

## مطالعه پارامتری مهار بازویی و کمر بند محیطی در سازه ساختمانهای بلند

کمال میرطلائی\* و نواب اسدی زیدآبادی\*\*

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۷۷/۹/۲۳ - دریافت نسخه نهایی: ۷۸/۸/۱۷)

چکیده - تدابیر مربوط به ساختارهای باربر ابداعی ساختمانهای بلند بیشتر به طرحهایی برمیگردد که تغییر مکان جانبی را محدود می‌سازند. این محدودیت تغییر مکان تا حد تغییر مکان مجاز، باید با استفاده از حداقل مقدار فولاد یا بتن مصرفی حاصل شود. این روند نیز تنها با استفاده از برخی روشهای ابداعی که موجب استفاده کامل از ظرفیت تمامی عناصر سازه‌ای ساختمان بلند می‌شود، نتیجه می‌شود. شایان ذکر است که یکی از کارآمدترین این سیستمها، ساختار مهار بازویی است. در این تحقیق یک مدل سازه‌ای ساده و سازگار برای تحلیل این نوع سیستمها ارائه شده است. این روش تحلیلی پیشنهادی قادر است با در نظر گرفتن مشخصات سازه‌ای ثابت یا متغیر در راستای ارتفاع و نیز با فرض وجود کمر بند انعطاف پذیر، سازه را تحلیل کند. نتایج این تحقیق شامل شرایط مختلف هندسی از قبیل موقعیت و تعداد بهینه مهارهای بازویی برای کمینه کردن رانش سازه تحت اثر انواع بارهای جانبی است.

## Parametric Study of Outrigger Braced and Belt System in Tall Building Structures

K. Mirtalaei and N. Asadi Zeidabadi

Department of Civil Engineering, Isfahan university of Technology

**ABSTRACT-** Current innovative lateral load carrying systems for tall buildings are those in which the lateral drift is limited to an allowable value without considerable influence on economy. This aim is achieved by using special systems capable of using maximum stiffness and strength capacity of individual structural elements. An effective structural solution in this respect is the use of outrigger braced systems.

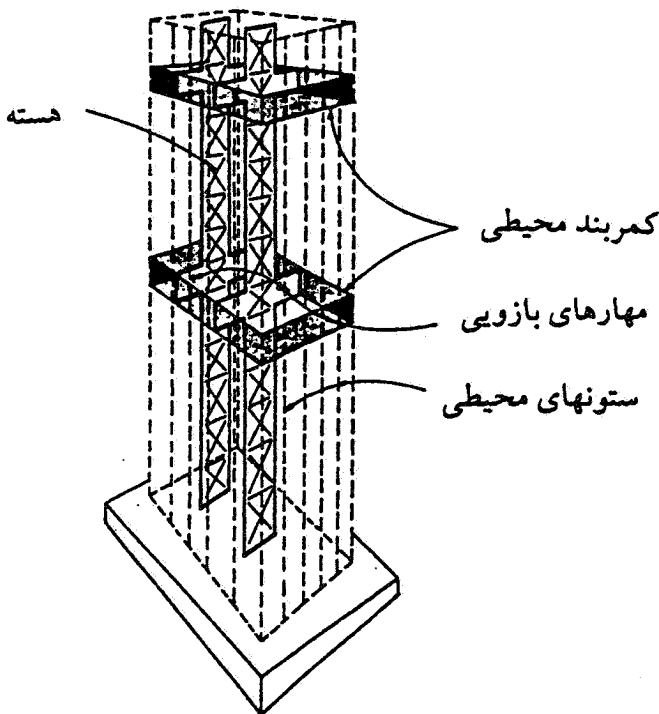
In the present investigation, a simple compatible structural model is proposed to analyze these systems. Constant or variable stiffness can be considered for the core which is connected to a flexible belt structure via the outrigger braced system. Several conditions including the optimum number and positions for the outrigger braced systems to minimize the drift under different loads are examined.

\*\* - کارشناس ارشد

\* - استادیار

## فهرست علائم

تعداد مهار بازویی	$n$	ممان اینرسی اصلاح شده مهار	$I'_{01}$	سطح مقطع مهار بازویی	$A$
مقدار بار متمرکز در بالای سا	$P$	بازویی		سطح مقطع ستونها	$A_{ci}$
مقدار بار ثابت در ارتفاع سازه	$q$	پارامتر بدون بعد سختی نسبی	$k_i$	پارامتر بدون بعد انعطاف پذیری	$C$
مقدار بار سهمی پیشینه در بالای سازه	$U$	محوری ستونها به سختی خمشی هسته		کمربند محیطی	
مقدار بار مثلثی پیشینه در بالای سازه	$W$	طول اصلاح شده مهار بازویی	$l_i$	مدول الاستیسیته	$E$
		طول خالص مهار بازویی	$L_i$	مدول برشی	$G$
ضرایب بدون بعد بار	$(\alpha, \beta, \psi, \zeta)$	فاصله بین دو ستون	$l_c$	ارتفاع کل سازه	$H$
نسبت فاصله از بالای سازه بر کل ارتفاع سازه	$\xi$	لنگر در محل پایه هسته ناشی از بارهای خارجی	$M_{ah}$	شماره تراز مهار بازویی	$i$
پارامتر بدون بعد نسبت سختی هسته به مهار بازویی تراز $i$	$\omega_i$	لنگر کلی در محل پایه هسته	$M_B$	ممان اینرسی مهار بازویی	$I_0$
		لنگر مقاوم مهار بازویی	$M_i$	ممان اینرسی کمربند محیطی	$I_B$
				ممان اینرسی هسته بین تراز $i$ و $i+1$	$I_i$



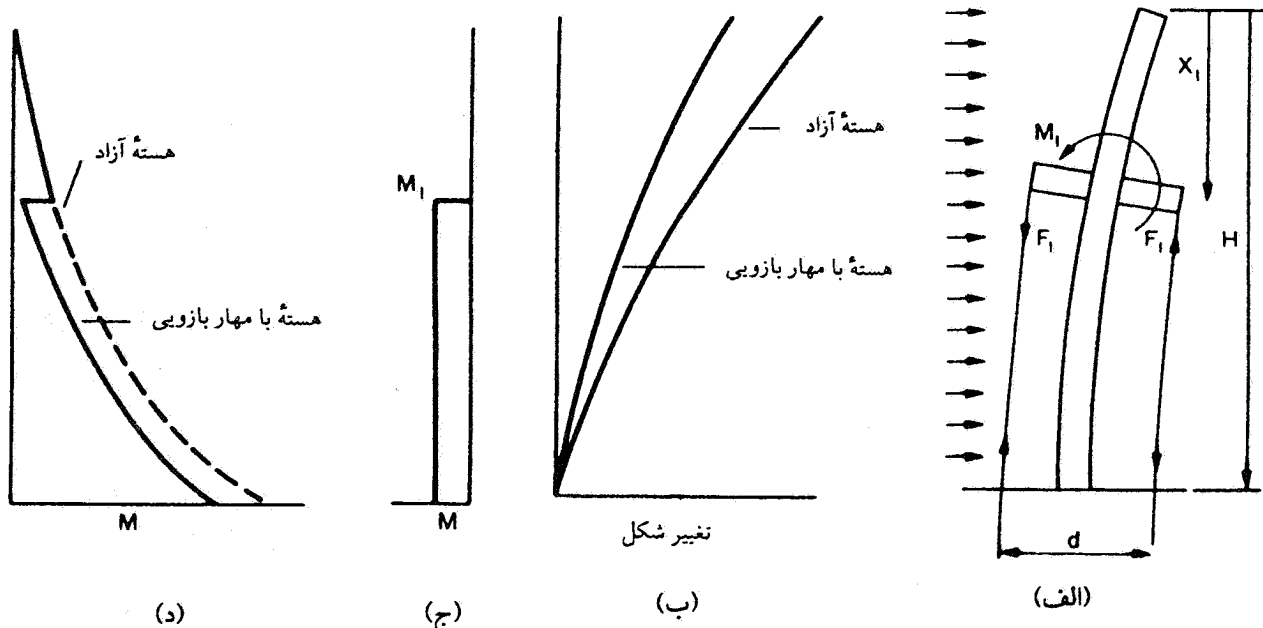
شکل ۱- شمای کلی سازه با مهار بازویی و کمربند محیطی [۱]

بلند را تا چه اندازه کوتاه می‌کند. علاوه بر این در این نوع تحلیل ساده می‌توان یک بررسی پارامتریک بر روی سیستم سازه‌ای انجام داد که در روشهای عددی به سادگی امکانپذیر نیست. تاکنون در مورد سازه‌های مهار بازویی تحقیقات زیادی انجام شده است. در مطالعات انجام شده، رفتار این سازه‌ها تحت بارهای استاتیکی [۲-۷] و همچنین رفتار دینامیکی آنها [۸ و ۹] مورد

## ۱- مقدمه

سازه بلند با مهار بازویی شامل یک هسته مرکزی بتن مسلح یا قاب فولادی مهاربندی شده است که توسط طره‌های افقی به ستونهای خارجی در یک یا چند تراز متصل می‌شود. اضافه بر ستونهای انتهایی مهار بازویی معمولاً بقیه ستونهای محیطی نیز به انتهای مهار بازویی متصل می‌شوند. این کار با افزودن یک کمربند محیطی<sup>۱</sup> در اطراف سازه و در تراز مهار بازویی صورت می‌گیرد. به این ساختار هندسی، سازه با مهار کمربندی<sup>۲</sup> اطلاق می‌شود. شمای کلی این سیستم در شکل (۱) آورده شده است.

