریخچه و برگشت تنش مدل را قادر به بیان رفتار سیکلی خاکها کرده است. کلیه پارامترهای مدل دارای مفهوم فیزیکی مشخص و قابل بیان بر حسب پارامترهای فیزیکی و مکانیکی مشهور و مشخصات منحنیهای آزمایش سه محوری هستند. برای اعتبار بخشی مدل نتایج آزمایشهای موجود روی ماسه هوتستون تحت مسیرهای زهکشی و غیر زهکشی به کار گرفته شده است. نتایج حاصله نشان دهنده قابلیت خوب مدل در بیان رفتار خاکهای ماسه‌ای تحت اثر بارگذاریهای یک طرفه و سیکلی است.

واژگان کلیدی : مدل رفتاری، رفتار سیکلی، سخت شوندگی سینماتیک

A Constitutive Model for Sands

M. Maleki

Faculty of Engineering, Bu-Ali Sina University of Hamedan

Abstract: In this paper, an elastoplastic constitutive model is presented for predicting sandy soil behavior under monotonic and cyclic loadings. The model is based on the CJS3 model that takes into account deviatoric and isotropic mechanisms of plasticity. The flow rule in deviatoric mechanism is non-associated and a kinematic hardening law controls the evolution of the

* - استادیار

yield surface. In the present study, the critical state surface and history surface separating the virgin and cyclic states in the stress space are defined. Hardening modulus and stress-dilatancy law for monotonic and cyclic loadings are effectively modified. Taking the hardening modulus as a function of deviatoric and volumetric plastic strain, the model will be capable of predicting sand behavior once the history surface and stress reversal are defined. All model parameters have clear physical meanings and can be determined simply from laboratory tests. The results of homogeneous tests on Hostun sand are used to validate the model. The results of validation indicate the capability of the proposed model.

Keywords: Constitutive model, Cyclic behavior, Kinematic hardening.

۱- مقدمه

سطح تسلیم در مکانیزم خمیری انحرافی دارای شکلی همانند سطح خرابی مدل بوده و حرکت آن توسط یک قانون سخت شوندگی سینماتیک کنترل می‌شود. هدف از این تحقیق ایجاد اصلاحاتی در مدل فوق است که بتواند علاوه بر بیان دقیقت رفتار خاکها در بارگذاریهای یک طرفه، رفتار سیکلی خاکها را نیز پیش بینی کند. برای حصول این کار تغییراتی اساسی در مدل سخت شوندگی مکانیزم خمیری انحرافی و قانون اتساع مدل داده شده است. برای اعتبار بخشی مدل از نتایج آزمایشهای انجام شده توسط محکم [۸] روی ماسه هوستون استفاده شده است. بدین منظور ابتدا پارامترهای مدل با استفاده از نتایج آزمایشهای سه محوری یک طرفه زهکشی شده و یک آزمایش سیکلی تعیین شده و سپس اعتبار بخشی مدل با توجه به نتایج سایرآزمایشهای یک طرفه و سیکلی زهکشی شده و نشده انجام گرفته است.

۲- مکانیزم کشسانی

قانون کشسانی در این مدل از نوع فرموله نویسی هیپوالاستیک است:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{\dot{s}_{ij}}{2G} + \frac{\dot{I}_1}{9K} \delta_{ij} \quad (1)$$

که در آن: $\dot{\sigma}_{kk} = \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\dot{\sigma}_{kk}}{3} \delta_{ij}$ ، I_1 مدول حجمی و G مدول برشی است. این دو مدول توسط معادلات زیر به نامتغیر اول تانسورتنش (I_1) مربوط هستند:

$$K = K_o^e \left(\frac{I_1}{3P_a} \right)^n \quad (2)$$

$$G = G_o \left(\frac{I_1}{3P_a} \right)^n \quad (3)$$

P_a : فشار اتمسفر (برابر ۱۰۰ kPa)

کاربرد کدهای محاسباتی اجزای محدود در تحلیل سازه‌ها در مهندسی ژئوتکنیک روز به روز در حال توسعه و گسترش است. در این زمینه انتخاب مدل رفتاری و نحوه تعیین پارامترهای آنها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. انتخاب مدل رفتاری به نوع سازه، طبیعت بارگذاری و اطلاعات لازم برای تعیین پارامترهای مدل بستگی دارد [۹]. خاکها در حالت کلی به عنوان مصالح سه فازه شامل ذرات جامد آب و هوا مطرح هستند و رفتار آنها به عوامل متعددی چون تاریخچه، مسیر و سرعت بارگذاری دارد [۳]. اصولاً منظور کردن تمامی جنبه‌های رفتاری خاکها در فرموله نویسی روابط تنش- تغییر شکل با توجه به پیچیده شدن معادلات و افزایش تعداد پارامترها مشکل است. به همین علت مدل‌های رفتاری گوناگونی توسط محققان ارائه شده است. میزان پیچیدگی این مدل‌ها بستگی به تعداد جنبه‌های رفتاری لحظه شده در مدل دارد. رفتار خاکها تحت اثر بارگذاریهای سیکلی و پیچیده توجه بسیاری از محققان را از دو دهه گذشته به خود جلب کرده است. اکثریت این مدل‌ها بر پایه مفاهیم سخت شوندگی سینماتیک [۷]، میدان مدول خمیری [۱۰ و ۱۱] و سطح مرزی [۳ و ۵] پایه گذاری شده اند. در همین راستا در این مقاله یک مدل کشسانی خمیری بر پایه مفهوم سخت شوندگی ارائه می‌شود. این مدل توسعه مدل CJS3 از زیرمدلهای مدل CJS است که در مدرسه مرکزی لیون فرانسه ارایه گردیده است [۲ و ۹]. مدل CJS3 یک مدل کشسانی خمیری با دو مکانیزم خمیری همسان و انحرافی است. سطح تسلیم در مکانیزم خمیری همسان یک صفحه عمود بر محور هیدروستاتیک و توسط سخت شوندگی همسان حرکت می‌کند.

تغییرات X_{ij} توسط یک قانون سخت شوندگی سینماتیک بیان می‌شود:

$$\dot{X}_{ij} = \frac{\lambda^d}{b} I_1 (Q_{ij} - \phi X_{ij}) \chi \quad (12)$$

در معادله فوق Q_{ij} نرمال بر سطح تسلیم در نقطه وضعیت تنش است با بیان زیر:

$$Q_{ij} = \text{dev} \left(\frac{\partial f^d}{\partial q_{ij}} \right) = \text{dev} \frac{\partial (q_{II} h(\theta_q))}{\partial q_{ij}} \quad (13)$$

dev بیانگر قسمت انحرافی است. ϕ تابعی است که تغییرات X_{ij} را محدود می‌کند. λ^d ضریب خمیری در مکانیزم انحرافی که با توجه به شرط سازگاری به دست می‌آید. پارامتر b بیان کننده شدت تغییرات \dot{X}_{ij} است. ضریب χ برای بیان مناسب تاثیر نامتغیر اول تانسور تنش اعمال شده است و برابر است

$$\cdot \left(\frac{I_1}{3P_a} \right)^{-1.2}$$

شرايط خرابی وقتی حادث می‌شود که \dot{X}_{ij} به سمت صفر میل کند، در اين صورت طبق معادله (12)، $Q_{ij} = \phi X_{ij}$ با در نظر گرفتن $Q_{II} = \phi X_{II \lim}$ و با تعريف: $\phi = \phi_s h(\theta_s) Q_{II}$ موقعیت مرکز سطح تسلیم در مرحله خرابی به صورت زير بیان می‌شود:

$$X_{II \lim} = \frac{1}{h(\theta_s) \phi_0} \quad (14)$$

$Q_{II} = \sqrt{Q_{ij} Q_{ij}}$ ناما تغیر تانگential سور X_{ij} ، $Q_{ij} = (1 - \gamma \cos 3\theta_s)^{1/6}$ (که امكان يك سطح نامتقارن را به دست می‌دهد)، θ_s زاویه لود بار نسبت به محورهای s_i و s_j به دست می‌آید. با استفاده از معادله (9) و به فرض هم امتدادی s_i و در X_{ij} در مرحله خرابی: $Q_{II} = s_{II} - I_1 X_{II}$ ، که با جاگذاری آن در معادله سطح تسلیم، معادله (8)، سطح خرابی به شرح زير بیان می‌شود:

$$(s_{II} - I_1 X_{II \lim}) h(\theta_q) - R_m I_1 = 0 \quad (15)$$

$$(s_{II} h(\theta_q) - \frac{I_1 h(\theta_q)}{\phi_0 h(\theta_s)}) - R_m I_1 = 0 \quad (16)$$

G_0 و n پارامترهای مکانیزم کشسانی هستند که از نتایج آزمایشها تعیین می‌شوند.

۳- مکانیزم خمیری همسان

سطح تسلیم در این مکانیزم یک صفحه عمود بر محور هیدروستاتیک در فضای تنشهای اصلی است:

$$f^i(I_1, Q) = \frac{I_1}{3} - Q \leq 0 \quad (4)$$

قانون جریان برای این مکانیزم متعدد فرض شده است:

$$\varepsilon_{ij}^{Pi} = \lambda^i \frac{\partial f^i}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\lambda^i}{3} \delta_{ij} \quad (5)$$

تحول سطح تسلیم توسط قانون سخت شوندگی همسان زیر صورت می‌گیرد:

$$\dot{Q} = K_p \dot{q} = K_0 \left(\frac{Q}{P_a} \right)^n \dot{q} \quad (6)$$

q متغیر سخت شوندگی است و تغییرات آن طبق معادله زیر انجام می‌گیرد:

$$\dot{q} = -\lambda \frac{\partial f^i}{\partial Q} = \lambda^i = \dot{\varepsilon}_V^{Pi} \quad (7)$$

Q نیروی ترمودینامیکی متعدد با متغیر q و K_0^p پارامتر مدل است.

۴- مکانیزم خمیری انحرافی

سطح تسلیم در این مکانیزم به صورت زير است:

$$f^d(\sigma_{ij}, X_{kl}) = q_{II} h(\theta_q) - R_m I_1 = 0 \quad (8)$$

که در آن:

$$q_{ij} = s_{ij} - I_1 X_{ij} \quad (9)$$

$$q_{II} = \sqrt{q_{ij} q_{ij}} = |s_{ij} - I_1 X_{ij}| \quad (10)$$

$$h(\theta_q) = (1 - \gamma \cos 3\theta_q)^{1/6} \quad (11)$$

X_{ij} موقعیت مرکز سطح تسلیم را نشان می‌دهد و پارامتر R_m بیان کننده شاعر متوسط سطح تسلیم است. γ یک پارامتر مدل است که شکل نامتقارن سطح تسلیم را کنترل می‌کند و θ زاویه لود است. در شکل (1) سطح تسلیم مدل در پلان انحرافی نشان داده شده است.

که در آن R_{cr} شعاع متوسط این سطح به عنوان یک پارامتر مدل در نظر گرفته می‌شود.

برای تنش های متوسط کم مقادیر داده شده از معادله (۱۹) مناسب با نتایج تجربی نیست، لذا برای تنش های متوسط کم ($P < P_m$) معادله زیر پیشنهاد شده است [۹]:

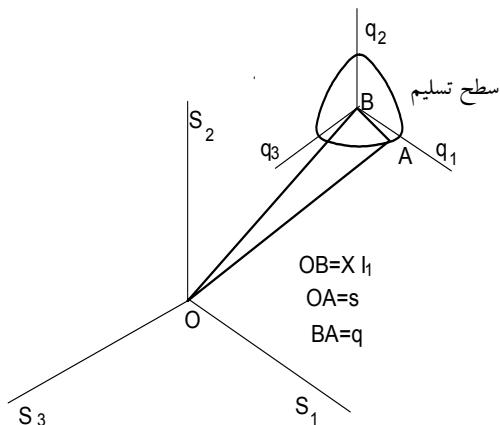
$$R_r = R_{cr} + \mu \ln\left(\frac{P_f}{P_m}\right) \frac{\ln\left(\frac{P_{cr}}{P}\right)}{\ln\left(\frac{P_f}{P_a}\right)} \quad (22)$$

که در آن: $P_f = m P_{cr}$ و $P_m = P_a \ln\left(\frac{P_{cr} + P_a}{P_a}\right)$ پارامتر m برابر ۵ به عنوان پیش فرض مدل در نظر گرفته شده است.

۵- اصلاح قانون سخت شوندگی در مکانیزم خمیری انحرافی

نتایج اعتبار بخشی مدل CJS3 نشان می‌دهد که این مدل رفتار خاکها در خرابی را مناسب پیش بینی می‌کند ولی به دلیل فرم نسبتاً خطی قانون سخت شوندگی، معادله (۱۲)، مدل حتی در بارگذاری‌های یک طرفه رفتار غیرخطی را به درستی بیان نمی‌کند. در رژیم سیکلی علاوه بر مشکل ناشی از شکل نسبتاً خطی قانون سخت شوندگی، با توجه به آنکه مدول سختی را در بارگذاری یک طرفه و بارگذاری سیکلی، حدوداً یکسان ارائه می‌دهد، عملکرد پیش بینی رفتار سیکلی خاکها موفق عمل نخواهد کرد [۹]. به طور کلی قانون سخت شوندگی علاوه بر بیان رفتار غیرخطی، خرابی و تاثیر تنش متوسط در بارگذاری‌های یک طرفه، لازم است در بارگذاری‌های سیکلی نیز توانایی بیان رفتار خاک را داشته باشد. نتایج تجربی تحت مسیرهای سه محوری سیکلی زهکشی شده نکات اساسی زیر را نشان می‌دهند.

- متراکم شدن خاک طی اعمال سیکلهای بارگذاری
- تغییر شکلهای خمیری ناشی از اعمال سیکلهای بارگذاری حتی در دامنه بارگذاری خیلی کوچک



شکل ۱- نمایش سطح تسلیم مکانیزم انحرافی در فضای تنشهای انحرافی

با فرض $\theta_s = \theta_q$ در مرحله خرابی:

$$s_{II} h(\theta_s) - \left(\frac{1}{\phi_0} + R_m \right) I_1 = 0 \quad (17)$$

با در نظر گیری $R_r = R_m = \frac{1}{\phi_0} + R_m$ معادله‌ای برای سطح خرابی به صورت زیر به دست خواهد آمد، شکل (۲):

$$f^r = s_{II} h(\theta_s) - R_r I_1 = 0 \quad (18)$$

که در آن R_r شعاع متوسط سطح خرابی است.

برای یک مقدار R_r داده شده مقدار ϕ_0 از معادله $\frac{1}{\phi_0} - R_m = R_r$ مشخص خواهد شد.