هنگامی که ساختمان تحت اثر بار افقی قرار می‌گیرد، مهارهای بازویی از چرخش هسته جلوگیری می‌کنند و باعث می‌شوند که تغییر مکانهای جانبی و لنگر هسته از حالتی که به تنهایی بارها را تحمل می‌کند، کمتر شود، شکل (۲). ویژگی آشکار این ساختار سازه‌ای بدین گونه است که سختی جانبی مؤثر سازه در هنگام خمش طره‌ای با ایجاد نیروهای محوری در ستونها افزایش می‌یابد. در طراحی ساختمانهای کوتاه و متوسط با حجم اطلاعات ورودی اندک و همچنین تعداد اعضای نه چندان زیاد، می‌توان برای تحلیل سازه از نخستین مراحل طراحی از برنامه‌های اجزای محدود استفاده کرد. باید دانست که در ساختمانهای بلند با تعداد اعضای زیاد، تغییر در مشخصات هندسی یک عضو اثر اندرکنشی با سایر اعضای سازه دارد. بنابراین آشکارا می‌توان چنین انگاشت که انتخاب مناسب ابعاد هندسی اعضا، روند طراحی سازه ساختمان



شکل ۲ الف - سازه با یک مهار بازویی، ب - منحنی تغییر شکل، ج - نمودار لنگرهای قیدی، د - نمودار لنگر نهایی هسته

تحلیل این گونه سازه‌ها را داراست و قابل تعمیم به حالت‌های با تعداد مهار کمتر یا بیشتر است.

مدل تحلیلی مورد استفاده مطابق شکل (۳) است، به طوری که  $n=3$  است. روابط سازگاری عبارت است از اینکه چرخش هسته و چرخش مهار بازویی در هر تراز مساوی‌اند. چرخش هسته برحسب تغییر شکل خمشی آن و چرخش مهار بازویی برحسب تغییر شکل محوری ستونها و خمش مهار بازویی تعریف می‌شود. چنانچه معادله سازگاری برای تراز ارتفاعی دوم نوشته شود، بر پایه اصل جمع آثار، معادله زیر حاصل خواهد شد [۱۳]:

$$\Delta\theta_2 - \left[ \frac{M_1(x_2-x_1)}{EIc_1} + \frac{(M_1+M_2)(x_3-x_2)}{EIc_2} + \frac{(M_1+M_2+M_3)(H-x_3)}{EIc_3} \right] = \frac{2M_1(x_2-x_1)}{d^2EA_1} + \frac{2(M_1+M_2)(x_3-x_2)}{d^2EA_2} + \frac{2(M_1+M_2+M_3)(H-x_3)}{d^2EA_3} + \frac{M_2 \cdot 2l^3}{3d^2H(EI_0)_2} \quad (1)$$

شایان ذکر است که در طرح ریاضی کلی، معادله (۱)،  $\Delta\theta_i$  چرخش هسته در تراز مهار بازویی در اثر بار خارجی است که تابعی از نوع بار است. توضیح بیشتر در ادامه خواهد آمد. با توجه به شکل (۳)،  $x_i$  فاصله مهار بازویی از تراز ارتفاع  $H$ ، ارتفاع سازه،  $I_{ci}$  ممان اینرسی هسته بین ترازهای  $(i)$  و  $(i+1)$ ،  $A_i$  سطح مقطع

بررسی قرار گرفته است. در تحقیق دیگری مطالعه پایداری این گونه سازه‌ها انجام شده است. [۱۰]. بررسی تأثیر خزش<sup>۳</sup> و آبرفتگی<sup>۲</sup> بر روی رفتار این سازه‌ها نیز توسط محققان دیگری مورد مطالعه قرار گرفته است [۱۱].

در تحقیق حاضر، تحلیل این گونه سازه‌ها با فرض مشخصات سازه‌ای متغیر در ارتفاع برای انواع بارها و ترکیب آنها گسترش داده شده است. علاوه بر این، تأثیر سختی خمشی کمر بند محیطی بر رفتار سازه‌ای این گونه سیستمها (در مقایسه با فرض صلب بودن آن) مدنظر بوده است. در ادامه، تأثیر پارامترهای بدون بعد حاصل از تحلیل، بر روی رفتار و همچنین مکان بهینه مهار بازویی مورد مطالعه قرار گرفته است.

## ۲- روش تحلیل

گسترش معادله‌های حاکم بر رفتار سیستم مهار بازویی براساس فرضیات ساده زیر انجام شده است:

- ۱- رفتار سازه، الاستیک خطی است.
- ۲- ستونها فقط نیروی محوری تحمل می‌کنند.
- ۳- اتصال هسته به زمین به صورت گیردار است.

برای نشان دادن روش کلی تحلیل، یک سیستم سازه‌ای با سه مهار بازویی مورد بررسی قرار می‌گیرد. سازه مذکور تمامی مراحل

$$\Delta\theta_3 = [S_3(H-x_3)]M_1 + S_3 [(H-x_3)]M_2 + [S_3(H-x_3) + T_3]M_3 \quad (4)$$

به طوری که:

$$S_i = \frac{1}{EI_{ci}} + \frac{2}{d^2(EA)_i} \quad (5)$$

$$T_i = \frac{2l_i^3}{3d^2H(E_0I_0)_i} \quad (6)$$

معادله‌های قبل را می‌توان به صورت ماتریسی تنظیم کرد که پس از به دست آمدن چند پارامتر بدون بعد برای یک سازه با n مهار بازویی طرح ریاضی زیر حاصل می‌شود:

$$[M] = [F]^{-1} [\Delta\theta] \quad (7)$$

به طوری که

$$[M] = [M_1 M_2 \dots M_n]^T \quad (8)$$

و ماتریس ضریبها عبارت است از:

$$[F] = \mu_1 \begin{bmatrix} \omega_1 + \sum_{i=1}^n r_i \gamma_i (\xi_{i+1} - \xi_i) & \sum_{i=2}^n r_i \gamma_i (\xi_{i+1} - \xi_i) & \dots & \sum_{i=n}^n r_i \gamma_i (\xi_{i+1} - \xi_i) \\ \sum_{i=2}^n r_i \gamma_i (\xi_{i+1} - \xi_i) & \omega_2 + \sum_{i=2}^n r_i \gamma_i (\xi_{i+1} - \xi_i) & \dots & \sum_{i=n}^n r_i \gamma_i (\xi_{i+1} - \xi_i) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=n}^n r_i \gamma_i (\xi_{i+1} - \xi_i) & \sum_{i=n}^n r_i \gamma_i (\xi_{i+1} - \xi_i) & \dots & \omega_n + \sum_{i=n}^n r_i \gamma_i (\xi_{i+1} - \xi_i) \end{bmatrix} \quad (9)$$

که در آن

$$r_i = \frac{EI_{cn}}{EI_{ci}} \quad (10)$$

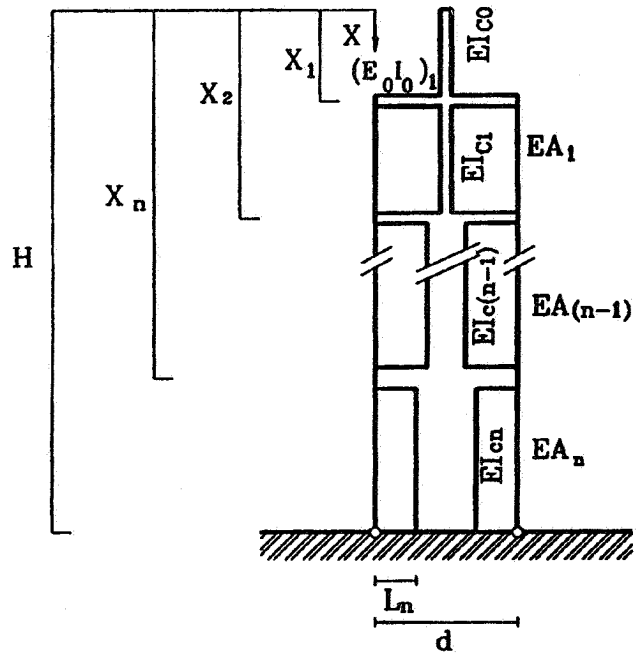
$$\gamma_i = EI_{ci} S_i \quad (11)$$

$$\xi_i = \frac{x_i}{H} \quad (12)$$

$$\omega_i = \frac{2l_i^3}{3d^2H(E_0I_0)_i} EI_{cn} \quad (13)$$

$$\mu_1 = \frac{H}{EI_{cn}} \quad (14)$$

ماتریس  $[\Delta\theta]$  چرخش ناشی از بارهای خارجی در تراز مهارهای



شکل ۳- مدل تحلیلی سازه

ستونها در فاصله تراز (i) تا (i+1)، d پهنای کل سازه،  $(E_0I_0)_i$  سختی خمشی مهار بازویی تراز d،  $M_i$  لنگرهای قیدی مهارهای بازویی و L طول مهار بازویی هستند. معادله همسازی را می‌توان به این صورت تشریح کرد که چرخش هسته با چرخش مهار بازویی در تراز مهار مساوی‌اند. چرخش هسته عبارت است از: چرخش ناشی از بارهای خارجی  $(\Delta\theta)$  منهای چرخش ناشی از لنگرهای قیدی مهارهای بازویی (جمله دوم عبارت سمت راست معادله ۱). چرخش مهار بازویی عبارت است از: چرخش ناشی از تغییر شکل محوری ستونها و همچنین تغییر شکل خمشی مهار تحت بار متمرکز (نیروی محوری ستونها) در انتهای آن. معادله‌های سازگاری برای ترازهای ۱ و ۳ به همین ترتیب قابل استخراج‌اند. شکل ساده شده معادله‌های سازگاری برای ساختار سه مهار بازویی به صورت زیر است.

$$\Delta\theta_1 = [S_1(x_2-x_1) + S_2(x_3-x_2) + S_3(H-x_3) + T_1]M_1 + [S_2(x_3-x_2) + S_3(H-x_3)]M_2 + [S_3(H-x_3)]M_3 \quad (2)$$

$$\Delta\theta_2 = [S_2(x_3-x_2) + S_3(H-x_3)]M_1 + [S_2(x_3-x_2) + S_3(H-x_3) + T_2]M_2 + [S_3(H-x_3)]M_3 \quad (3)$$

بازویی است به طوری که

$$\Delta_L = \phi \sum_{i=0}^n r_i [F(\xi_i)] \quad (21)$$

که در آن  $\phi$  تابعی از نوع بار بوده و مقادیر  $\phi$  و  $F(\xi_i)$  در جدول (۱) آورده شده است. اگر یک طره آزاد را تحت چند لنگر متمرکز در تراز مهارهای بازویی در نظر بگیریم،  $\Delta_S$  که ناشی از لنگرهای قیدی مهارهای بازویی است به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\Delta_S = \frac{H^2}{2EI_{cn}} \left[ \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^i M_j \right) r_i (\xi_{i+1}^2 - \xi_i^2) \right] \quad (22)$$

### ۳- تأثیر انعطاف پذیری کمربند

در بعضی موارد برای استفاده بهینه از ستونها و به کارگیری کلیه ستونهای اطراف، از یک کمربند محیطی به ضخامت یک تا دو طبقه استفاده می‌شود. در مطالعات قبلی برای سازه‌های دارای کمربند، به دلیل ضخامت زیاد، کمربند را با سختی خمشی بی‌نهایت فرض کرده‌اند اما در این تحقیق کمربند به صورت انعطاف‌پذیر فرض شده است.

در اینجا یک سازه با پلان مطابق شکل (۴-الف) در نظر گرفته شده است. این سازه دارای یک هسته و دو مهار در پلان است. فرض شده که در دو طرف، شش ستون به فواصل  $l_c$  از یکدیگر قرار دارند و مهارها بر روی دو ستون میانی قرار گرفته‌اند. به دلیل اینکه ستونها تنها نیروی محوری تحمل می‌کنند می‌توان کمربند را به صورت یک تیر بر روی تعدادی فنر فرض کرد. نیروهای مهار بازویی نیز به صورت دو بار متمرکز  $F_1$  مدل شده‌اند، شکل (۴-ب). با توجه به شکل (۳) در سیستمهای با بیش از یک مهار اگر کمربند مورد نظر درست در تراز مهار بازویی باشد، در معادله‌سازی تنها نیروی  $F_1$  قرار می‌گیرد، اما در صورتی که کمربند مورد نظر غیر از کمربند مربوط به تراز مهار بازویی باشد (کمربندی که در تراز مهار بازویی دیگر باشد) نیروهای  $F_2$  و  $F_3$  (که عبارت‌اند از نیروهای  $p_2$  و  $p_3$  ستونهای بالای کمربند) نیز بر روی کمربند تأثیر می‌گذارند.

نیروهای  $p_1$  تا  $p_3$  با استفاده از روش انرژی و حل معادله کلی آن که به صورت زیر است، به دست می‌آیند.

$$\frac{\partial U}{\partial p_i} = 0 \quad i = 1, 3 \quad (23)$$

به طوری که  $U$  انرژی کل، شامل انرژی خمشی تیر و همچنین انرژی

$$\Delta\theta = [\Delta\theta_1 \Delta\theta_2 \dots \Delta\theta_n]^T \quad (15)$$

و مقادیر  $\Delta\theta_i$  به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\Delta\theta_i = \sum_{j=i}^n \int_{x_j}^{x_{j+1}} \frac{m(x)}{EI_{cj}} dx \quad (16)$$

به طوری که  $m(x)$  لنگر هسته ناشی از بار خارجی در نقطه  $x$  است و وابسته به نوع بار است. بعد از بیرون آوردن ضریبهای مربوط به بار و بدون بعد کردن مقادیر  $x$  (به  $\xi$  تبدیل می‌شود)، مقادیر  $[\Delta\theta]$  را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$[\Delta\theta] = \mu_2 [\delta\theta] \quad (17)$$

که در آن

$$[\delta\theta] = [\delta\theta_1 \delta\theta_2 \dots \delta\theta_n]^T \quad (18)$$

$\delta\theta$  مقادیر بدون بعد  $\Delta\theta$  هستند که در فاکتور  $\mu_2$  ضرب می‌شوند، مقادیر  $\delta\theta$  و  $\mu_2$  به ازای بارهای مختلف در جدول (۱) آورده شده است.

### تغییر شکل سازه و لنگر پایه

دو عامل بسیار مهم که در طراحی سازه‌های بلند مورد توجه‌اند، رانش بالای سازه و لنگر پایه هستند. معمولاً در سازه‌های بلند، طرح باید به گونه‌ای باشد که رانش بالای سازه را به مقدار کمینه برساند. با توجه به فرمولبندی بالا پس از محاسبه لنگرهای قیدی در مهارهای بازویی، رانش بالای سازه به صورت زیر قابل بیان است.

$$\Delta_T = \Delta_L - \Delta_S \quad (19)$$

به طوری که  $\Delta_T$  رانش نهایی بالای سازه،  $\Delta_L$  جابه‌جایی بالای سازه ناشی از بار خارجی و  $\Delta_S$  رانش بالای سازه ناشی از لنگرهای قیدی مهارهای بازویی‌اند. با توجه به روشهای تحلیل سازه، اگر یک طره آزاد با مقطع متغیر پله‌ای را تحت بار جانبی در نظر بگیریم،  $\Delta_L$  که تابعی از نوع بار است، به صورت کلی زیر قابل بیان است.

$$\Delta_L = \sum_{i=0}^n \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{m(x) x dx}{EI_{ci}} \quad (20)$$

رابطه بالا پس از بدون بعد کردن توسط فاکتورگیری به شکل زیر تبدیل می‌شود.