R_r بر اساس نتایج آزمایشگاهی به صورت زیر قابل بیان است:

$$R_r = R_{cr} + \mu \ln\left(\frac{P_{cr}}{P}\right) \quad (19)$$

که در آن:

$$P_{cr} = P_{cr0} \exp(c \varepsilon_v^p) \quad (20)$$

P_{cr0} فشار بحرانی اولیه و $\frac{1}{c}$ شب خط حالت بحرانی در پلان $\varepsilon_v^p - \ln P$ است. بدین ترتیب مفهوم حالت بحرانی در مدل وارد شده است و سطحی به نام سطح حالت بحرانی را در فضای تنشهای انحرافی می‌توان به صورت زیر تعریف کرد، شکل (۲).

$$f^{cr} = s_{II} h(\theta_s) - R_{cr} I_1 = 0 \quad (21)$$

با توجه به شعاع متوسط سطح تاریخچه و شعاع متوسط حاصله از وضعیت فعلی تنش، متغیر Z به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$Z = \frac{R_{\text{his}} - R}{R_{\text{his}} - R_{\text{cyc}}} \quad (24)$$

شعاع متوسط سطحی که بر اساس وضعیت تنش فعلی مشخص می‌شود:

$$R = \frac{s_{II} h(\theta_s)}{\ln(P_c / P) I_1} \quad (25)$$

شعاع متوسط سطح تاریخچه که بزرگترین مقدار R را به خود می‌گیرد.

شعاع متوسط سطحی که در آن $Z=1$ است و برابر R_{cyc} منظور شده است. در واقع Z متغیری است که امکان گذرهای از ناحیه سیکلی به ناحیه بکر را فراهم می‌آورد و بین 0° و 90° متغیر می‌کند. وقتی وضعیت تنش در ناحیه بکر است ($R_{\text{his}} = R$)، $Z=0$ است. در واقع بزرگترین مقدار R را خواهد داشت و وقتی وضعیت فعلی تنش در ناحیه سیکلی است مقدار R_{his} در حافظه می‌ماند و تغییر در آن زمانی صورت می‌گیرد که وضعیت فعلی تنش در ناحیه بکر قرار بگیرد.

برای جدا کردن مدول سخت شوندگی در رژیمهای سیکلی و بکر پارامتر b در قانون سخت شوندگی، معادله^(۱۲)، به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

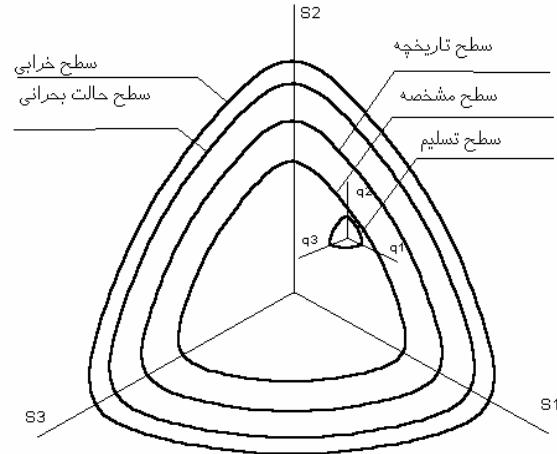
$$b = b_{\text{mon}} + Z(b_{\text{cyc}} - b_{\text{mon}}) \quad (26)$$

b_{mon} مقدار b در بارگذاری اولیه یا یک طرفه (رژیم بکر)، و b_{cyc} مقدار b در رژیم سیکلی است. برای ارتقای مدل با توجه به انجام تعداد زیادی شبیه سازی نتایج تجربی، نهایتاً نحوه تغییرات پارامترهای b_{mon} و b_{cyc} به صورت زیر تعریف شد.

این پارامترها متناسب با میزان نسبت تنش انحرافی $\frac{s_{II}}{I_1}$ و یا تغییر شکل انحرافی خمیری از یک مدار حداقل تا یک مقدار حداقل تغییر می‌کنند:

$$b_{\text{mon}} = b_{1m} - (b_{1m} - b_{2m}) \alpha_m \quad (27)$$

از معادله زیر به دست می‌آید.



شکل ۲- سطوح تسليم، خرابی، مشخصه، بحرانی و تاریخچه در فضای تنشهای انحرافی

- تغییر شکلهای خمیری خیلی کم در یک سیکل بارگذاری در مقایسه با تغییر شکلهای حاصله در بارگذاری اولیه
- کاهش دامنه تغییر شکل خمیری برای سیکلهای باربرداری - بارگذاری مجدد.

در شرایط زهکشی نشده برای مصالح سست فشار آب حفره‌ای افزایش می‌یابد که این باعث کاهش مقاومت و نهایتاً روانگرایی مصالح خواهد شد. همچنین افزایش پیوسته تغییر شکلهای تحت بسیج سیکلی^۳ از جنبه‌های رفتاری خاکها محسوب می‌شوند.

با عنایت به نتایج تجربی در اولین قدم لازم است مرز بین دو ناحیه سیکلی و بکر را تعریف کرد. ناحیه بکر ناحیه‌ای است که در آن مصالح وضعیت تنش اعمال شده را برای اولین بار تجربه می‌کنند. بنابراین مرز ناحیه بکر با حداقل تنش تجربه شده در طول تاریخچه مصالح مشخص خواهد شد. در فضای تنشهای می‌توان سطحی متناسب با تاریخچه حداقل تنش اعمالی به مصالح تعیین کرد. چگونگی وابسته بودن این سطح به تنش متوسط برای داشتن عملکردی مناسب در شرایط زهکشی نشده به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$f^{\text{his}} = s_{II} h(\theta_s) - R_{\text{his}} \ln(P_c / P) I_1 = 0 \quad (28)$$

که در آن: $P_c = P_{cr} \exp(R_{cr} / \mu)$

b_{cyc} تابعی از نامتغیر دوم تانسور تغییر شکل انحرافی مطابق زیر در نظر گرفته شد.

$$b_{cyc} = (b_{2c} - (b_{2c} - b_{1c})\alpha_c) \quad (32)$$

که در آن α_c از معادله زیر تعیین می‌شود.

$$\alpha_c = \exp(-d_1 k)) \exp(-d_2 |\dot{\epsilon}_v^p|) \quad (33)$$

متغیر k برای هر بار عوض شدن جهت بارگذاری از صفر شروع می‌شود و تغییرات آن به صورت زیر است:

$$k = \frac{1}{(1+\omega)} \left(1 - \omega \frac{q_{ij} X_{ij}}{|q_{kl} X_{kl}|} \right) \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (34)$$

که در آن $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p}$ نامتغیر دوم جزء تانسور تغییر شکل انحرافی است. و پارامتر ω امکان بیان مناسب حلقه هیسترسیس را به دست می‌دهد. پارامترهای b_{1c} و b_{2c} مقادیر حداقل و حداکثر b_{cyc} هستند که بر اساس نتایج تجربی تعیین می‌شوند. مطابق آنچه برای b_{mon} گفته شد b_{cyc} را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$b_{cyc} = b_{1c} (\zeta_c - (\zeta_c - 1)\alpha_c) \quad (35)$$

که در آن $\zeta_c = \frac{b_{2c}}{b_{1c}}$ به عنوان یک پارامتر مستقل از دانسیته مطرح بوده و می‌توان آن را در مدل ثابت در نظر گرفت. پارامتر d_1 شدت تغییرات b_{cyc} و پارامتر d_2 شدت افزایش مدول سخت شوندگی برای مدل کردن پدیده متراکم شدن خاک تحت اثر سیکلهای بارگذاری را بیان می‌کند.