جدول ۱- مقادیر پارامترهای وابسته به نوع بار

$F(\xi)$	$\phi$	$\delta\theta$	$\mu_2$	نوع بار
$\frac{I_1}{4} \left[ \xi^4 \right]_{\xi_i}^{\xi_{i+1}}$	$\frac{qH^4}{2EI_{cn}}$	$\sum_{j=1}^n \frac{I_j}{6} \left[ \xi^3 \right]_{\xi_j}^{\xi_{j+1}}$	$\frac{qH^3}{EI_{cn}}$	بار گسترده ثابت q
$\frac{I_1}{3} \left[ \xi^4 \left( \frac{3-\xi}{4} \right) \right]_{\xi_i}^{\xi_{i+1}}$	$\frac{WH^4}{2EI_{cn}}$	$\sum_{j=1}^n \frac{I_j}{6} \left[ \xi^3 \left( 1 - \frac{\xi}{4} \right) \right]_{\xi_j}^{\xi_{j+1}}$	$\frac{WH^3}{EI_{cn}}$	بار گسترده مثلثی، به معادله $W(1 - \frac{x}{H})$
$\frac{I_1}{3} \left[ \xi^4 \left( \frac{1}{4} - \frac{2}{15}\xi + \frac{1}{36}\xi^2 \right) \right]_{\xi_i}^{\xi_{i+1}}$	$\frac{UH^4}{2EI_{cn}}$	$\sum_{j=1}^n \frac{I_j}{6} \left[ \xi^3 \left( 1 - \frac{1}{2}\xi + \frac{1}{10}\xi^2 \right) \right]_{\xi_j}^{\xi_{j+1}}$	$\frac{UH^3}{EI_{cn}}$	بار سهمی، به معادله $U \left( 1 - \frac{2x}{H} + \frac{x^2}{H^2} \right)$
$\frac{2I_1}{3} \left[ \xi^3 \right]_{\xi_i}^{\xi_{i+1}}$	$\frac{PH^3}{2EI_{cn}}$	$\sum_{j=1}^n \frac{I_j}{2} \left[ \xi^2 \right]_{\xi_j}^{\xi_{j+1}}$	$\frac{PH^2}{EI_{cn}}$	بار متمرکز در بالای سازه P

$$\xi_1 = \frac{x_1}{H}, \quad \xi = \frac{x}{H}, \quad \xi_{n+1} = 1, \quad \xi_0 = 0$$

$$\beta = (17 + C_1)F_1 + (11 + C_1)F_2 + F_3 C_1 \quad (28)$$

$$C_i = \frac{6E_B I_B}{K l_c^3} \quad (29)$$

$$\frac{1}{k} = \sum_{j=i}^n \frac{1}{K_j} \quad ; \quad K_j = \frac{(E_0 A_0)_j}{H(\xi_{j+1} - \xi_j)} \quad (30)$$

که در آن  $A_0$  سطح مقطع هر ستون،  $E_B I_B$  سختی خمشی کمر بند و  $l_c$  فاصله بین ستونهاست.

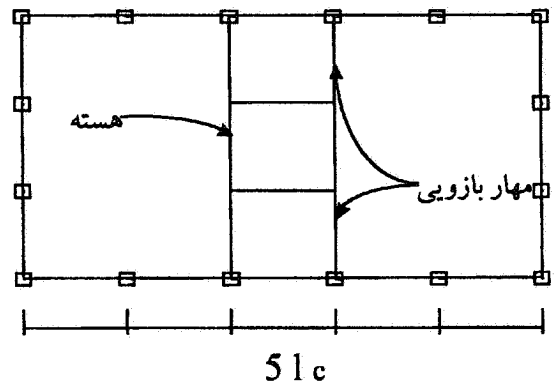
اگر کمر بند دارای سختی بی نهایت باشد، با توجه به شکل (۴-ب) مشاهده می شود که نیروی محوری ستونهای زیر مهار  $\frac{1}{3}F_1$  است. اگر  $F_1$  مساوی واحد در نظر گرفته شود، نیروی محوری ستونها  $\frac{1}{3}$  می شود. اگر کمر بند انعطاف پذیر باشد، نیروی محوری و تغییر شکل ستونهای زیر مهار بیش از سایر ستونهاست و در نتیجه، سازه تغییر شکل بیشتری نسبت به حالت با کمر بند صلب می دهد. با یک ضریب کاهش در سطح مقطع کلی ستونها ( $Cof_i$ ) می توان از فرمول بندی قبل استفاده کرد، به طوری که این ضریب تغییر شکل محوری ستونها را با تغییر شکل ستونهای زیر مهار در حالت کمر بند انعطاف پذیر، مساوی کند. این ضریب به صورت زیر قابل بیان است.

$$Cof_i = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)}{P_1} \quad (31)$$

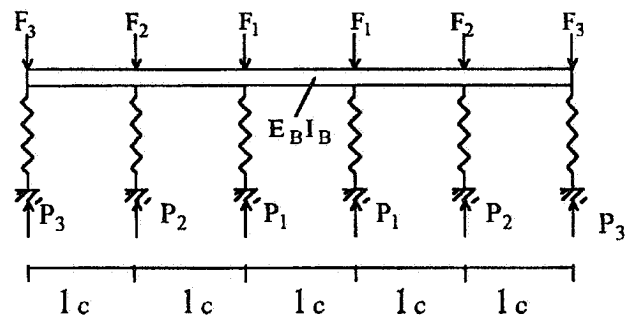
به طوری که  $\frac{1}{3}$  نیروی محوری ستونها در حالت کمر بند صلب و  $P_1$  نیروی محوری ستونهای زیر مهارها در حالت کمر بند انعطاف پذیرند. با توجه به اینکه اگر کمر بند دارای سختی بی نهایت باشد  $P_1 = \frac{1}{3}$  می شود، در نتیجه می توان گفت  $0 < Cof_i < 1$  است. تأثیر  $Cof_i$  به صورت زیر قابل بیان است

$$(EA)_i' = (EA)_i \cdot Cof_i \quad (32)$$

که در آن  $(EA)_i'$  سختی محوری اصلاح شده در فاصله  $i$  تا  $i+1$  است. لازم به ذکر است که در صورتی که تعداد مهارها بیش از یک باشد، سختی محوری تمامی ستونهای زیر مهار در فرمول بندی آن مهار تأثیر دارند (قسمت روش تحلیل). از این رو برای اصلاح سختی محوری این ستونها باید از کمر بند سایر مهارها نیز استفاده شود. برای در نظر گرفتن کمر بندهای غیر از تراز مهار بازویی مورد نظر، نیروهای به دست آمده از کمر بند زیر مهار ( $P_1$  تا  $P_3$ ) برای



شکل ۴-الف پلان ساختمان مورد نظر



شکل ۴-ب مدل تحلیلی کمر بند

محوری فنرها (ستونها)ست. لازم به ذکر است که در فرمولهای مورد نظر به دلیل تغییر شکل محوری ستونها فاصله بین دو ستون، طول دهانه کمر بند نبوده بلکه کل طول تیر به عنوان طول کمر بند محسوب می شود.

با حل معادله (۲۳) نتایج به صورت زیر قابل بیان است.

$$P_1 = \frac{- \left[ \frac{(11 + 2C_1)}{(17 + C_1)} \right] \alpha + \beta}{\left\{ (17 + C_1) - \left[ \frac{(11 + 2C_1)}{(17 + C_1)} \right] (2C_1 + 28) \right\}} \quad (24)$$

$$P_2 = \frac{\alpha - (2C_1 + 28) P_1}{(17 + C_1)} \quad (25)$$

$$P_3 = (F_1 + F_2 + F_3) - (P_1 + P_2) \quad (26)$$

به طوری که

$$\alpha = (28 + C_1)F_1 + (17 + C_1)F_2 + F_3 C_1 \quad (27)$$

یک چهارم عمق آنها از هر طرف به طور فرضی در داخل دیوارهای برشی نفوذ یابد [۱۲]. در این تحقیق چنین کار مشابهی برای مهار بازویی انجام گرفت و به این منظور با استفاده از فرمولبندی قبل یک برنامه رایانه‌ای نوشته شد [۱۳]. نتایج حاصل که در جدول (۲) آمده است مبین کاهش قابل توجه در خطای مسئله است پس:

$$l_i = L_i + \frac{h_i}{4} \quad (34)$$

به طوری که  $l_i$  طول اصلاح شده مهار بازویی،  $L_i$  طول خالص مهار بازویی و  $h_i$  ارتفاع مقطع مهار بازویی است. با توجه به جدول (۲) باید گفت که فرمول (۳۴) برای سیستمهایی پیشنهاد می‌شود که ضخامت مهار بازویی کمتر از ضخامت هسته باشد. لازم به ذکر است که اگر عمق مهار بازویی مساوی و یا بیش از عمق هسته باشد بهتر است از همان طول اولیه (طول خالص) استفاده شود. با این اصلاحات می‌توان خطای مسئله را تا زیر ۵ درصد کاهش داد.

در ادامه، فرمولبندی ارائه شده در قسمت کمربند انعطاف‌پذیر، به برنامه قبل اضافه و با روش اجزای محدود مقایسه شد که مبین دقت قابل قبول مسئله است. این مقایسه در جدول (۳) آمده است.

#### ۵- بهینه‌یابی محل مهارهای بازویی

روش تحلیلی که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته، نه فقط برای تخمین لنگرها و تغییر مکانهای هسته مفید است بلکه امکان تعیین تراز بهینه مهارهای بازویی، برای کمینه کردن تغییر مکان بالای سازه و یا لنگر پایه را نیز فراهم می‌سازد. این کار توسط مشتقگیری از معادله (۱۹) انجام می‌گیرد.

$$\frac{\partial \Delta_T}{\partial \xi_i} = 0 \quad i = 1, n \quad (35)$$

برای حالت با سه مهار بازویی دستگاه معادله‌های غیرخطی زیر به دست می‌آید:

$$G(\xi_1)(r_0 - r_1) - [M_{11}r_1(\xi_2^2 - \xi_1^2) + (M_{11} + M_{21})r_2(\xi_3^2 - \xi_2^2) + (M_{11} + M_{21} + M_{31})(1 - \xi_3^2)] - 2r_1M_1\xi_1 = 0$$

$$G(\xi_2)(r_1 - r_2) - [M_{12}r_1(\xi_2^2 - \xi_1^2) + (M_{12} + M_{22})r_2(\xi_3^2 - \xi_2^2) + (M_{12} + M_{22} + M_{32})(1 - \xi_3^2)] - 2r_1M_1\xi_2 - 2r_2(M_1 + M_2)\xi_2 = 0$$

$$G(\xi_3)(r_2 - r_3) - [M_{13}r_1(\xi_2^2 - \xi_1^2) + (M_{13} + M_{23})r_2(\xi_3^2 - \xi_2^2) + (M_{13} + M_{23} + M_{33})(1 - \xi_3^2)] - 2r_2(M_1 + M_2)\xi_3 - 2r_3(M_1 + M_2 + M_3)\xi_3 = 0 \quad (36)$$

کمربند بعدی به عنوان نیروهای  $F_1$  تا  $F_3$  باید در نظر گرفته شوند. نیروی  $P_1$  جدید برای اصلاح سختی محوری ستونها در فاصله بین  $i+1$  تا  $i+2$  به کار می‌رود. این عمل باید تا زمانی که سختی تمامی ستونها اصلاح شوند ادامه یابد. این کار برای سایر مهارها نیز باید انجام گیرد.

#### ۴- اصلاحات لازم بر روی مدل ارائه شده و مقایسه جوابها

در مطالعات قبلی که بر روی این سیستم انجام شده است، تغییر شکلهای برشی ناچیز فرض شده است. لیکن بایستی توجه کرد که در بعضی موارد تغییر شکلهای برشی تأثیر قابل توجهی دارند و به همین دلیل در بررسی فعلی به منظور در نظر گرفتن تغییر شکلهای برشی، یک اصلاح بر روی سختی خمشی مهارها انجام شد. سختی خمشی اصلاح شده به این صورت تعریف می‌شود که جابه‌جایی انتهای مهار با سختی اصلاح شده به ازای بار متمرکز در انتها، مساوی جابه‌جایی سختی خمشی واقعی با در نظر گرفتن تغییر شکلهای برشی باشد، یعنی:

$$(E_0I_0)_i = \frac{(E_0I_0)_i}{\left[ \left( 1 + 3(E_0I_0)_i / L_i^2 G_0 A \right) \lambda \right]} \quad (33)$$

به طوری که  $(E_0I_0)_i$  مقدار سختی اصلاح شده مهار بازویی،  $G_0$  مدول برشی مهار بازویی،  $\lambda$  ضریب برشی که در مقاطع مستطیلی ۱/۲ است و  $A$  سطح مقطع مهار بازویی است.

جوابهای فرمولبندی ارائه شده با نتایج مقالات قبلی در حالتی که سازه دارای مشخصات ثابت در ارتفاع باشد، کاملاً یکسان بود. در اینجا مبنای جواب صحیح در حالت کلی، جوابهای حاصل از روش اجزای محدود است.

در مراجعی که مهار را انعطاف‌پذیر در نظر گرفته‌اند طول مهار معادل طول خالص مهار بازویی ( $L$  در شکل ۱) فرض شده، به این معنا که اتصال مهار و هسته کاملاً صلب است. اما با این فرض، مسئله خطای نسبتاً زیادی خواهد داشت. در مبحث دیوارهای برشی کوپل نیز در معادله‌های همسازی به چنین مسئله مشابهی برمی‌خوریم و طبق تحقیقاتی که براساس نظریه الاستیسیته و اجزای محدود انجام شده، بهتر است طول تیرهای رابط به اندازه



جدول ۲ - مقایسه جوابها با روش اجزای محدود

توضیحات	روش ارائه شده بدون اضافه طول و تغییر شکل برشی مهار		روش ارائه شده بدون اضافه طول مهار		روش ارائه شده با اضافه طول مهار		رانش با اجزای محدود	ارتفاع مقطع مهار (m)	I <sub>2</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>0</sub>	تعداد مهار
	رانش	% خطا	رانش	% خطا	رانش	% خطا						
	۰/۲۰۸	۱۲/۶	۰/۲۱۴	۱۰/۰	۰/۲۳۳	۲/۱	۰/۲۳۸	۸	-	-	۱	۱
	۰/۳۶۶	۹/۴	۰/۳۷۵	۷/۱	۰/۴۰۲	۰/۴۹	۰/۴۰۴	۶	-	-	۱	۱
	۰/۵۴۲	۶/۵۵	۰/۵۵۳	۴/۶	۰/۵۸۵	۰/۸۶	۰/۵۸	۵	-	-	۱	۱
	۰/۹۱۹	۲/۵۴	۰/۹۳۱	۱/۲۷	۰/۹۶۹	۲/۷۵	۰/۹۴۳	۴	-	-	۱	۱
	۰/۵۲۹	۵/۰	۰/۵۳۵	۳/۹۴	۰/۵۵۳	۰/۷۱۸	۰/۵۵۷	۸	-	-	۸	۱
			۰/۲۳۹	۷/۳۶	۰/۲۵۳	۱/۹۳	۰/۲۵۸	۶	-	۱	۱	۲
			۰/۲۰۵۳	۵/۳۹	۰/۲۱۷۲	۰/۰۹۲	۰/۲۱۷	۸	-	۸	۸	۲
			۰/۱۷۳	۸/۴۶	۰/۱۸۴	۲/۶۴	۰/۱۸۹	۸	۱	۸	۸	۳
			۰/۲۲۲	۹/۰۱	۰/۲۳۹	۲/۰۴	۰/۲۴۴	۸	۱	۸	۸	۳
			۰/۱۶۳	۷/۳۳	۰/۱۷۶۲	۰/۱۷	۰/۱۷۵۹	۶	۱	۱	۱	۳
ضخامت مهار ۵ متر			۰/۳۰۶۸	۱/۰۳۲	۰/۳۲۴	۴/۵	۰/۳۱	۴	۱	۱	۱	۳

ضخامت مهارها چهار، طول مهارها ده، ضخامت دیوار و مهار ۰/۲ و ارتفاع سازه ۱۰۰ متر

جدول ۳- مقایسه جوابها در حالت کمربند انعطاف پذیر با روش اجزای محدود

تعداد مهار	$r_0$	$r_1$	$r_2$	$I_n$	رانش با روش اجزای محدود	رانش با روش ارائه شده	توضیحات
۱	۸	۱	-	۸/۵۳۳	۰/۵۳۹	۰/۵۳	طول مهار ۶ متر
۱	۱	۱	-	۸/۵۳۳	۰/۲۱۹۷	۰/۲۰۹	
۱	۱	۱	-	۲/۰۸	۰/۵۴۵	۰/۵۴۵	
۲	۸	۸	-	۸/۵۳۳	۰/۱۹۱	۰/۱۹۲۶	
۲	۱	۱	-	۲/۰۸	۰/۳۱۷	۰/۳۲۴	
۳	۸	۱	-	۸/۵۳۳	۰/۱۵۶۶	۰/۱۵۹۸	
۳	۱	۱	-	۸/۵۳۳	۰/۰۹۹۳۲	۰/۰۹۶۹	
۳	۱	۱	-	۳/۶	۰/۱۴۳۹	۰/۱۴۳۴	
۳	۱	۱	-	۱/۰۶۶۷	۰/۲۶۸۵	۰/۲۷۶	
۳	۱	۱	-	۱/۵۱۸	۰/۲۱۹۸	۰/۲۲۱	

ضخامت مهارها و کمربند چهار متر، طول مهارها ده متر، فاصله ستونها پنج متر و ارتفاع سازه صدمتر

حل این دستگاه با استفاده از فرمولبندی ارائه شده و روش نیوتن یک برنامه رایانه‌ای نوشته شده است که در مرجع [۱۳] موجود است. در صورتی که حدس اولیه مناسبی به کار رود دستگاه واگرا نخواهد شد. محل بهینه با روش سعی و خطا نیز محاسبه شد که با جوابهای دستگاه یکسان بود. در مورد جوابهای دستگاه در قسمت بعد به تفصیل بحث خواهد شد.