۶- قانون جریان در مکانیزم خمیری انحرافی

قانون جریان در مکانیزم خمیری انحرافی غیر متحدد است:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{dp} = \lambda^d G_{ij} \quad (36)$$

که در آن تابع پتانسیل $\dot{\epsilon}_{ij}$ در مدل پایه با توجه به قانون اتساع زیر تعیین شده است:

$$\dot{\epsilon}_v^{dp} = \beta \left(\frac{s_{II}}{s_{Ii}^c} - 1 \right) \frac{|s_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^{dp}|}{s_{II}} \quad (37)$$

شرط $\dot{\epsilon}_{ij}^{dp} = 0$ امکان تعیین $\dot{\epsilon}_{ij}$ را به دست می‌دهد که در آن n_{ij} یک تانسور مماس برسطخ پتانسیل خمیری است. با

$$\alpha_m = \left(\frac{R_{me}}{R_r} \right)^2 \quad (28)$$

که در آن R_{me} برابر مقدار R در رژیم بکریا بیان زیر است:

$$R = \frac{s_{II} h(\theta_s)}{I_I} \quad (29)$$

همان طور که مشاهده می‌شود α_m بین صفر و یک تغییر کرده و سبب بهبود عملکرد مدول سخت شوندگی در بیان رفتار خاکها در بارگذاریهای یک طرفه می‌شود. وجود $h(\theta_s)$ باعث می‌شود که متناسب با مقدار زاویه لود θ_s نیز، b_{mon} به طور پیوسته تغییر کند. برای $\theta_s = 0$ مقدار $h(\theta_s) = 1 - \gamma^{1/6}$ برابر است. برای $\theta_s = \pi/3$ مقدار $h(\theta_s) = 1 + \gamma^{1/6}$ برابر است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مطابق نتایج تجربی مدول سخت شوندگی در حالت کشش کمتر از حالت فشار است. پارامترهای b_{2m} و b_{1m} در واقع مقادیر حداقل و حداکثر b_{mon} و با توجه به نتایج آزمایشات سه محوری قابل تعیین هستند. اگر نسبت b_{2m} به b_{1m} را با نشان دهیم در این صورت خواهیم داشت:

$$b_{mon} = b_{1m} (1 - \zeta_m) \alpha_m \quad (30)$$

چنین بیانی برای b_{mon} این امکان را در اختیار می‌گذارد که ζ_m را حداقل برای یک خاک داده شده مستقل از دانسیته در نظر گرفت و یا در جهت کاهش تعداد پارامتر مدل آن را ثابت گرفت. شبیه سازی تعداد زیادی آزمایش سه محوری نشان داد که می‌توان پارامتر فوق را به عنوان پیش فرض برابر ۱۰ در نظر گرفت. نهایت اعماله b_{mon} به صورت زیر در خواهد آمد:

$$b_{mon} = b_m (1 + 9\alpha_m) \quad (31)$$

پارامتر b_m مربوط به شبیه اولیه در منحنی $-q - \epsilon_1$ آزمایش سه محوری است و به طور مستقیم از معادله مدول سخت شوندگی در شرایط آزمایش سه محوری به دست می‌آید.

همان گونه که در معادله b_{mon} دیده می‌شود، تغییرات b در رژیم بکر ناشی از تغییرات همسان R است. در رژیم سیکلی کاربرد چنین بیانی در توافق با رفتار خاکها نیست، بدین جهت

$$\beta = \beta_{\text{mon}} + z(\beta_{\text{cyc}} - \beta_{\text{mon}}) \quad (42)$$

که در آن:

$$\beta_{\text{mon}} = -\beta_{1m} + (\beta_{1m} - \beta_{2m})\varphi_m \quad (43)$$

$$\beta_{\text{cyc}} = -\beta_{1c} + (\beta_{1c} - \beta_{2c})\varphi_c \quad (44)$$

علامت منفی به خاطر این است که تغییر حجم انقباضی مثبت در نظر گرفته شده است.

شبيه آنچه در خصوص مدول سخت شوندگی گفته شد، β_{mon} نيز تابعی غير خطی از وضعیت تنش است. بدین منظور تعريف زير برای φ_m لحاظ شد:

$$\varphi_m = \left(\frac{R_{me}}{R_c} \right)^2 \quad (45)$$

اين نحوه تغيير در β که ناشی از تغييرات همسان R_{me} است در رژيم سيكلی متناسب با رفتار خاکها نيست، لذا در رژيم سيكلی بستگی β_{cyc} به وضعیت تنش از طريق عبارت زير انجام می شود:

$$\varphi_c = \left(\frac{X_{II}^m}{X_{II}^{me}} \right)^2 \quad (46)$$

که در آن $X_{II}^m = \sqrt{(X_{ij} - X_{ij}^m)(X_{ij} - X_{ij}^m)}$ می باشد. X_{ij}^m در موقعیت برگشت تنش، که تا برگشت تنش بعدی ثابت می ماند و X_{II}^{me} بزرگترین مقدار X_{II}^m است. هر دو متغير φ_m و φ_c بين صفر و يك تغيير می کنند و امکان تغيير پaramتر اتساع را به طور پيوسته فراهم می آورند. همان گونه که در مورد مدول سخت شوندگی گفته شد، می توان از نسبتهاي $\beta_{2c} = \frac{\beta_{2m}}{\beta_{1c}}$ و $\beta_{1m} = \frac{\beta_{2m}}{\beta_{1c}}$ استفاده کرده و با ثابت گرفتن φ_m و φ_c تعداد پaramترهاي مدل را کاهش داد بنابراین:

$$\beta_{\text{mon}} = \beta_{1m}((1 - \xi_m)\varphi_m - 1) \quad (47)$$

$$\beta_{\text{cyc}} = \beta_{1c}((1 - \xi_c)\varphi_c - 1) \quad (48)$$

در اين تحقيق با توجه به تعداد زيادي شبيه سازي آزمایشهاي سه محوري مقدار ξ_m و ξ_c برابر ۳ درنظر گرفته شده است.

استفاده از معادله $\dot{\epsilon}_{ij}^{dp} = \dot{\epsilon}_{ij}^{dp} + \frac{\dot{\epsilon}_v^{dp}}{3}\delta_{ij}$ و جاگذاري از معادله (۳۷)، n_{ij} بيان زير را پيدا می کند:

$$n_{ij} = \frac{\beta' \frac{s_{ij}}{s_{II}} - \delta_{ij}}{\sqrt{\beta'^2 + 3}} \quad (38)$$

$$\beta' = \beta \begin{pmatrix} s_{II} & -1 \\ s_{II}^c & 1 \end{pmatrix} \text{sign}(s_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}^{dp}) \quad (39)$$

با استفاده از تانسور عمود بر سطح تسليم $\frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{ij}}$ و ضرب داخلی

اين تانسور در n_{ij} ، تانسور G_{ij} به صورت زير بيان می شود:

$$G_{ij} = \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{ij}} - \left(\frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{kl}} n_{kl} \right) n_{ij} \quad (40)$$

در معادلات فوق s_{II}^c وضعیت تنش مشخصه است که يك سطح به نام سطح مشخصه به صورت زير تعريف می کند.

$$s_{II}^c h(\theta_s) - R_c I_1 = 0 \quad (41)$$

R_c شعاع متوسط سطح مشخصه که يك پaramتر ثابت مدل است. اين سطح جدا کننده وضعیت اتساع و انقباض مصالح است، شکل (۲). و نهايتا عبارت $\text{sign}(s_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}^{dp})$ از ظهرور اتساع در وضعیت باربرداری خميري جلوگيري می کند.