#### ۴- مطالعه پارامتری

براساس روش تحلیل ارائه شده می‌توان یک مطالعه پارامتری بر روی جوابها انجام داد. شکل (۵) رانش بالای سازه برحسب موقعیتهای مختلف مهار ( $\xi$ )، به ازای مقادیر مختلف نسبت سختی ستونها به هسته برای سازه با یک مهار بازویی را نشان می‌دهد، به طوری که:

$$k_i = \frac{EA_{ci}d^2}{2EI_{ci}} \quad (40)$$

$$\gamma_i = \left(1 + \frac{1}{k_i}\right) \quad (41)$$

همان گونه که در شکل (۵) مشخص است در صورتی که مهار در تراز بهینه قرار گیرد رانش جانبی سازه نسبت به حالتی که مهار

$$M_{ij} = \frac{\partial M_i}{\partial \xi_j} \quad (37)$$

معادله عمومی دستگاه غیرخطی (۳۷) در حالت کلی برای "n" مهار بازویی به صورت زیر قابل بیان است.

$$G(\xi_i)(r_{i-1}-r_i) - \left[ \sum_{j=1}^1 M_{j1} r_1 (\xi_2^2 - \xi_1^2) + \sum_{j=1}^2 M_{j2} r_2 (\xi_3^2 - \xi_2^2) + \dots + \sum_{j=1}^1 M_{jn} r_n (\xi_{n+1}^2 - \xi_n^2) \right] + \left( 2r_{i-1} \sum_{j=1}^{i-1} M_j + 2r_i \sum_{j=1}^i M_j \right) \xi_i = 0$$

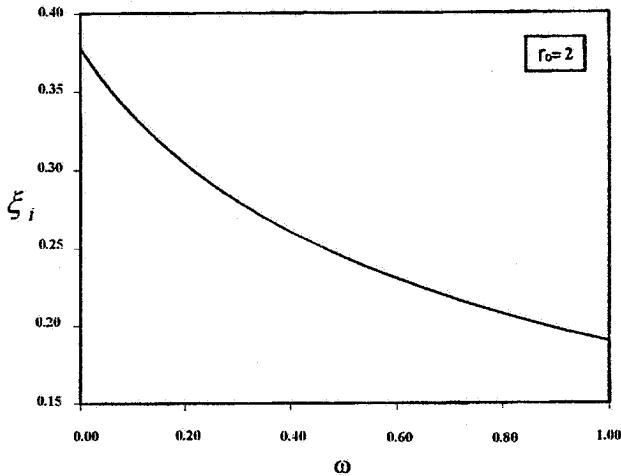
$$i = 1, n \quad (38)$$

که در آن

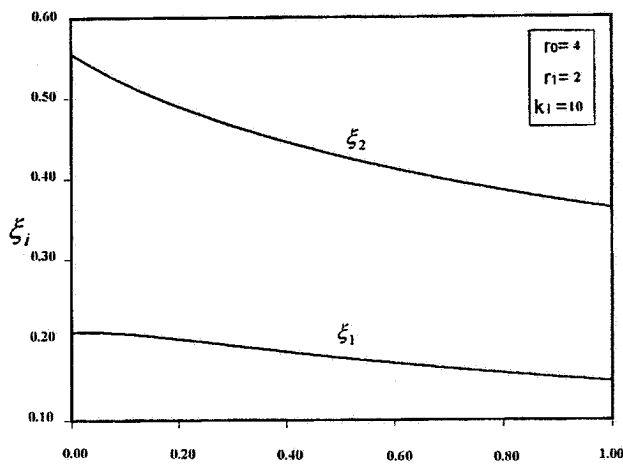
$$G(\xi_i) = \psi(\xi_i^3) + \beta(\xi_i^3 - \frac{\xi_i^3}{4}) + \zeta(\xi_i^3 - \frac{2\xi_i}{3} + \frac{1}{6}\xi_i^3) + \alpha(2\xi_i) \quad (39)$$

ضریبهای  $\alpha$ ،  $\beta$ ،  $\zeta$  و  $\psi$ ، ضریبهایی هستند که برای ترکیب بارها به کار برده می‌شوند و در حالت وجود یک بار به صورت تنها، یکی از آنها واحد و بقیه صفرند. توضیحات بیشتر در جدول (۱) مشاهده می‌شود.

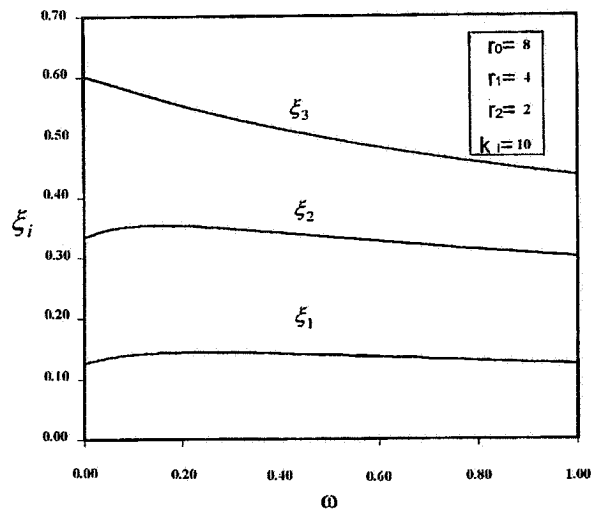
برای حل این دستگاه معادله‌ها از روش نیوتن استفاده شده است. لازم به ذکر است که توابع داخل دستگاه به صورت مستقیم در دست نبوده و باید از روشهای عددی مقدار آنها را محاسبه کرد. برای



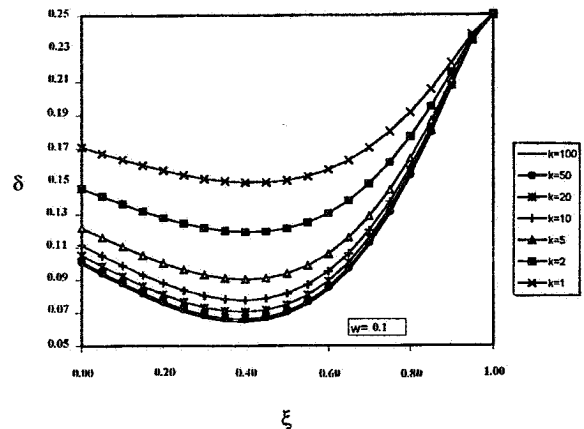
شکل ۶- موقعیت بهینه مهار بازویی برای کمینه کردن رانش بالای سازه به ازای بار گسترده یکنواخت در سازه با یک مهار



شکل ۷- موقعیت بهینه مهارهای بازویی برای کمینه کردن رانش بالای سازه به ازای بار گسترده یکنواخت، در سازه با دو مهار



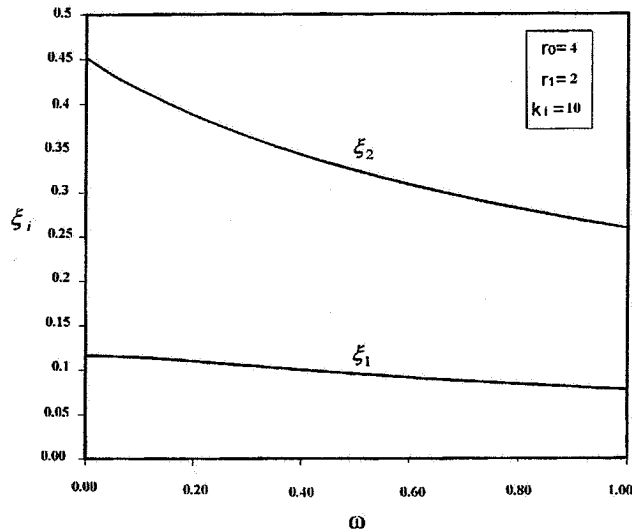
شکل ۸- موقعیت بهینه مهارهای بازویی برای کمینه کردن رانش بالای سازه به ازای بار گسترده یکنواخت، در سازه با سه مهار



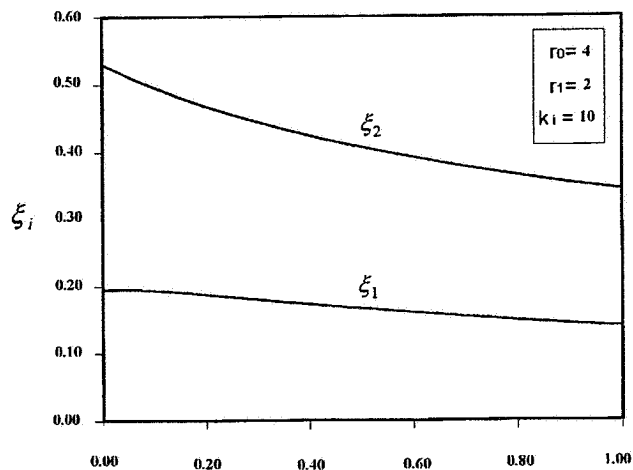
شکل ۹- رانش بالای سازه در سیستم با یک مهار بازویی، برای بار گسترده یکنواخت، به ازای مقادیر مختلف  $k$  و موقعیت مهار به طوری که  $\Delta_1 = \delta(qH^4/2EI_1)$

بازویی در تراز سقف قرار گیرد بسیار کمتر است. با افزایش مقدار  $k$ ، از رانش سازه کاسته می شود اما این کاهش خطی نیست، به طوری که مقدار آن برای  $k=100$  تقریباً برابر مقدار نظیر  $k=50$  است. علاوه بر این در صورتی که مقطع هسته و ستونها در ارتفاع یکنواخت باشد، افزایش  $k$  تأثیری در محل بهینه مهار بازویی ندارد. در شکلهای (۶) تا (۹) موقعیت بهینه مهارهای بازویی برحسب  $w$  با فرض ثابت بودن پارامترهای سازه ای دیگر نشان داده شده است. همان گونه که دیده می شود در پایینترین مهار بازویی، شیب تغییرات بیشتر است. در ضمن مشاهده می شود که با افزایش  $w$  فاصله بین مهارهای بالا تقریباً ثابت می ماند. در سازه های با سه و چهار مهار، برای مهارهای بالاتر معمولاً مکان بهینه نسبت به  $w$  تغییر چندانی نمی کند.

در شکل (۱۰) تأثیر پارامتر  $k$  بر روی یک سازه با دو مهار بازویی مورد بررسی قرار گرفته است. همان گونه که در این نمودار مشخص است با افزایش  $k$  تراز بهینه به سمت پایین هدایت شده و از مقدار مشخصی به بعد تقریباً ثابت می ماند. اگر به شکل (۵) توجه شود، می توان دید که منحنیها به ازای مقادیر ۱۰ و بزرگتر برای  $k$  به یکدیگر نزدیک شده و همگرا می شوند. همین مسئله در شکل (۱۰) قابل مشاهده است، به طوری که در آن محل بهینه برای مقادیر بزرگتر از ۱۰ برای  $k$  تغییر نمی کند. این مسئله به این معناست که با افزایش  $k$  از مقدار معینی به بعد نه تنها رانش بالای سازه بلکه محل بهینه مهارها نیز تغییر قابل توجهی نمی کند.



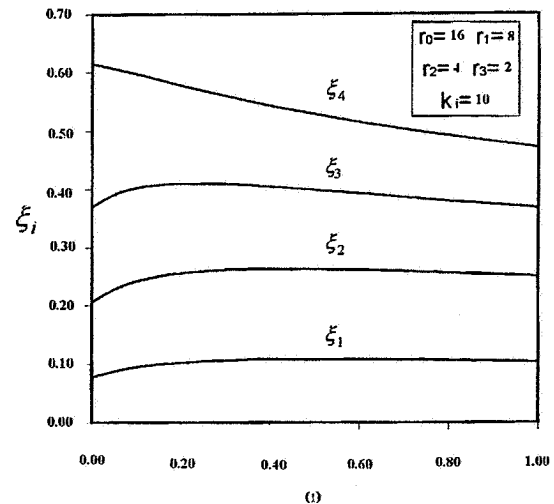
شکل ۱۱- موقعیت بهینه مهارهای بازویی برای کمینه کردن رانش بالای سازه به ازای بار متمرکز بالای سازه، در سازه با دو مهار



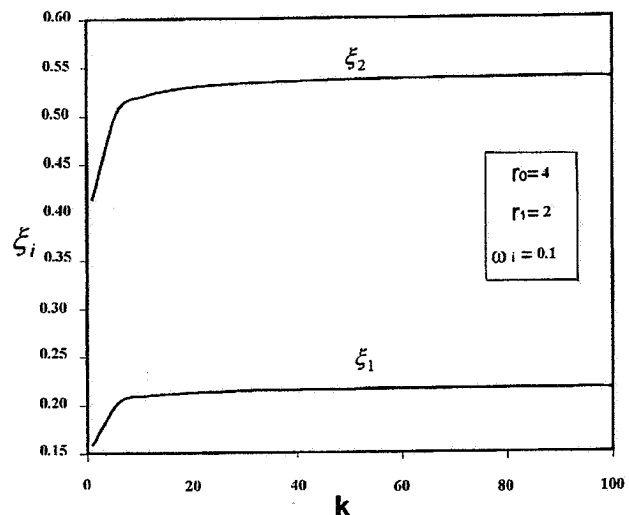
شکل ۱۲- موقعیت بهینه مهارهای بازویی برای کمینه کردن رانش بالای سازه به ازای بار گسترده مثلثی، در سازه با دو مهار

که ممکن است در مدلسازی بار زلزله استفاده شود در شکل (۱۳) دیده می‌شود.

با توجه به شکل (۱۴) با افزایش C (پارامتر سختی نسبی ستونها و هسته) از تأثیر منفی انعطاف پذیری کمربند کاسته می‌شود و برای مقادیر کوچک C تأثیر این پارامتر در رانش بالای سازه زیاد می‌باشد. همان گونه که در شکل مشهود است در صورتی که کمربند دارای سختی زیاد باشد مقدار افزایش رانش زیاد نیست. چنانچه که در شکل (۱۵) دیده می‌شود، انعطاف پذیری کمربند (C) به غیر از

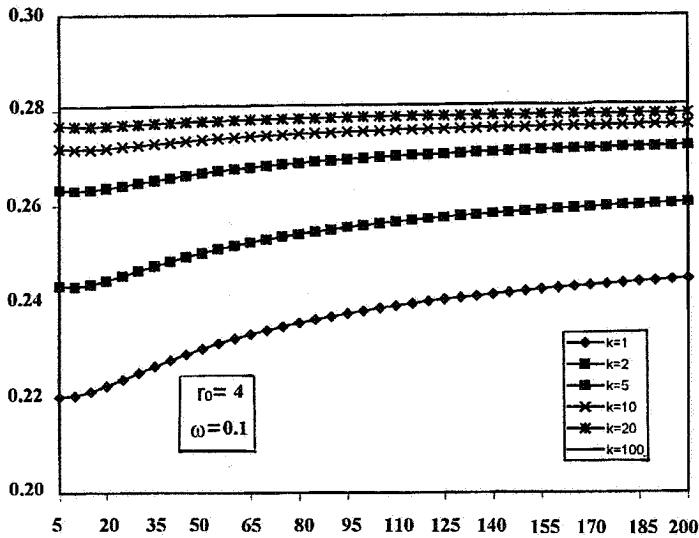


شکل ۹- موقعیت بهینه مهارهای بازویی برای کمینه کردن رانش بالای سازه به ازای بار گسترده یکنواخت، در سازه با چهار مهار

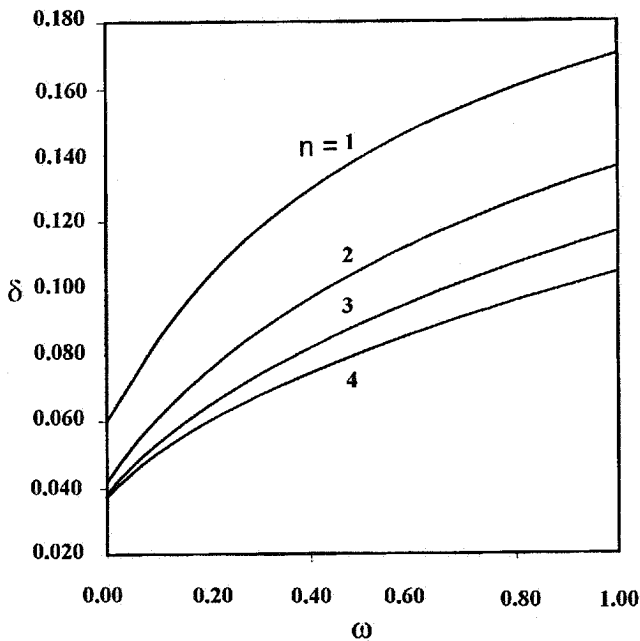


شکل ۱۰- موقعیت بهینه مهارهای بازویی برای کمینه کردن رانش بالای سازه به ازای بار گسترده یکنواخت برای مقادیر مختلف "k"، در سازه با دو مهار