۷- ارتقای قانون اتساع مدل

نتایج تجربی اخیر که از آن جمله می توان به کارهای شاه نظری و توروتا [۱۲] اشاره کرد، نشان می دهند که رابطه اتساع- تنش طبیعت غيرخطی داشته و برای هر سیکل كامل بعد از بارگذاري اولیه منحنی آن از دو قسمت غيرخطی تقریبا موازی با شبیه ملایم مثبت، و از دو قسمت غیرخطی تقریبا موازی با شبیه تند (نسبتا قائم) که بلافضله بعد از برگشت تنش شروع می شود، تشکیل شده است. ضمن آنکه اين نتایج تفاوت قابل ملاحظه رابطه اتساع- تنش، در رژيم سيكلی و در اولین بارگذاري را نيز نشان می دهند. بر اين اساس در اين تحقيق مطابق آنچه در مورد مدول سخت شوندگی گفته شد پaramتر قانون اتساع به صورت زير در نظر گرفته شد.

تعیین پارامترهای مدل حجمی کشسانی و مدل حجمی خمیری یک آزمایش سه محوری تحت تنشهای همه جانبی در بارگذاری و بار برداری، پیشنهاد می‌شود. استراتژی تعیین پارامترهای مدل در جدول (۱) داده شده است.

۹- اعتبار بخشی مدل

در این تحقیق از نتایج آزمایشها سه محوری یک طرفه و سیکلی انجام گرفته روی ماسه سست هوستون (بادانسیته نسبی اولیه حدود ۲۰ درصد) توسط محکم [۸] برای اعتبار بخشی مدل استفاده شده است. برای این منظور با انطباق منحنیهای حاصل از مدل و منحنیهای انحرافی یک طرفه حاصل از آزمایشگاه برای تنشهای همه جانبی ۱۰۰، ۲۰۰، ۴۰۰ و ۶۰۰ کیلوپاسکال پارامترهای استاتیکی، شکل (۳)، و با استفاده از نتایج یک آزمایش سه محوری سیکلی زهکشی شده با کنترل کرنش، شکل (۴)، پارامترهای سیکلی تعیین شدند. پارامترهای K_0^e و K_0^n از کارهای لوانی [۱] گرفته شده اند. مقادیر پارامترهای حاصله برای مدل به شرح زیر هستند:

$$\begin{aligned} n &= 0.6, K_0^e = 35.0 \text{ MPa}, G_0 \\ &= 30.0 \text{ MPa}, K_0^n = 40.0 \text{ MPa}, R_m \\ &= 0.01, R_c = R_{cr} = 0.275 \\ \gamma &= .75, P_{co} = 1 \text{ MPa}, c = 25, \beta_m = 0.25, b_m = 3.5e3 \text{ kPa}, \\ \beta_c &= 0.15, b_c = 1.0e3 \text{ kPa}, \omega = 0.7, d_1 = 250, d_2 \\ &= 15, \gamma_c = 35 \end{aligned}$$

با توجه به مقادیر پارامترهای به دست آمده و با به کارگیری نتایج آزمایشها تحت سایر مسیرهای تنش مدل اعتبار بخشی می‌شود. شبیه سازی آزمایش های سه محوری در کشش در شکل (۵) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که مدل هم از نظر سختی و هم از نظر خرابی به خوبی رفتار خاک را بیان می‌کند. در شکل (۶) آزمایش سه محوری سیکلی زهکشی شده در حالت تنش کنترل شده شبیه سازی شده است. در مقایسه با شکل (۷) مشاهده می‌شود که هم از نظر میزان تغییر شکلهای خمیری و هم از نظر تولید حلقه‌های هیسترسیس

نهایتاً معادلات فوق به صورت زیر در می‌آیند:

$$\beta_{mon} = -\beta_m(1 + 2\varphi_m) \quad (49)$$

$$\beta_{cyc} = -\beta_c(1 + 2\varphi_c) \quad (50)$$

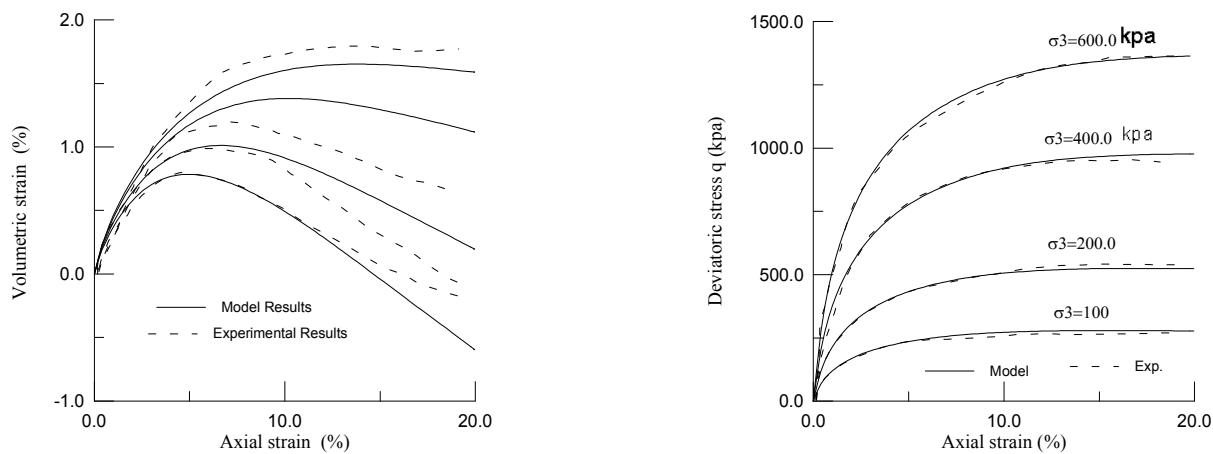
با استفاده از منحنی $\epsilon_v - \sigma_v$ آزمایش سه محوری به راحتی می‌توان β_m را به دست آورد. در ناحیه اتساعی φ_m برابر ۱ بوده لذا با توجه به شبیه متوسط منحنی در ابتدای ناحیه فوق و استفاده از معادله (۳۷) در شرایط آزمایش سه محوری مستقیماً β_m به دست می‌آید. برای تعیین β_c در صورتی که هدف تحلیل دینامیکی است نیاز به یک آزمایش سیکلی است. در غیر این صورت می‌توان آن را معادل β_m در نظر گرفت.