در شکل (۱۱) موقعیتهای بهینه در یک سازه با دو مهار بازویی و بار متمرکز در تراز بام دیده می‌شود. همان گونه که مشاهده می‌شود موقعیت بهینه مهارها نسبت به حالت بار گسترده یکنواخت، در سطح بالاتری قرار می‌گیرند. همچنین در شکل (۱۲) محل بهینه مهارها برای همان سازه تحت بار مثلثی آورده شده و با توجه به آن دیده می‌شود که موقعیت بهینه مهارها کمی بالاتر از موقعیت نظیر مربوط به حالت بار گسترده یکنواخت قرار دارد. موقعیت بهینه در حالت ترکیب بارهای مثلثی و متمرکز در تراز بام

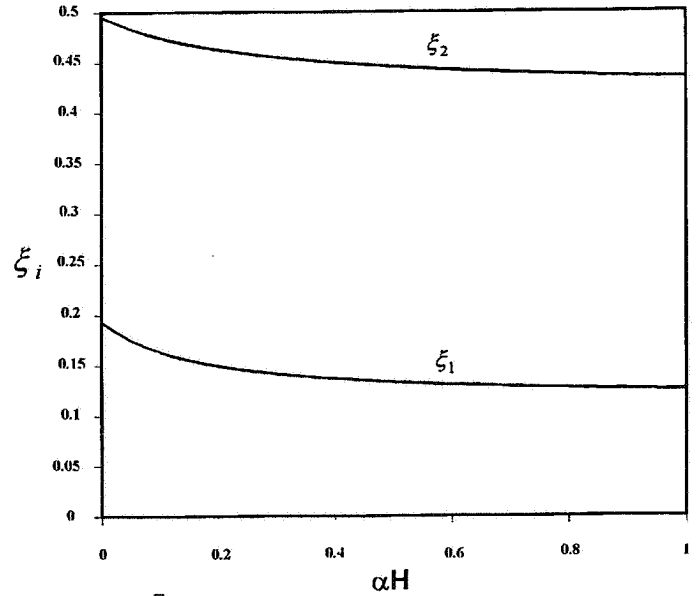


شکل ۱۵- موقعیت بهینه سازه با یک مهار بازویی براساس پارامتر سختی کمر بند

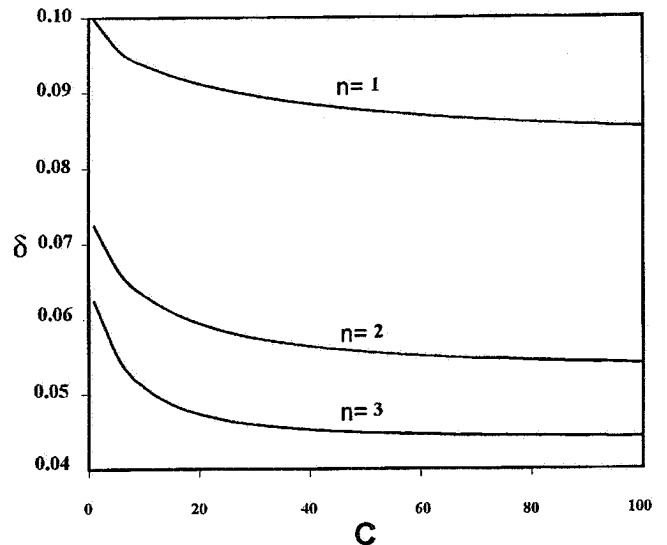


شکل ۱۶- مقایسه تأثیر تعداد مهار بازویی بر روی رانش بالای سازه

لازم به ذکر است که موقعیت بهینه مهارها برای کمینه کردن رانش بالای سازه با موقعیت بهینه برای کمینه کردن لنگر پایه یکسان نیست و برای کمینه کردن لنگر پایه، مهارهای بازویی به طرف پایین سازه هدایت می‌شوند [۱۳]. بنابراین شناخت عمومی طراح از عوامل مختلف مؤثر بر کارایی یک سازه با مهار بازویی، امکان انتخاب بهترین شکل سازه‌ای را به وی خواهد داد.



شکل ۱۳- موقعیت بهینه مهارهای بازویی برای کمینه کردن رانش بالای سازه به ازای ترکیب بار گسترده مثلی و بار متمرکز، در سازه با دو مهار به طوری که  $P/W = \alpha H$ ، مقدار بار متمرکز و حداکثر بار گسترده مثلی که در بالای سازه است



شکل ۱۴- تغییرات رانش بالای سازه برحسب پارامتر نسبی سختی کمر بند و ستونها برای سازه‌های با دو و سه مهار

مقادیر کوچک  $k$  تأثیر زیادی در موقعیت بهینه مهار بازویی ندارد. در شکل (۱۶) رانش بالای سازه به صورت تابعی از  $\omega$  برای تعداد مختلف مهار بازویی رسم شده است. در این شکل می‌توان مشاهده کرد که کاهش رانش با افزایش تعداد مهارهای بازویی رابطه خطی نداشته و از این رو به نظر می‌رسد که انتخاب بیش از چهار مهار بازویی در یک سازه اقتصادی نیست.

## ۵- نتیجه گیری

به طور کلی، نتایج این تحقیق را می توان به صورت زیر بیان کرد.  
۱- با استفاده از مهار بازویی می توان به طور مؤثر از سختی محوری ستونها برای کاهش جابه جایی بام و لنگر هسته بهره برد.  
۲- در صورتی که مشخصات سازه در ارتفاع متغیر باشد پارامتر  $k$  در موقعیت بهینه مهار مؤثر است. در غیر این صورت بر روی موقعیت بهینه مهار تأثیری ندارد.  
۳- با افزایش  $C$  یعنی پارامتر انعطاف پذیری کمربند، از تأثیر آن بر

رفتار سازه کاسته می شود.

۴- انعطاف پذیری کمربند به غیر از مقادیر کوچک  $k$  تأثیر زیادی بر محل بهینه مهار بازویی ندارد.  
۵- تعداد بیشتر مهار بازویی در یک سازه اگر سایر پارامترها ثابت باشند، باعث کاهش بیشتر رانش بالای سازه می شود ولی تأثیر هر مهار نسبت به مهار قبل کمتر است.  
۶- در صورتی که رانش بالای سازه بحرانی نباشد، می توان لنگر پایه هسته را با پایبتر بردن مهارها بیشتر کاهش داد.

## واژه نامه

- |                           |              |
|---------------------------|--------------|
| 1. belt                   | 3. creep     |
| 2. belt braced structures | 4. shrinkage |

## مراجع

1. Taranath, B. S., *Structural Analysis and Design of Tall Buildings*, McGraw-Hill, 1988.
  2. Stafford Smith, B., and Salim, I., "Parameter Study of Outrigger Braced Tall Building Structures," *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 107, No. 10, pp. 2001-2014, 1981.
  3. Stafford Smith, B., and Salim, I., "Formulate for Optimum Drift Resistance of Outrigger Braced Tall Building Structures," *Computers and Structures*, Vol. 17, No. 1, pp. 45-50, 1983.
  4. Moudares, F. R., and Coul, A., "Stiffening of Linked Shear Walls," *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 112, No. 3, pp. 223-237, 1986.
  5. Coul, A., and Lao, W. H. O., "Outrigger Braced Structures Subjected to Equivalent Static Seismic Loading," *Proceeding of 4th Int. Conference on Tall Buildings*, Hong Kong, pp. 53-67, 1988.
  6. Coul, A., and Lao, W. H. O., "Analysis of Multi Outrigger-Brace Tall Building Structures," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 115, No. 7, pp. 1811-1816, 1989.
  7. Moudaress, F. A., and Coul, A., "Free Vibration of Outrigger-Braced Structures," *Proceeding Institution of Civil Engineers*, Vol. 79, part. 2, pp. 105-117, 1986.
  8. He, R., Tu, Y. and Zhang, Y., "Static and Dynamic Behavior of Belted High-Rise Structures," *International Conference on Tall Building-Reach for the Sky*, Kula Lumpur, Malaysia, pp. 65-70, 1992.
  9. Rutenberg, A., and Tal, D., "Lateral Load Response of Belted Tall Building Structures," *Engineering Structures*, Vol. 9, pp. 53-67, 1987.
  10. Rutenberg, A., and Eisenberg, M., "Stability of Outrigger Braced Tall Buildings," *Proceeding of 5th International Conference on Tall Buildings*, Hong Kong, pp. 881-892, 1990.
  11. Straman, J., and Goldaf, E., "Outrigger Braced Structures in Concrete," *Seventh International Conference on Computing in Civil Engineering*, Seoul, Korea, pp. 933-938, 1997.
۱۲. حاجی کاظمی، ح.، مترجم، آنالیز و طراحی سازه های بلند، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، شماره ۲۰۶، زمستان ۱۳۷۵.
۱۳. اسدی زیدآبادی، ن.، کاربرد بهینه سیستمهای مهار بازویی در سازه ساختمانهای بلند، دانشگاه صنعتی اصفهان، پایان نامه، ۱۳۷۸.