۸- تعیین پارامترهای مدل

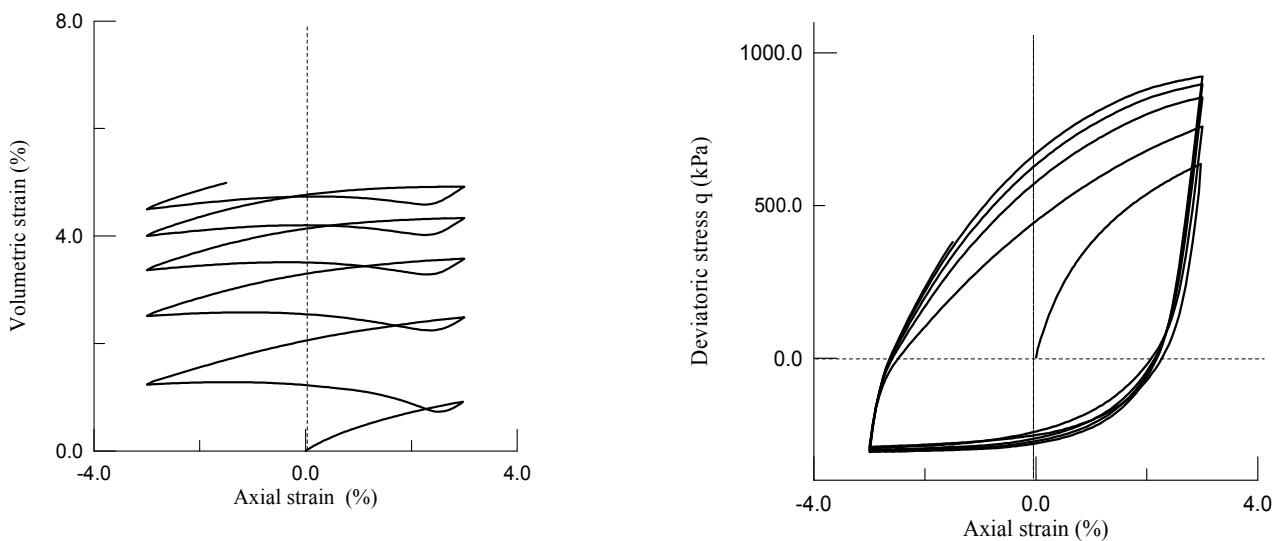
کلیه پارامترهای مدل از نتایج آزمایشها معمول آزمایشگاهی به سادگی قابل تعیین هستند. تعدادی از پارامترها مستقل از دانسیته و تعدادی تابعی از دانسیته هستند. اگر دسته اخیر در قالب روابط همبستگی که با نسبت تخلخل و یا دانسیته نسبی دارند در فرموله نویسی مدل وارد شوند می‌توان ادعا کرد که مدل برای یک خاک داده شده فقط نیاز به تعیین یک مجموعه پارامتر خواهد بود. پارامترهای مدل به خصوصیات منحنیهای تنش انحرافی-کرنش محوری و کرنش حجمی-کرنش انحرافی در آزمایش سه محوری مربوط هستند که برای تخمین اولیه می‌توان از این روابط استفاده کرد. برای تعیین دقیق پارامترها، با استفاده از نرم افزار مدل، که برای شرایط مرزی آزمایش سه محوری نوشته شده است با سعی و خطا و یا انجام یک فرایند اتوماتیک، و با هدف بیشترین پوشش منحنیهای آزمایشگاهی و شبیه سازی اقدام صورت می‌گیرد. برای تعیین پارامترهای استاتیکی مدل، سه آزمایش سه محوری با تنشهای همه جانبی متفاوت در شرایط زهکشی شده (با اندازه گیری تغییر حجم) و یا زهکشی نشده (با اندازه گیری فشار آب حفره‌ای)، با اعمال تغییر شکل زیاد، و برای پارامترهای سیکلی یک آزمایش سیکلی زهکشی یا غیر زهکشی و نهایتاً برای

جدول ۱ - نحوه تعیین پارامترهای مدل

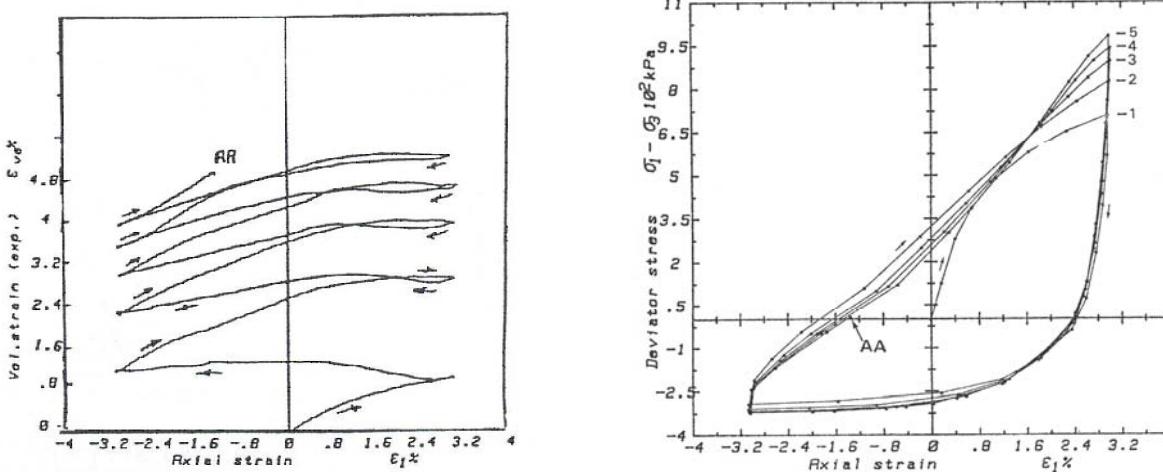
پارامتر	مفهوم فیزیکی	نحوه تعیین
n	کترل کننده وابستگی پارامترهای کشسانی به تنش متوسط	انطباق بر منحنی بارگذاری - باربرداری همه جانبی سه محوری و یا تغییرات شیب اولیه در آزمایشهای سه محوری با σ_3 های مختلف
G_0	کترل کننده جواب کشسانی مدل تحت تنشهای انحرافی	تغییرات شیب اولیه (در بارگذاری یا باربرداری) در آزمایشهای سه محوری با σ_3 های مختلف
K_0^e	کترل کننده جواب کشسانی مدل تحت تنشهای همه جانبی	انطباق بر منحنی بارگذاری - باربرداری حاصله از آزمایش سه محوری تحت تنشهای همه جانبی.
K_0^p	کترل کننده جواب خمیری مدل تحت تنشهای همه جانبی	انطباق بر منحنی بارگذاری حاصله از آزمایش سه محوری تحت تنشهای همه جانبی
R_m	مشخص کننده دامنه کشسانی (شعاع متوسط سطح تسليم)	با استفاده از منحنی $\epsilon_1 - q$ و با در نظر گیری تغییر شکل محوری حدود 10^{-4} وضعیت تنش را محاسبه و نهایتاً از معادله سطح تسليم R_m به دست می آید.
μ	کترل کننده وضعیت خرابی در مدل	با استفاده از نقاط حداکثر در منحنیهای $\epsilon_1 - q$ به طور مستقیم با به کار گیری فرمول R_t که در شرایط آزمایش سه محوری نوشته می شود به دست می آید
γ	تعیین کننده شکل نامتقارن سطح خرابی	با استفاده از نقاط بحرانی در منحنیهای $\epsilon_1 - q$ در فشار و کشش، به طور مستقیم با به کار گیری معادله سطح خرابی به دست می آید. یا با انطباق با سطح خرابی لد [۶]
R_{cr}	مشخص کننده سطح حالت بحرانی	با استفاده از وضعیت تنش بحرانی در منحنیهای $\epsilon_1 - q$ که در آنها $\delta\epsilon_1 = 0$ است و به کار گیری معادله سطح حالت بحرانی R_{cr} به طور مستقیم به دست می آید
R_c	مشخص کننده سطح حالت مشخصه (جدا کننده حالت اتساع و انقباض)	با استفاده از وضعیت تنش مشخصه در منحنیهای $\epsilon_1 - q$ که در آنها $\delta\epsilon_1 = 0$ است و به کار گیری معادله سطح حالت مشخصه R_c به طور مستقیم به دست می آید
β_m	کترل کننده شدت تغییرات حجم خمیری تحت اثر برش در رژیم بکر	با استفاده از شب متوسط در ابتدای ناحیه اتساعی در منحنی $\epsilon_1 - \epsilon_7$ و به کار گیری قانون اتساع مدل در شرایط سه محوری R_m به طور مستقیم به دست می آید
P_{co}	پارامتر حالت بحرانی بیان کننده وضعیت اولیه مصالح	با استفاده از منحنی $(P_c - \ln(P_c)) - \epsilon_7$ برای نسبت تخلخل اولیه می توان به راحتی P_{co} را به دست آورد
c	پارامتر حالت بحرانی کترل کننده شدت تغییرات فشار بحرانی (P_c)	$\frac{1}{c}$ شب خط حالت بحرانی در فضای $(P_c - \ln(P_c)) - \epsilon_7$ است
$b_c, \omega, d_1, d_2, \beta_c$	پارامترهای سیکلی مدل	با انطباق بر نتایج یک آزمایش سه محوری سیکلی در شرایط زهکشی یا غیر زهکشی تعیین می شوند



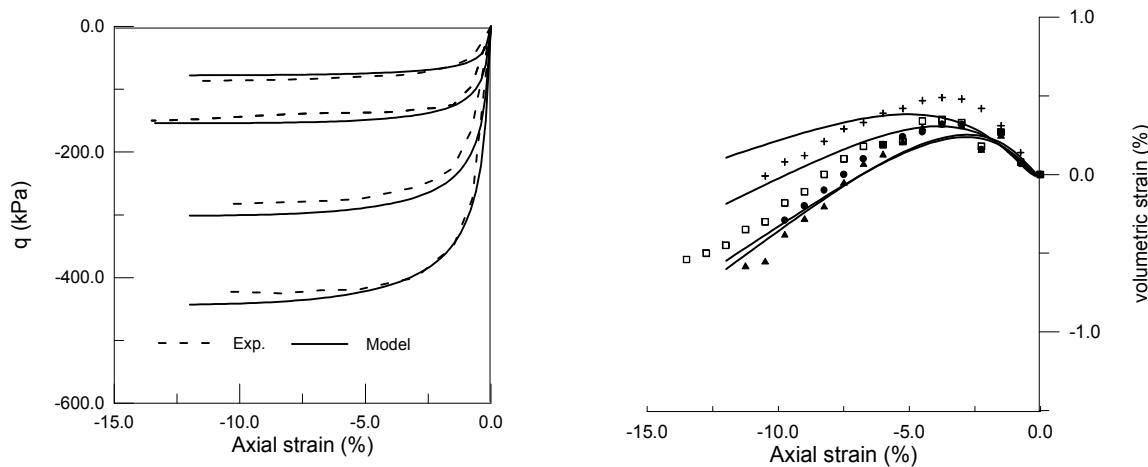
شکل ۳ - شبیه سازی آزمایش‌های سه محوری زهکشی شده برای تعیین پارامترهای استاتیکی مدل



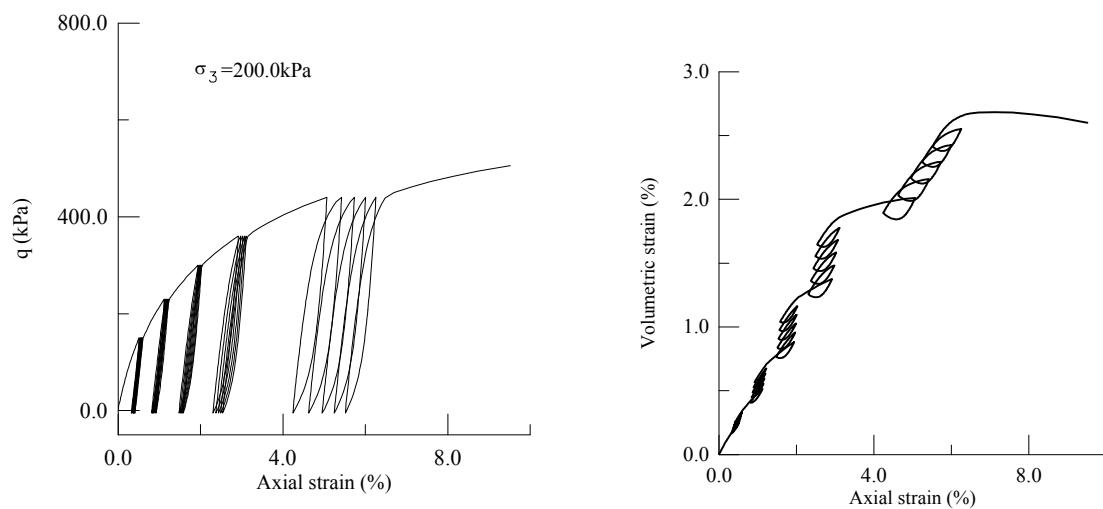
شکل ۴ - شبیه سازی آزمایش‌های سه محوری سیکلی زهکشی شده برای تعیین پارامترهای سیکلی مدل در مقایسه با شکل (۵)



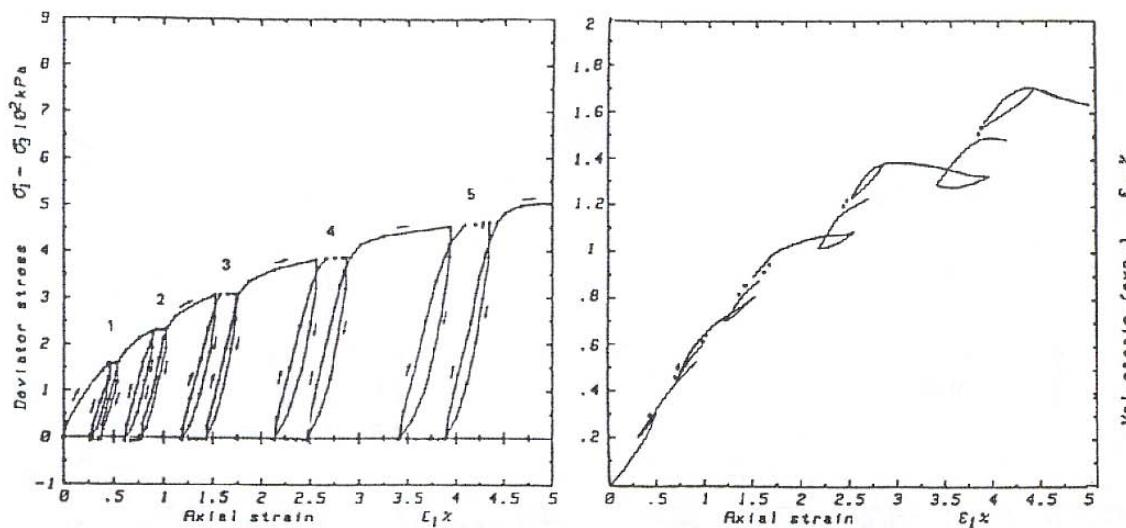
شکل ۵ - نتایج آزمایش‌های سه محوری سیکلی زهکشی شده، مورد استفاده برای تعیین پارامترهای سیکلی مدل [۸]



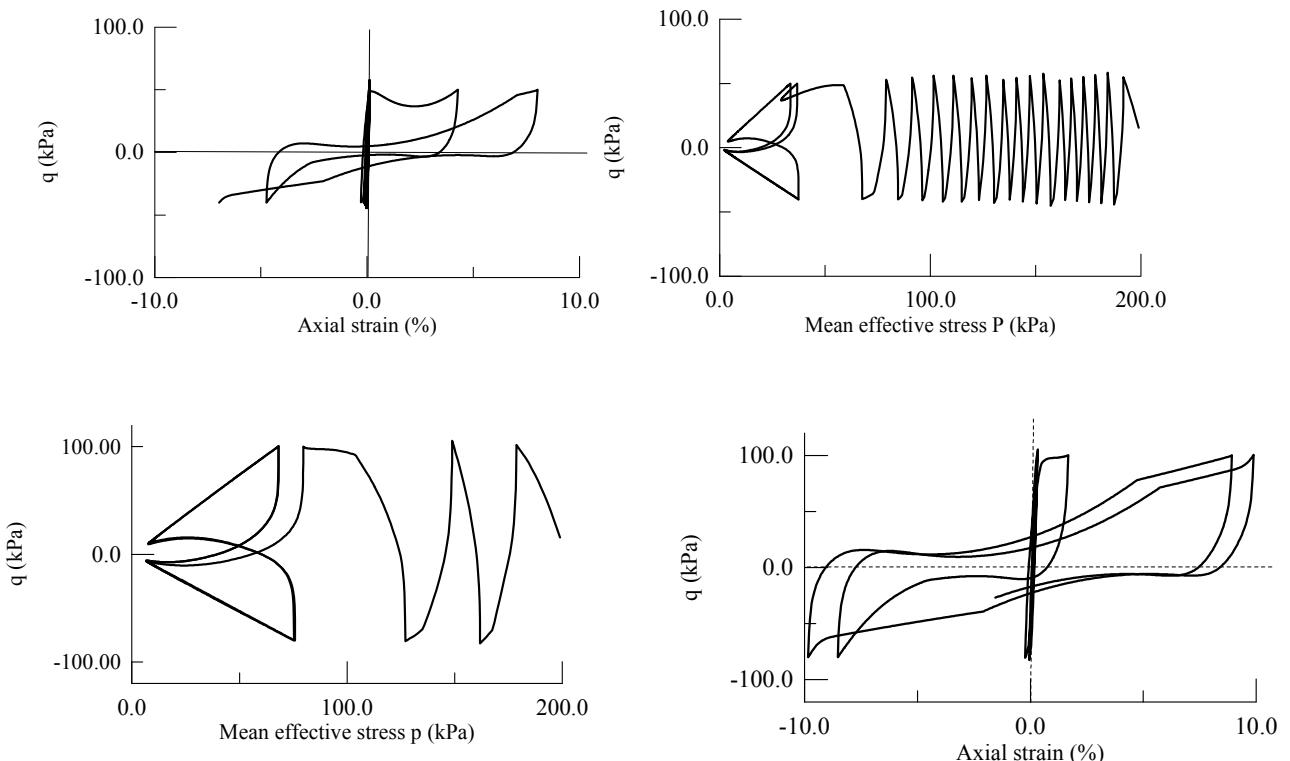
شکل ۶- اعتبار بخشی مدل روی آزمایش‌های سه محوری در کشش



شکل ۷- اعتبار بخشی مدل روی نتایج آزمایش‌های سه محوری سیکلی زهکشی شده در فشار در مقایسه با شکل (۸)



شکل ۸- نتایج آزمایش‌های سه محوری سیکلی زهکشی شده در فشار، مورد استفاده برای اعتبار بخشی مدل [۸]



شکل ۹- شبیه سازی آزمایش‌های سه محوری سیکلی در شرایط زهکشی نشده برای تنشهای انحرافی مختلف

- ایجاد یک رابطه غیرخطی مناسب در مکانیزم سخت شوندگی سینماتیک امکان انتخاب دامنه کشسانی (ابعاد سطح تسلیم) بسیار کوچک متناسب با رفتار واقعی خاکها را به دست می‌دهد.
- اعمال ارتباط غیر خطی بین ضریب اتساع و نسبت تنش در قانون اتساع مدل، جواب مدل را به طور چشمگیری بهبود بخشدید.
- برای بیان دقیق رفتار خاکها مدل‌های رفتاری ناگزیر تعداد زیادی پارامتر را در خود جای می‌دهند. لازم است مفهوم فیزیکی و استراتژی شفاف تعیین آنها معلوم باشد تا کاربران به راحتی امکان استفاده از این نوع مدل‌ها را پیدا کنند.
- با توجه به تعداد زیاد پارامتر در مدل ارائه شده، تحقیق در امکان ایجاد روابط همبستگی بین پارامترهای مدل و پارامترهای فیزیکی-مکانیکی خاکها ضروری به نظر می‌رسد.

مدل توانایی خوبی را دارد. همچنین در شکل (۹) شبیه سازی آزمایش‌های سیکلی زهکشی نشده برای دو تراز تنش انحرافی نشان داده شده است که نشان دهنده قابلیت مدل در بیان توسعه فشار آب حفره‌ای در جریان اعمال سیکلهای بارگذاری است.

۱۰- نتیجه گیری

- تحقيق حاضر در چارچوب مدل‌سازی رفتاری خاکهای ماسه‌ای تحت اثر بارهای سیکلی، با هدف افزایش دقت در بیان رفتار این گونه خاکها انجام گرفته است. نتایج مهم حاصله از این تحقیق به شرح زیر هستند.
- به کارگیری یک معیار ساده برای تفکیک نحوه و شدت تغییرات مدول سخت شوندگی در رژیمهای سیکلی و بکر در مدل‌های رفتاری با یک مکانیزم سخت شوندگی سینماتیک ساده امکان بیان رفتار خاکها تحت بارگذاریهای سیکلی را فراهم می‌آورد.

واژه‌نامه

1. monotonic
2. cyclic mobility
3. extension

مراجع

1. Allouani, M., "Identification des Lois de Comportement des Sols, Définition de la Stratégie et de la Qualité de L'identification," Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1993.
2. Cambou, B., and Jafari, K., "A Constitutive Model for Granular Materials Based on Two Plasticity Mechanisms," Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini, Balkema, Rotterdam, PP. 149-167, 1989.
3. Chen, W. F., and Mizuno, E., *Nonlinear Analysis in Soil Mechanics*, Elsevier Science Publishing Co, Inc, 1990.
4. Dafalias, Y. F., "Bounding Plasticity: Mathematical Foundation and Hypo-Plasticity," *ASCE J. Eng. Mech.*, Vol. 112, PP. 466-987, 1986.
5. Dafalias, Y. F., and Popov, E. P., "Plastic Internal Variables Formalism of Cyclic Plasticity," *J. Appl. Mech.*, Vol. 95, No. 4, PP. 645-650, 1976.
6. Lade, P. V., "Double Hardening Constitutive Model for Soils, Parameter Determination and Predictions for Two Sands," Constitutive Equation for Granular Non-cohesive Soils, Cleveland, PP. 367-378, 1987.
7. Lemaitre, J., and Chaboche, J.L., *Mécanique des Matériaux Solides*, Dunod, Paris, 1988.
8. Mohkam, M., "Contribution a L'étude Expérimentale et Théorique du Comportement des Sables sous Chargement Cycliques," Thèse de Doctorat, Inc. National Polytechnique de Grenoble, 1983.
9. Maleki, M. Dubujet, Ph., and Cambou, B., "Modélisation Hiérarchisée du Comportement des Sols", *Revue Français de Génie Civil*, Vol. 4, No. 7-8 pp: 895-928, 2000.
10. Mroz, Z., and Pietruszczak, S., "A Constitutive Model for Clay and Sands with Account of Anisotropic Hardening," International Workshop on Constitutive Relations for Soils, A.A. Balkema, PP. 331-345, 1984.
11. Mroz Z. "On the Description of Anisotropic Hardening," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 15. PP. 163-175, 1967.
12. Shahnazari, H., and Towhata, I., "Tortion Shear Tests on Cyclic Stress-Dilatancy Relationship of Sand," *Soils and Foundations*, Vol. 42, No. 1, PP. 105-121, 2002.